## 拉盖尔-高斯光束傍轴度的变化\*

崔学才 连校许 吕百达\*

(四川大学激光物理与化学研究所,成都 610064) (2010年9月13日收到;2010年12月6日收到修改稿)

以拉盖尔-高斯(L-G)光束为例,详细研究了单色光束傍轴度的变化.结果表明,模指数、相对束腰宽度等光束 参数的变化,通过近轴 ABCD 光学系统的传输,以及光阑衍射都会引起光束傍轴度的变化.但是,在自由空间中传 输时,光束的傍轴度不变.对上述结果以数值计算例加以说明,并用光束傍轴度与远场发散角间的联系做了物理 解释.

关键词:傍轴度,远场发散角,拉盖尔-高斯光束 PACS: 42.25.-p, 42.25.Fx, 42.25.Bs

### 1. 引 言

对傍轴光束的传输变换已进行了深入的理论 和实验研究,并获得了广泛的实际应用[1-5]. 众所周 知,在光线光学中,如果光线与光轴的夹角  $\theta$  足够 小,即 sin  $\theta \approx \theta$ ,则称为傍轴光线<sup>[6]</sup>.严格而言,傍轴 近似成立条件为  $kw_0 \rightarrow \infty$  (k 为波数,  $w_0$  为光束的束 腰宽度)<sup>[7]</sup>.然而,这些都不能定量描述光束的傍轴 性,随着对电磁光束特性和应用研究的进展,近年 来,国内外学者对这一问题做了认真研究.例如, Seshadri 以贝塞尔-高斯光束为例,用 Felsen 方法定 量分析了电磁光束的傍轴质量<sup>[7]</sup>. Vaveliuk 等人使 用傍轴估计量来描述光束的傍轴极限<sup>[8]</sup>. Gawhary 等人在分析文献[7,8]所用方法局限性的基础上, 提出了单色光束傍轴度 P 较为普遍的表达式.0 < P <1,极限情况 P=0,1 分别对应于完全非傍轴和完 全傍轴情况. 在(0,1)范围内, P 值越大, 光束的傍 轴性就越好.根据傍轴度 P 的定义,只需知道源面 处的场分布,就可求出光束的傍轴度,并且避免了 使用傍轴估计量可能导致的非物理结果<sup>[9]</sup>. Zhou 研 究了高斯光束硬边光阑衍射所引起傍轴度的减 小<sup>[10]</sup>.但在以上的工作中都未对影响光束傍轴度变 化的物理原因做进一步的分析.本文以拉盖尔-高斯 (L-G)光束为例,分析光束参数改变和光束传输以 及衍射引起光束傍轴度变化的规律,并对结果给出 合理的物理解释.所得结果深化了对傍轴光束特性 和光束傍轴度定义物理本质的认识.

2. 自由空间中 L-G 光束的傍轴度

柱坐标系下 L-G 光束在 
$$z = 0$$
 面的场分布为<sup>[2]</sup>  
 $E_{n,l}(r,\varphi,0) = \left(\sqrt{2} \frac{r}{w_0}\right)^l L_n^l \left(2 \frac{r^2}{w_0^2}\right)$   
 $\times \exp\left(-\frac{r^2}{w_0^2}\right) \exp(-il\varphi), \quad (1)$ 

式中,*L*<sup>*l*</sup><sub>*n*</sub>(•)为拉盖尔多项式,*n*,*l*分别为径向和角向模指数,*w*<sub>0</sub>是对应基模高斯光束的束腰宽度.

傍轴度的定义为[9]

$$P = \frac{\int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{1/\lambda} |A^{(0)}(\rho,\theta)|^{2} \sqrt{1 - \rho^{2} \lambda^{2} \rho} d\rho d\theta}{\int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{\infty} |A^{(0)}(\rho,\theta)|^{2} \rho d\rho d\theta}, (2)$$

其中, $\rho$ , $\theta$ 为空间频率, $A^{(0)}(\rho,\theta)$ 为源平面处的空间角谱,

$$\begin{split} A^{(0)}(\rho,\theta) &= \int_{0}^{\infty} \int_{0}^{2\pi} f(r,\varphi,0) \\ &\times \exp[-i2\pi r\rho\cos(\theta-\varphi)]r dr d\varphi.(3) \\ &\Re(1) \vec{x} (\chi(3) \vec{x}, \ddot{q} \pm i) \\ &\Re(\rho,\theta) = \pi w_{0}^{2} (-i)^{1} (\sqrt{2}\pi w_{0}\rho)^{1} L_{n}^{1} (2\pi^{2} w_{0}^{2}\rho^{2}) \\ &\times \exp(-\pi^{2} w_{0}^{2}\rho^{2}) \exp(-il\theta). \end{split}$$

<sup>\*</sup>国家自然科学基金(批准号:10874125)资助的课题.

<sup>†</sup>通讯联系人. E-mail: baidalu0@ tom. com

<sup>©2011</sup> 中国物理学会 Chinese Physical Society

因难于得到傍轴度 P 关于 n,l 的一般公式,本 文考虑 n=1 的情况,经直接的积分运算得

$$P = 2^{l} \pi^{\frac{5}{2}+2l} u^{2+2l} \left\{ (1+l) \\ \times \left[ {}_{1}F_{2} \left( 1+l, \frac{5}{2}+l, -2\pi^{2}u^{2} \right) \right. \\ \left. -4\pi^{2}u^{2} {}_{1}F_{2} \left( 2+l, \frac{7}{2}+l, -2\pi^{2}u^{2} \right) \right] \\ \left. +4\pi^{4}u^{4} (2+l) \\ \left. \times {}_{1}F_{2} \left( 3+l, \frac{9}{2}+l, -2\pi^{2}u^{2} \right) \right\},$$
(5)

式中, $u = w_0/\lambda$ , $_1F_2(a, b, z)$ 为合流超几何函数, 且 $_1F_2(a, b, z) = _1F_1(a, b, z)/\Gamma(b)$ , $\Gamma(\cdot)$ 为伽马函数, $_1F_1(a, b, z)$ 为超几何函数,其表达式为<sup>[11]</sup>

$$_{1}F_{1}(a,b,z) = 1 + az/b + \frac{a(a+1)z^{2}}{b(b+1)2!}$$

$$+ \cdots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(a)_{k} z^{k}}{(b)_{k} k!}.$$
 (6)

由(5),(6)式知,当径向模指数一定时,TEM<sub>1,l</sub> L-G 光束的傍轴度与相对束腰宽度  $w_0/\lambda$  和角向模指 数,即拓扑电荷数 l 有关.为分析  $w_0/\lambda$  和 l 对 L-G 光束傍轴度的影响,利用(5),(6)式做了大量的数 值计算,典型例见图(1).图1(a)为傍轴度 P 随 l 和  $w_0/\lambda$  变化的三维图.图1(b)为 $w_0/\lambda$ 取不同值时,P随 l 的变化.由图1可知,随着相对束腰宽度  $w_0/\lambda$ 增大和拓扑电荷数 l 的减小,TEM<sub>1,l</sub> L-G 光束的傍 轴度增大.例如,当 $l=2, w_0/\lambda=1, 1.5, 2, 5$  时,P 分 别为0.858,0.941,0.968,0.981.当 $w_0=2.5\lambda$ ,l取 0,1,3,5 时,光束傍轴度分别为0.988,0.984, 0.975,0.967.即当 $w_0 \ge 2.5\lambda$ 时,P已趋于1(完全 傍轴光束).



图1 (a) P随 l和  $w_0/\lambda$ 变化; (b)  $w_0/\lambda$ 取不同值时, P随 l的变化

目前文献中对光束傍轴度的分析,均以束腰处 为源场来计算光束的傍轴度.现考查 L-G 光束在自 由空间任意 z = const 面处的傍轴度.此时,L-G 光束 的场分布为<sup>[2]</sup>

$$E_{n,l}(r,\varphi,z) = \left(\sqrt{2} \frac{r}{w(z)}\right)^l L_n^l \left(2 \frac{r^2}{w(z)^2}\right)$$
$$\times \exp\left(-\frac{r^2}{w(z)^2}\right)$$

(7)

$$\times \exp\left(-i\left[k\left(z + \frac{r^2}{2R}\right)\right] - (2n + l + 1)\arctan\frac{z}{Z_0}\right]$$
$$\times \exp\left(-il\varphi\right),$$

式中,w(z)和 *R* 分别为对应高斯光束在 *z* 处的束宽 和等相面曲率半径, $Z_0 = \pi w_0^2 / \lambda$  为瑞利长度.

按前述方法, 并取 *n* = 1, 推导出在 *z* 处 TEM<sub>1,*l*</sub> L-G 光束的傍轴度为

$$P = 2^{l} \pi^{\frac{5}{2}+2l} u^{2+2l} \left\{ (1+l) \left[ {}_{1}F_{2} \left( 1+l, \frac{5}{2}+l, -2\pi^{2}u^{2} \right) \right. \right. \\ \left. -4\pi^{2} u_{1}^{2}F_{2} \left( 2+l, \frac{7}{2}+l, -2\pi^{2}u^{2} \right) \left. \right] \\ \left. +4\pi^{4} u^{4} (2+l) {}_{1}F_{2} \left( 3+l, \frac{9}{2}+l, -2\pi^{2}u^{2} \right) \right\} .(8)$$

(8)式与(5)式完全相同,于是,我们证明了 L-G 光束的傍轴度与计算参考面 z 的位置无关.

#### 3. 聚焦 L-G 光束的傍轴度

设焦距为*f*的薄透镜位于 *z* = 0 处. 因焦移的存 在<sup>[12]</sup>,聚焦 L-G 光束的束腰并不在透镜的几何焦面 上,而存在 Δ*z* 的移动. Δ*z* 与 *n*,*l* 无关, 为<sup>[13]</sup>

$$\frac{\Delta z}{f} = -\frac{1}{1+\pi^2 N_G^2},\tag{9}$$

式中,  $N_{\rm c} = w_0^2 / (\lambda f)$ , 为对应基模高斯光束的菲涅 耳数.

使用 Collins 公式直接积分得到聚焦 L-G 光束 在实际焦面 *z* = *f* + Δ*z* 处的场分布

$$\begin{split} E_{n,l}(r,\varphi,z) &= \exp(-\mathrm{i}kz) \left( -\frac{\Delta z}{f} + \frac{z}{q_0} \right)^{-l-n-1} \\ &\times \left( -\frac{\Delta z}{f} - \frac{z}{q_0} \right)^n \left[ \left( \frac{\Delta z}{f} \right)^2 - \left( \frac{z}{q_0} \right)^2 \right]^{l/2} \\ &\times \left( \sqrt{2} \frac{r}{w(z)} \right)^l L_n^l \left( 2 \frac{r^2}{w^2(z)} \right) \\ &\times \exp\left( -\frac{\mathrm{i}k}{2q(z)} r^2 \right) \exp(-\mathrm{i}l\varphi) , (10) \end{split}$$

式中,q(z), $q_0$ 是对应基模高斯光束的q, $q_0$ 参数,且 服从 ABCD 定律<sup>[2]</sup>.n = 1时,将(9),(10)式代入 (2),(3)式得聚焦后 TEM<sub>1,1</sub>L-G 光束在实际焦面处 的傍轴度

$$\begin{split} P &= \Big\{ 2^s \pi^{5/2+2l} (1+l) \Big( \frac{u^2 v^2}{\pi^2 u^4 + v^2} \Big)^{1+l} \\ &\times (\pi^4 u^8 + \pi^2 u^4 v^2 - v^4)^2 \Gamma(1+l) \Big\{ (1+l) \end{split}$$

$$\times {}_{1}F_{1}\left(1+l,\frac{5}{2}+l,-\frac{2\pi^{2}u^{2}v^{2}}{\pi^{2}u^{4}+v^{2}}\right)$$

$$+ \frac{8\pi^{2}u^{2}v^{4}}{(5+2l)(\pi^{4}u^{8}+\pi^{2}u^{4}v^{2}-v^{4})^{2}}$$

$$\times \Gamma\left(\frac{7}{2}+l\right)\left[(1+l)(\pi^{4}u^{8}+\pi^{2}u^{4}v^{2}-v^{4})$$

$$\times {}_{1}F_{2}\left(2+l,\frac{7}{2}+l,-\frac{2\pi^{2}u^{2}v^{2}}{\pi^{2}u^{4}+v^{2}}\right)$$

$$+ \pi^{2}u^{2}v^{4}(2+l)$$

$$\times {}_{1}F_{2}\left(3+l,\frac{9}{2}+l,-\frac{2\pi^{2}u^{2}v^{2}}{\pi^{2}u^{4}+v^{2}}\right)\left]\right\}$$

$$/\left\{\left[\pi^{8}(1+l)u^{16}+4\pi^{6}(1+l)u^{12}v^{2}$$

$$+ \pi^{4}(5+4l)u^{8}v^{4}+2\pi^{2}u^{4}v^{6}+v^{8}\right]$$

$$\times \Gamma(2+l)\Gamma\left(\frac{5}{2}+l\right)\right\}, \qquad (11)$$

式中, $v = f/\lambda$ .由(11)式知,TEM<sub>1,l</sub> L-G 光束的傍轴 度 P 与相对束腰宽度  $w_0/\lambda$ ,相对焦距  $f/\lambda$  和拓扑电 荷数 l 有关.在计算中为了能满足 Collins 公式的使 用条件和实现透镜有效的聚焦作用, $w_0/\lambda$ ,  $f/\lambda$  的 取值远大于波长.数值计算例见图 2,图 2(a)为  $l = 2, w_0/\lambda$ 取不同值时,P 随  $f/\lambda$ 的变化.图 2(b)为  $f/\lambda$  $\lambda = 1000, w_0/\lambda$ 取不同值时,P 随 l的变化.由图 2



图 2 (a) w<sub>0</sub>/λ 取不同值时, P 随 f/λ 的变化; (b) w<sub>0</sub>/λ 取不同 值时, P 随 l 的变化

知,聚焦 TEM<sub>1,*l*</sub> L-G 光束的傍轴度随相对束腰宽度  $w_0/\lambda$  的减小,相对焦距  $f/\lambda$  的增大和拓扑电荷数 *l* 的减小而增大.例如,当  $l = 2, f/\lambda = 4000, w_0/\lambda =$ 400,600,800 时,*P* 分别为0.992,0.983,0.969.当 *l*  $= 2, w_0/\lambda = 800, f/\lambda = 1000, 1500, 2000, 3000$  时,*P* 分别为 0.359,0.734,0.867,0.945.当  $f/\lambda = 1000,$  $w_0/\lambda = 600, l = 1, 2, 3, 4$  时,*P* 分别为 0.778,0.642, 0.469,0.356.

#### 4. 软边光阑

以置于 z = 0 处,振幅透过率为  $T(r) = \exp(-r^2/\sigma_0^2)$  的高斯光阑为例( $\sigma_0$  为高斯光阑半宽度),L-G 光束通过光阑后的场为

$$E_{n,l}(r,\varphi,0) = \left(\sqrt{2} \frac{r}{w_0}\right)^l L_n^l \left(2 \frac{r^2}{w_0^2}\right)$$
$$\times \exp\left(-\frac{r^2}{w_0^2}\right) \exp\left(-il\varphi\right) \exp\left(-\frac{r^2}{\sigma^2}\right). \quad (12)$$

取 n = 1,推导出经过高斯光阑后 TEM<sub>1,1</sub>L-G 光束的 傍轴度为

$$P = \frac{1}{(1+s)u^{4} + \sigma^{4}} 2^{l} \pi^{\frac{5}{2}+2l} \times (u^{2} - \sigma^{2})^{2} \left(\frac{u^{2}\sigma}{u^{2} + \sigma^{2}}\right)^{1+l} \times \left\{ (1+l)_{1}F_{2}\left(1+l,\frac{5}{2}+l,-\frac{2\pi^{2}u^{2}\sigma}{u^{2} + \sigma^{2}}\right) + \frac{1}{(u^{4} - \sigma^{4})^{2}} 4\pi^{2}u^{2}\sigma \left[ (1+l)(u^{4} - \sigma^{4}) \times {}_{1}F_{2}\left(2+l,\frac{7}{2}+l,-\frac{2\pi^{2}u^{2}\sigma}{u^{2} + \sigma^{2}}\right) + \pi^{2}(2+l)u^{2}\sigma \times {}_{1}F_{2}\left(3+l,\frac{9}{2}+l,-\frac{2\pi^{2}u^{2}\sigma}{u^{2} + \sigma^{2}}\right) \right] \right\}, \quad (13)$$

式中, $\sigma = \sigma_0/\lambda$ .由(13)式知,通过高斯光阑后 TEM<sub>1,1</sub>L-G光束的傍轴度与相对束腰宽度 $w_0/\lambda$ 和 相对高斯光阑宽度 $\sigma_0/\lambda$ 有关.图3为 $l=2,w_0/\lambda$ 取 不同值时,P随 $\sigma_0/\lambda$ 的变化.由图3知,随着相对束 腰宽度 $w_0/\lambda$ 的增大和相对高斯光阑宽度 $\sigma_0/\lambda$ 的 增大,TEM<sub>1,2</sub>L-G光束的傍轴度P增大.例如,当  $w_0/\lambda = 5, \sigma_0/\lambda = 0.8, 1, 1.5, 2, 4$ 时,P分别为 0.863,0.914, 0.960,0.975,0.991.



图 3  $w_0/\lambda$  取不同值时, P 随  $\sigma_0/\lambda$  的变化

#### 5. 物理解释

在光线光学中对傍轴光线定义的物理实质是 光线不能远离传输轴而发散.而在激光光学中<sup>[2,14]</sup>, 激光束的远场发散角正是表征光束发散程度的物 理量,光束的远场发散角 $\theta_r$ 与光束傍轴度 P 存在必 然的关系,因此可以用 $\theta_r$ 对P 的变化规律做出合理 的物理解释.使用 Siegman 的标准方法<sup>[15]</sup>可推导出 上述各种情况下由二阶矩定义 TEM<sub>1,1</sub> L-G 光束的远 场发散角. 经直接的积分运算得

$$\begin{aligned} \theta_{\rm r} &= \frac{1}{\pi u} \sqrt{3 + l}, \qquad (\dot{\rm h} \dot{\rm h} \dot{\rm s} \dot{\rm e}), \end{aligned} \tag{14} \\ \theta_{\rm r} &= \frac{1}{\pi u v} \\ &\times \sqrt{\frac{(\pi^2 u^4 + v^2) \left[ (1 + l)^2 \pi^8 u^{16} + 2(1 + l) (3 + 2l) \pi^6 u^{12} v^2 + (13 + 15l + 4l^2) \pi^4 u^8 v^4 + (10 + 6l) \pi^2 u^4 v^6 + (3 + l) v^8 \right]}{\left[ (1 + l) \pi^8 u^{16} + (4l + 4) \pi^6 u^{12} v^2 + (5 + 4l) \pi^4 u^8 v^4 + 2\pi^2 u^4 v^4 + v^8 \right]} \\ &\qquad (\dot{\mathcal{B}} \dot{\rm f} \dot{\rm g} \dot{\rm g}), \qquad (15) \\ \theta_{\rm r} &= \frac{1}{\pi \sigma u} \sqrt{\frac{(\sigma^2 + u^2) \left[ (3 + l) \sigma^4 + 2(1 + l) \sigma^2 u^2 + (1 + l)^2 u^4 \right]}{\sigma^4 + (1 + l) u^4}}, \qquad (\ddot{\rm a} \dot{\rm h} \dot{\rm h} \dot{\rm h}), \qquad (16) \end{aligned}$$

用(14)—(16)式做数值计算,结果见图 4—6.图 4 为当  $w_0/\lambda$  取不同值时,自由空间中 TEM<sub>1,l</sub> L-G 光 束的远场发散角  $\theta_r$  随 *l* 的变化.图 5(a)为  $f/\lambda$  取不 同值时,聚焦 TEM<sub>1,2</sub> L-G 光束的远场发散角  $\theta_r$  随  $w_0/\lambda$  的变化.图 5(b)为  $f/\lambda = 1000, w_0/\lambda$  取不同值 时,聚焦 TEM<sub>1l</sub> L-G 光束的  $\theta_r$  随 *l* 的变化.图 6 为经 过高斯光阑后的 TEM<sub>1,2</sub> L-G 光束的远场发散角  $\theta_r$ 随  $\sigma_0/\lambda$  的变化.



图 4 w<sub>0</sub>/λ 取不同值时,自由空间中 TEM<sub>1,1</sub> L-G 光束的远场发 散角 θ<sub>r</sub> 随 *l* 的变化

由图可知,在自由空间中,L-G 光束的远场发散 角随相对束腰宽度  $w_0/\lambda$  的增大,拓扑电荷数 *l* 的减 小而减小.聚焦 L-G 光束的远场发散角随相对束腰 宽度  $w_0/\lambda$  的减小,相对焦距  $f/\lambda$  的增大和拓扑电荷 数 *l* 的减小而减小.经过高斯光阑后,L-G 光束的远 场发散角随相对束腰宽度  $w_0/\lambda$  的减小和相对高斯 光阑宽度  $\sigma_0/\lambda$  的减小而增大.其中图 4,6 与图 5 (b)中  $\theta_r$  随  $w_0/\lambda$  的改变有不同变化规律,可以从 (14)—(16)式直接得到解释,由(14),(16)式知,  $\partial\theta_r/\partial u < 0$ ,而在文中取值范围内,由(15)式知,  $\partial\theta_r/\partial u > 0$ .因此,图 4,6 中  $\theta_r$  是  $w_0/\lambda$  的减函数, 而图 5(b)中  $\theta_r$  是  $w_0/\lambda$  的增函数.

由直观的物理分析知,远场发散角的减小(增大)将导致光束傍轴度的增大(减小).因此在自由空间中,L-G光束的傍轴度随相对束腰宽度  $w_0/\lambda$  的增大,拓扑电荷数 l 的减小而增大.经过透镜聚焦后,L-G光束的远场发散角随相对束腰宽度  $w_0/\lambda$  的减小,相对焦距  $f/\lambda$  的增大,拓扑电荷数 l 的减小而增大.经过高斯光阑后,L-G光束的傍轴度随相对束腰宽度  $w_0/\lambda$  的减小,相对高斯光阑宽度  $\sigma_0/\lambda$  的减小而减小.此外,在自由空间传输时,光束的远场发散角与传输距离 z 无关,因此光束傍轴度与计算参考面位置无关.这些都与第4节所得结果一致.



图 5 (a)  $f/\lambda$  取不同值时,聚焦 TEM<sub>1,2</sub> L-G 光束远场发散角  $\theta_r$  随  $w_0/\lambda$  的变化; (b)  $w_0/\lambda$  取不同值时,聚焦 TEM<sub>1,l</sub> L-G 光束 远场发散角  $\theta_r$  随 l 的变化



图 6  $w_0/\lambda$  取不同值时,经过高斯光阑后 TEM<sub>1,2</sub> L-G 光束的远场发散角  $\theta_r$  随  $\sigma_0/\lambda$  的变化

#### 6. 结 论

本文从单色光束傍轴度的定义出发,以 L-G 光 束为例,推导出 n = 1,L-G 光束在自由空间中,经薄 透镜聚焦和高斯光阑衍射后傍轴度的解析表达式, 对角向模指数(拓扑电荷数)*l* 和相对束腰宽度w<sub>0</sub>/λ 改变,自由空间传输,以及透镜聚焦和高斯光阑衍 射引起傍轴度的变化做了详细的计算和物理分析, 所得主要结果可归纳为:1)光束参数改变会引起傍 轴度的变化.例如 L-G 光束的模指数(拓扑电荷数) 的减小和相对束腰宽度  $w_0/\lambda$  的增大会引起傍轴度 的增大.2)光束傍轴度在自由空间传输时不变,这 意味着在源(z=0)处和在任意传输面 z处计算出的 光束傍轴度相同.3)通过傍轴 ABCD 光学系统时, 光束傍轴度可能发生变化.例如聚焦 L-G 光束的傍 轴度 P随相对焦距 $f/\lambda$ 的增大而增大.这表明,与光 束传输因子( $M^2$  因子<sup>[14]</sup>)不同,P 不是一个传输不 变量,而  $M^2$  因子在自由空间和通过傍轴 ABCD 光 度的改变.文中以软边光阑为例做了分析,说明随 着光阑宽度的减小,光束傍轴度减小.对软边高斯 光阑也可理解为高斯光阑减小了对应高斯光束的 有效束腰宽度,从而导致 P 的减小.对硬边光阑衍 射可做类似处理,结论相同.5)远场发散角是表征 光束发散程度的物理量,直观的物理分析知,光束 远场发散角的增大(减小)应当对应于傍轴度的减 小(增大).因此,光束傍轴度的变化可统一用远场 发散角的变化规律给出合理的物理解释.与远场发 散角相比较,光束傍轴度更能定量地描述和比较光 束的傍轴性.

- Marcuse D 1982 Light Transmission optics 2nd ed. (New York: Van Nostrand Reinhold Company Inc)
- [2] Siegman A E 1986 Lasers (Mill Valley: University Science books)
- [3] Zhao Y Z, Sun H Y, Song F H, Tang L M, Wu W W, Zhang X, Guo H C 2008 Acta Phys. Sin. 57 2284(in Chinese) [赵延仲、 孙华燕、宋丰华、唐黎明、吴伟伟、张 曦、郭惠超 2008 物理 学报 57 2284]
- [4] Le Z C, Zhang M, Dong W, Quan B S, Liu W, LIU K. 2010 Acta Phys. Sin. 59 6284(in Chinese) [乐孜纯、张 明、董 文、全 必胜、刘 魏、刘 恺 2010 物理学报 59 6284]
- [5] Liu B, Jin W Q, Dong L Q 2008 Acta Phys. Sin. 57 5578 (in Chinese) [刘 斌、金伟其、董立泉 2008 物理学报 57 5578]
- [6] Born M, Wolf E 1999 Principles of optics seventh ed.

(Cambridge: Cambridge university Press)

- [7] Seshadri S R 2005 Appl. Opt. 45 5335
- [8] Vaveliuk P, Ruiz B, Lencian A 2007 Opt. Lett. 32 927
- [9] Gawhary O E, Severini S 2008 Opt. Lett. 33 1360
- $\left[ \ 10 \ \right]$   $\$  Zhou G Q 2009 Opt. Express.  $17\ 8417$
- [11] Gradshteyn I S, Ryzhik I M 2007 Table of Integrals, Series, and Products seventh ed. (New York: Academic Press)
- [12] Li Y, Wolf E 1981 Optics communications **39** 211
- [13] Wang X G, Lü B D 1996 Laser Technology 20 185[王喜庆、吕 百达 1996 激光技术 20 185]
- [14] Lü B D 2003 Laser optics 3rd ed (Beijing: Higher Education Press)[吕百达 2003 激光光学第三版(北京:高等教育出版 社)]
- [15] Siegman A E 1990 SPIE 1224 2

# Changes in the degree of paraxiality for Laguerre-Gaussian beams \*

Cui Xue-Cai Lian Xiao-Xu Lü Bai-Da<sup>†</sup>

(Institute of Laser Physics & Chemistry, Sichuan university, Chengdu 610064, China)
 (Received 13 September 2010; revised manuscript received 6 December 2010)

#### Abstract

Taking the Laguerre-Gaussian (L-G) beam for example, the changes in the degree of paraxiality for monochromatic beams are studied in detail. It is shown that the beam parameters, including mode indiex, relative waist width, propagation through a paraxial ABCD optical system, and diffraction by an aperture may change the degree of paraxiality. But the degree of paraxiality remains unchanged in free-space propagation. The results are illustrated by numerical examples and interpreted in physics by relating the degree of beam paraxiality with the far-field divergence angle.

Keywords: degree of paraxiality, far-field divergence angle, Laguerre-Gaussian (L-G) beam PACS: 42.25.-p, 42.25. Fx, 42.25. Bs

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10874125).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: baidalu0@ tom. com