

壳模型对 ^{13}N Gamow-Teller 跃迁的研究*支启军^{1)†} 郑 强²⁾

1) (贵州师范大学物理与电子科学学院, 贵阳 550001)

2) (贵州师范大学数学与计算机科学学院, 贵阳 550001)

(2010 年 9 月 26 日收到; 2010 年 12 月 23 日收到修改稿)

最近的研究表明 ^{13}N 的 beta 衰变对于 Ia 型超新星爆炸前的电子丰度有着重要的影响. 本文在壳模型的基础上, 首先计算 ^{13}N 基态到基态以及基态到不同激发态的 Gamow-Teller (GT) 跃迁强度, 并将其与实验数据进行了比较. 在理论计算的 GT 强度基础上, 对不同温度和密度天体环境下 ^{13}N 的电子俘获率进行了细致的计算, 并重点讨论基态到激发态的 GT 跃迁对电子俘获率变化的影响. 结果表明, 考虑基态到激发态的跃迁后, 超新星的电子丰度下降, 中微子能量损失增大. 基态到激发态跃迁对电子俘获率的影响主要由低激发能级贡献.

关键词: Gamow-Teller 跃迁, 壳模型, 电子俘获, 激发态

PACS: 23.40.-S, 21.60.Cs, 27.20.+n

1. 引 言

超新星前身星的结构及其核素组成对于超新星爆发和星体的演化起着重要的作用^[1]. 理论研究显示, 由弱相互作用所支配 (特别是 β 衰变和电子俘获) 的电子丰度在星体的演化过程中起着决定性的作用. 电子俘获概率的大小是研究超新星爆发 (Ia 型超新星和 II 型超新星) 机理的最主要的物理因素之一^[2-4]. 虽然目前对超新星的爆发机理仍然存在争论, 但是, 一般认为, II 型超新星爆发主要是大质量星体演化的结果, 当铁核质量超过 Chandrasekhar 质量, 简并的电子气体压强不足以抵抗引力, 其核心开始开始形缩. 一方面, 星体中的电子俘获反应使得电子丰度减小, 进而简并电子压强降低, 这将加速核心的形缩; 另一方面, 电子俘获反应产生的中微子由于带走能量, 也将加速核心的形缩. Ia 型超新星一般被认为是吸积白矮星的热核爆发^[5], 当星体吸积足够多的物质, 其质量增长到超过 Chandrasekhar 极限质量时, 广义相对论效应将导致白矮星整体坍缩. 而电子俘获过程被认为是 Ia 型超新星爆发中某些铁同位素丰度较高的原因. 可见电子俘获对于 II 型和 SNe Ia 超新星爆发及其演化具

有重要的意义.

由于电子丰度是超新星能否爆发的关键因素, 是各种超新星爆发机理数值模拟的重要输入参数^[4,5], 而电子俘获是影响电子丰度最直接的过程. 因此, 对电子俘获概率的研究成为当前的研究热点. 在过去的研究中, 人们已经积累了关于如何计算原子核的弱相互作用强度并计算星体环境下电子俘获概率的方法. 这主要包括 Fuller 等人的基于独立粒子模型思想下的开创性工作^[2], Langanke 和 Martinez-Pinedo 的基于相互作用壳模型的工作^[4,5] 和基于准粒子随机相近似 (QRPA) 的系统性的工作^[6]. 除此之外, 人们还考虑了磁场、电场等对电子俘获概率的影响^[7,8]. 最近的研究指出, 原子核不同能级之间的 GT 跃迁导致的电子俘获可能会对星体中能量、电子丰度产生重要的影响, 进而影响星体的演化^[9-11]. 文献[9,10]指出, 对于白矮型超新星的爆发前阶段来说, 当考虑到 $^{13}\text{N}(e^-, \nu_e)^{13}\text{C}$ 基态到第一激发态的跃迁后, 其电子丰度将会有明显的下降, 进而会影响星体的演化. 文献[9]实验研究了 $^{13}\text{C}(^3\text{He}, t)^{13}\text{N}$ 基态带第一激发态的 GT 跃迁强度, 并在此试验基础上, 简单讨论了 ^{13}N 电子俘获过程中的 GT 跃迁强度及其可能对电子俘获率的影响. 本文将在壳模型的基

* 国家自然科学基金 (批准号: 10865004, 11065005, 11165006)、贵州省科学技术基金 (批准号: [2008]2254) 和贵州省国际科技合作基金 (批准号: 黔科合外 G 字 7026) 资助的课题.

† E-mail: qjzhi@hotmail.com

基础上,详细的计算 ^{13}N 基态到不同激发态之间的GT跃迁分布.在理论计算的GT跃迁强度基础上,详细的计算和讨论了在不同密度和温度的天体环境下,考虑基态到不同激发态之间的GT跃迁后对电子俘获概率的影响.此外还将讨论由于电子俘获概率变化引起的中微子能量损失的变化情况.

2. 理论框架

壳模型是原子核物理中一个非常重要的模型,他在描述原子核的性质尤其是原子核能级、电磁跃迁、等性质上取得了巨大的成功,并一直在不断的发展和完善中^[12-14].此外,在单极哈密顿相互作用量的基础上(Monopole Hamilton),考虑了多极哈密顿相互作用量、三体力和张量力等物理因素的壳模型(如无核壳模型)在研究原子核的集体性质、壳结构及其变化等性质上也取得了巨大成功^[12,15].此外,在壳模型的基础上,人们可以计算各种算符的强度函数分布和相应的相互作用概率,例如 β 衰变和电子俘获等弱相互作用算符的强度^[16],这使得除了在核物理方面,壳模型在天体物理方面也有着重要的应用^[4,5,12].在本文的研究中,我们将用采用基于m-scheme的Antoine程序^[12]来计算原子核弱相互作用中的GT跃迁强度分布.在此基础上,可以很容易的去讨论原子核的 β 衰变概率.在本文中,重点讨论原子核的电子俘获过程

$$(Z, A) + e^- \rightarrow (Z - 1, A) + \nu, \quad (1)$$

电子俘获概率可按式计算^[5,16]:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{K} B_{ij} \phi_{ij}, \quad (2)$$

其中 K 为一个常数, ϕ_{ij} 是相空间积分, B_{ij} 包括Fermi跃迁和GT跃迁

$$B_{ij} = B_{ij}(\text{GT}) + B_{ij}(\text{F}), \quad (3)$$

其中 $B_{ij}(\text{F})$ 表示Fermi跃迁

$$B_{ij}(\text{F}) = \frac{\langle j \| \sum_k t_{\pm}^k \| i \rangle^2}{2J_i + 1}, \quad (4)$$

由于Fermi跃迁只在同位相似态之间进行,因此它可以简化为

$$B_{ij}(\text{F}) = T(T + 1) - T_z(T_z - 1), \quad (5)$$

其中的 T 为同位旋, $B_{ij}(\text{GT})$ 表示GT跃迁,可以表示为

$$B_{ij}(\text{GT}) = \left(\frac{g_A}{g_V} \right)_{\text{eff}}^2 \frac{\langle j \| \sum_k \sigma^k t_{\pm}^k \| i \rangle^2}{2J_i + 1}, \quad (6)$$

在上式中, $(g_A/g_V)_{\text{eff}}$ 为考虑实验观察到的GT强度弱化以后的轴对称矢量流和矢量流之后的数值,在本文的计算中我们取的弱化因子为0.67^[9,10].

$$\left(\frac{g_A}{g_V} \right)_{\text{eff}}^2 = 0.67 \left(\frac{g_A}{g_V} \right)_{\text{bare}}^2 \quad (7)$$

其中的 $(g_A/g_V)_{\text{bare}}$ 为自由核子的情況,计算中取为 $(g_A/g_V)_{\text{bare}} = -1.2599$ ^[5].

利用壳模型计算出原子核GT跃迁强度分布后,我们可以很容易的去计算原子核的 β 衰变概率.具体的计算方法参见文献^[5],本文在此不做详细的叙述.

3. 计算结果及分析

GT强度分布直接决定着核素的 β 衰变概率,进而影响着天体环境下的电子俘获率和电子丰度.利用壳模型,采用CKII相互作用势^[17],我们对 ^{13}N 的GT强度进行了细致的理论计算.同时在此基础上对不同温度和密度环境下的电子俘获率进行了计算.下面将对这些结果进行详细的讨论.

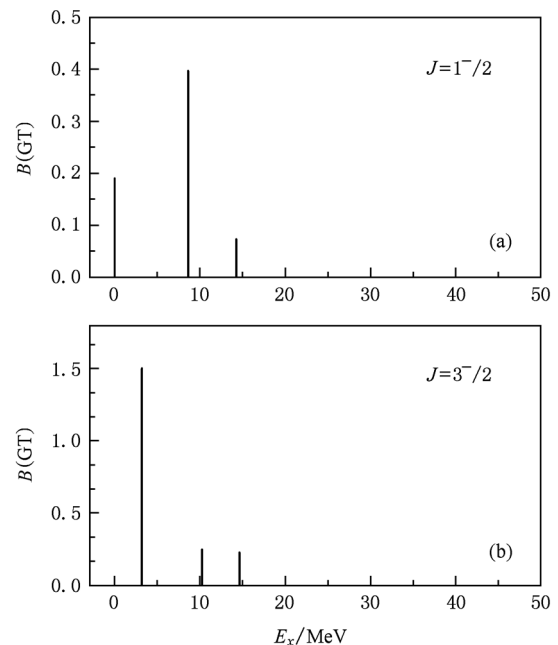


图1 ^{13}N 基态到 ^{13}C 基态和激发态的GT强度分布图

3.1. GT 分布

图 1 中画出了理论计算的 ^{13}N 基态到不同激发态之间的 GT 跃迁强度分布. 图 1(a)对应的是 $J_i = \frac{1}{2}^- \rightarrow J_f = \frac{1}{2}^-$ 的 $\Delta J = 0$ 的 GT 跃迁. 而图 1(b)对应的是 $J_i = \frac{1}{2}^- \rightarrow J_f = \frac{3}{2}^-$ 的 $\Delta J = 1$ 的 GT 跃迁. 从图中可以看见, ^{13}N 基态的 GT 跃迁强度大部分为 0,除了几个较大的 GT 计算值以外. 图 1(a)的前两个较大值分别对应着母核 ^{13}N 基态到子核 ^{13}C 基态 $\frac{1}{2}^-$ 和 8.86 MeV 的 $\frac{1}{2}^-$ 激发态的 GT 跃迁,而图 1(b)的三个较大 GT 跃迁强度分布则对应着子核能量分别为 3.68 MeV, 9.89 MeV 和 15.1 MeV 的 3 个 $\frac{3}{2}^-$ 激发态的跃迁. 为了比较理论计算结果的可靠性,我们和他们与实验数据进行比较. 对于 $\Delta J = 0$ 的基态到基态的跃迁,理论计算值 0.19 与实验结果 0.207 ± 0.002 非常接近^[9]. 而对于 $\Delta J = 1$ 的基态到 3.68 MeV 的 GT 跃迁,理论计算结果 1.51 与最近的实验结果 1.37 ± 0.07 也非常靠近^[9]. 这表明壳模型计算结果很好的给出了实验结果,对 GT 跃迁强度分布的计算是可靠的. 下面着重讨论基态到激发态跃迁对电子俘获概率的影响.

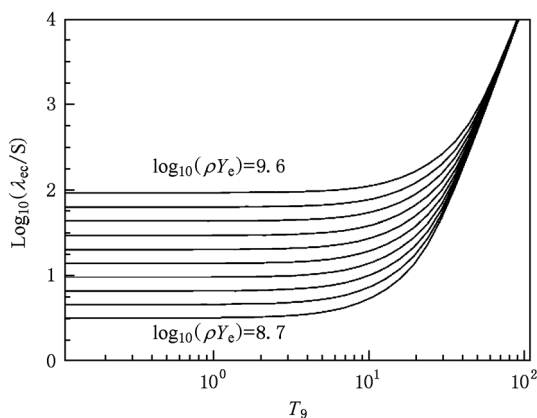


图 2 ^{13}N 星体环境下电子俘获率变化图

3.2. 电子俘获概率

在计算得到原子核的 GT 强度以后,采用文献 [2,3,5] 的方法计算了超新星环境下的电子俘获概率. 从图 1 中可以看见 ^{13}N 基态到基态和基态到

3.68 MeV 激发态有较大的 GT 强度,因此他们对电子俘获概率的贡献最大. 值得指出的是在计算中,反应 Q 值为 $M_p - M_d$,其中的 M_p, M_d 为母核和子核的原子核质量. 若用原子质量表示,则应扣除电子质量. 对于本文讨论的反应, $Q = [(M(^{13}\text{N}) - 7Me) - (M(^{13}\text{C}) - 6Me)] = 1.71\text{ MeV}$,而不是 2.2 MeV^[9,10]. 图 2 中画出了在不同温度和密度天体环境下的电子俘获概率,计算中取 $\log_{10}(\rho Y_e) = 8.7 - 9.6$. 温度范围取典型的超新星环境 [$T_9 = T/10^9\text{ K}$], $T_9 \in (0.01, 100)$]. 计算中基态到 3.68 MeV 激发态的 GT 跃迁强度取理论计算值 1.5. 从图中可以看见对于温度很小的区域,电子俘获率基本与温度无关,而只与密度和电子丰度 ρY_e 有关. 这是因为此时, kT 远小于电子化学势 μ_e , 因此其电子俘获由化学势确定而对温度不密切依赖. 对于 SNe Ia 超新星的爆前阶段来说,温度约为 $0.4 T_9$, 从图 2 中可以看见这个区域来说,其电子俘获率基本不依赖于温度,而只依赖于 ρY_e . 下面将讨论考虑基态到激发态的跃迁后对电子俘获概率的影响.

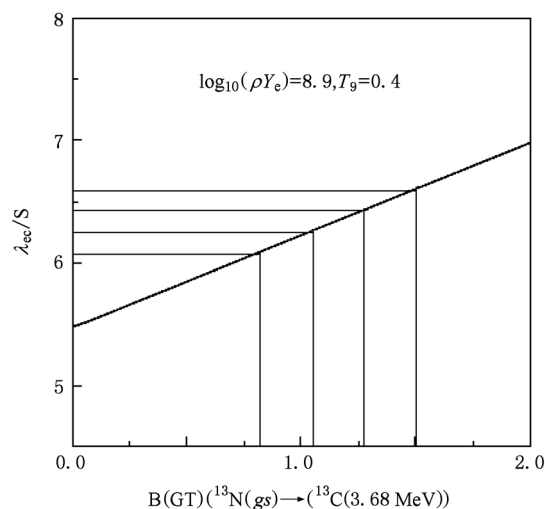


图 3 $\log_{10}(\rho Y_e) = 8.9$ 时 ^{13}N 在不同 $B(\text{GT})$ 下的电子俘获率

对于 SNe Ia 超新星来说,其温度大致在 $0.4 T_9$, $\log_{10}(\rho Y_e)$ 一般在 8.7—9.5 的范围. 为了考察包括基态到 3.68 MeV 激发态跃迁后对电子俘获的影响,图 3 中画出了 $\log_{10}(\rho Y_e) = 8.9$ 和 $T_9 = 0.4$ 时,采用理论 $B(\text{GT})$ 和不同实验数据计算得到的电子俘获概率. 当不考虑基态到 3.68 MeV 激发态的跃迁时,可以认为 $B(\text{GT}) = 0$. 图 3 中横轴从左至右的 4 个曲线分别对应着实验数据 0.82^[18,19], 1.06^[16], 1.37^[9] 和 $B(\text{GT}) = 1.5$ 的壳模型的理论计

算结果. 从图中可以看见, 随着 $B(\text{GT})$ 跃迁概率的增加, 电子俘获率越来越大, 这将会降低该环境下的电子丰度. 同时随着电子俘获的增大, 中微子能量损失率也将增大, 该反应中微子所带走的能量将随之增加.

表 1 $\log_{10}(\rho Y_e) = 8.9$ 时考虑基态带激发态跃迁的比较结果

$B(\text{GT})$	不含 3.68 MeV	含 3.68 MeV	增加比例/%
The(SM)	5.42	6.59	21.6
$(^3\text{He}, t)^{[9]}$	5.42	6.43	18.6
$(p, n)-2^{[18]}$	5.42	6.25	15.3
$(p, n)-1^{[19]}$	5.42	6.07	12.1

为了讨论基态到 3.68 MeV 激发态对电子俘获概率的影响, 表 1 中比较了当考虑该跃迁以后电子俘获率的增加比例. 从表 1 中可以看见, 当未考虑基态到激发态的跃迁时, 电子俘获率为 5.42 s^{-1} . 当考虑基态到 3.68 MeV 的跃迁后, 电子俘获率分别为 6.59 s^{-1} , 6.43 s^{-1} , 6.25 s^{-1} 和 6.07 s^{-1} . 相对于只考虑基态跃迁的时候, 它们分别分别增长了 21.6%, 18.6%, 15.3% 和 12.1%. 可见考虑到基态到激发态的跃迁后, 如果该跃迁的 $B(\text{GT})$ 较大的话, 将会对电子俘获率有着明显的影响.

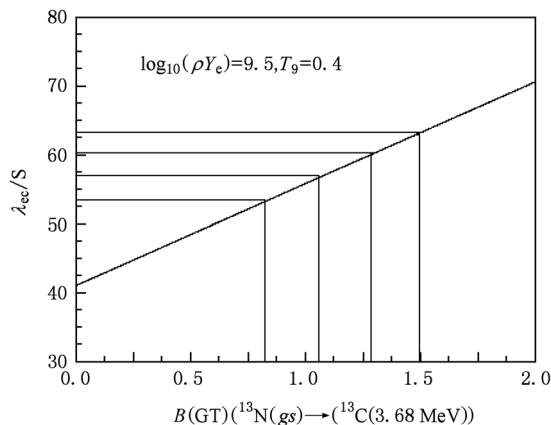


图 4 $\log_{10}(\rho Y_e) = 9.5$ 时 ^{13}N 在不同 $B(\text{GT})$ 下的电子俘获率

图 4 中画出了 $\log_{10}(\rho Y_e) = 9.5$ 和 $T_9 = 0.4$ 情况下考虑基态到激发态跃迁后的电子俘获概率. 图 4 采用的标识和图 3 一致. 在图 4 中可以看见当 $\rho Y_e = 9.5$ 时电子俘获概率比 $\rho Y_e = 8.9$ 时显著增大. 此外, 随着 $B(\text{GT})$ 的增大, 电子俘获概率也增大, 这个变化趋势与 $\rho Y_e = 8.9$ 的变化趋势是一致的.

表 2 $\log_{10}(\rho Y_e) = 9.5$ 时考虑基态到激发态跃迁的比较结果

$B(\text{GT})$	不含 3.68 MeV	含 3.68 MeV	增加比例/%
The(SM)	42.07	63.24	50.31
$(^3\text{He}, t)^{[9]}$	42.07	60.25	43.22
$(p, n)-2^{[18]}$	42.07	57.01	35.52
$(p, n)-1^{[19]}$	42.07	53.57	27.35

表 2 中列出了在 $\rho Y_e = 9.5$ 时的考虑基态到 3.68 MeV 激发态跃迁时电子俘获概率的变化情况, 从表中可以看见考虑该跃迁后采用不同 $B(\text{GT})$ 跃迁概率时, 电子俘获概率分别提高了约 50%, 43%, 35% 和 27%. 大约是 $\rho Y_e = 8.9$ 时的两倍. 由此可见, 基态到激发态跃迁在高密度情况下对于电子俘获概率的影响比低密度情况显著.

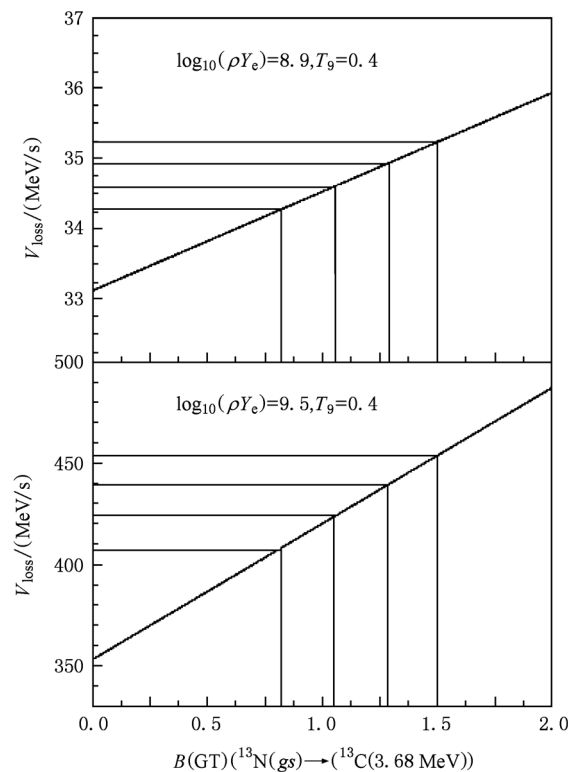


图 5 $\log_{10}(\rho Y_e) = 8.9$ 和 9.5 时 ^{13}N 在不同 $B(\text{GT})$ 下的中微子能量损失

电子俘获概率的变化将导致在该反应过程中产生的中微子带走能量的变化. 图 5 中画出了在不同密度下该反应过程中中微子能量损失与采用不同 $B(\text{GT})$ 时候的计算结果, 图 5 采用的标识和图 3 一致. 从图中可以看见, 与电子俘获概率一样, 中微子能量损失率随着天体环境下电子密度的增加而增加. 与电子俘获概率一样, 考虑基态到激发态跃

迁后,中微子能量损失率也随着 $B(\text{GT})$ 的增大而增大,其变化趋势与电子俘获概率的变化一致,这里就不做重复的讨论.

在上述的讨论中,我们只考虑了基态到基态和 3.68 MeV 激发态的跃迁.我们也计算了考虑基其他激发态的跃迁,结果显示其他能级的跃迁对计算结果的影响很小,电子俘获概率没有很明显的变化,这表明对于我们所讨论的温度和密度的天体环境来说,电子俘获概率主要由低激发态能级跃迁决定.当考虑基态到低激发态的跃迁后,电子俘获概率和中微子能量损失率在高密度情况下有较大的增加,当然这一方面会影响电子丰度的降低,另一方面也将影响到反应过程中星体的能量,进而影响超新星的爆发和星体的演化^[4,20].诚然,由于该反应对文献[10]所描述的 SNe Ia 环境来说,只是其中的一个反应且该反应产生的能量对于整个系统能量来说是很小的一部分,从而其对整个白矮星系统的能量变化影响很小.但是,准确的电子俘获概率对于更加深入的了解超新星爆发机制和各种星体的

演化是有重要意义的.可以预见,对于某些星体环境来说,这种电子俘获概率的增加可能会产生明显的影响.

4. 结 论

在壳模型的基础上,计算了¹³N 的 GT 强度分布,并与实验数据进行了比较和讨论.在理论计算的 GT 跃迁强度基础上,对不同温度和密度天体环境下¹³N 的电子俘获概率进行了详细的理论计算.重点讨论由于考虑基态到激发态的 GT 跃迁以后对电子俘获概率的影响.此外,也讨论了对中微子能量损失率的影响.结果表明,由于考虑基态到激发态的跃迁后,超新星的电子俘获概率和中微子能量损失率将增大,这种影响在高密度情况下尤其显著.这对将来更加准确的描述 SNe Ia 型超新星爆发机理和各种星体的演化具有重要的意义.

感谢德国 GSI 期间理论物理组的热忱接待.

-
- [1] Bethe H A, Brown G E, Applegate J, Lattimer J M 1979 *Nucl. Phys. A* **324** 487
 - [2] Fuller G M, Fowler W A, Newman M J 1980 *Astr. Phys. Jour. Supp.* **42** 447
 - [3] Fuller G M, Fowler W A, Newman M J 1982 *Astr. Phys. Jour. Supp.* **48** 279
 - [4] Langanke K, Martinez-Pinedo 2003 *Rev. Mod. Phys.* **75** 819
 - [5] Langanke K, Martínez-Pinedo G 2000 *Nucl. Phys. A* **673** 481
 - [6] Nabi J U, Klapdor-Kleingrothaus H V 2004 *At. Data Nucl. Data Tables.* **88** 237
 - [7] Liu M Q, Zhang J, Luo Z Q 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3197 (in Chinese) [刘门全、张 洁、罗志全 2006 物理学报 **55** 3197]
 - [8] Zhang J, Wang S F 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 1391 (in Chinese) [张 洁、王少峰 2010 物理学报 **59** 1391]
 - [9] Zegers R G T, Brown E F, Akimune H, Austin S M, Vanden Berg A M, Brown B A, Chamulak D A, Fujita Y, Fujiwara M, Galès S, Harakeh M N, Hashimoto H, Hayami R, Hitt G W, Itoh M, Kawabata T, Kawase K, Kinoshita M, Nakanishi K, Nakayama S, Okumura S, Shimbara Y, Uchida M, Ueno H, Yamagata T, Yosoi M 2008 *Phys. Rev. C* **77** 024307
 - [10] Chamulak D A, Brown E F, Timmes F X, Dupezak K 2008 *Astr. Phys. Jour.* **677** 160
 - [11] Gupta S S, Kawan o T, Möller P 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101**, 231101
 - [12] Caurier E, Martinez-pinedo G, Nowacki F, Poves A, Zuker A 2005 *Rev. Mod. Phys.* **79** 427
 - [13] Qi C, Xu F R 2008 *Nucl. Phys. A* **800** 47
 - [14] Qi C, Xu F R 2008 *Nucl. Phys. A* **814** 48
 - [15] Zhi Q J 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 05210 (in Chinese) [支启军 2011 物理学报 **60** 05210]
 - [16] Zhang Y M, Xu F R 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 4826 (in Chinese) [张玉美、许甫荣 2008 物理学报 **57** 4826]
 - [17] Cohen S, Kurath D 1967 *Nucl. Phys. A* **101** 1
 - [18] Wang X, Rapaport J, Palarczyk M, Hautala C, Yang X, Prout D L, Heerden I V, Howes R, Parks S, Sugarbaker E, Brown B A 2001 *Phys. Rev. C* **63** 024608
 - [19] Taddeucci T N, Goulding C A, Carey R C 1987 *Nucl. Phys. A* **469** 125
 - [20] Luo Z Q, Liu H L, Liu J J, Lai X J 2009 *Chin. Phys. B* **18** 377

Shell model study of Gamow-Teller transitions of nuclei $^{13}\text{N}^*$

Zhi Qi-Jun^{1)†} Zheng Qiang²⁾

1) (School of Physics and Electronic Science, Guizhou Normal University, Guiyang 550001, China)

2) (School of mathematics and computer science, Guizhou Normal University, Guiyang 550001, China)

(Received 26 September 2010; revised manuscript received 23 December 2010)

Abstract

Recent researches show that the beta decay of ^{13}N can affect the electron abundance before the collapse of SNe Ia supernovae. Based on the shell model, the Gamow-Teller transition strengths from ground state to ground state and from ground state to excited state of ^{13}N are calculated and the results are compared with theoretical results and also with experimental data. The electron capture rates at different temperatures and densities are calculated and the effect of ground state on excited state transition is discussed. It is shown that due to the transition from ground state to excited state, the electron abundance of the SNe Ia supernovae decreases and the contributions are determined mainly by the low-lying excited states.

Keywords: gamow-teller transition, shell model, electron capture, excited states

PACS: 23.40.-S, 21.60.Cs, 27.20.+n

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10865004, 11065005, 11165006), the Natural Science and Technology Foundation of Guizhou Province, China (Grant No. [2008]2254), and International Scientific and Technological Cooperation Projects of Guizhou Province, China (Grant No. [2011]7026).

† E-mail: qjzhi@hotmail.com