

# 一类输出耦合时延复杂动态网络故障诊断研究\*

赵岩岩<sup>†</sup> 蒋国平

(南京邮电大学自动化学院, 南京 210003)

(2010年12月23日收到; 2011年3月10日收到修改稿)

文章针对一类输出耦合时延复杂动态网络模型, 考虑节点动力学参数未知的情况, 基于网络外部同步思想, 提出一种对该类复杂动态网络进行故障诊断的方法. 利用节点的输出变量作为反馈变量设计控制器, 根据 Lyapunov 稳定性理论, 推导网络达到外部同步的条件. 该方法可以实时监控时延网络拓扑结构的变化情况, 对网络进行故障诊断. 通过仿真验证本文方法的有效性.

**关键词:** 复杂动态网络, 时延, 故障诊断, 节点参数

**PACS:** 02.30.Yy

## 1. 引言

复杂动态网络在自然界和人类社会中随处可见, 例如 Internet, 公共交通网络, 神经网络和食物链网络等<sup>[1-4]</sup>. 网络拓扑结构有着重要作用, 是网络控制的关键. 现实的复杂动态网络中, 节点动力学参数往往是未知的, 并且节点与节点之间的耦合普遍存在着时延<sup>[5]</sup>. 辨识该类复杂网络的拓扑结构, 监控拓扑结构变化具有相当重要的意义.

网络拓扑故障诊断是基于复杂网络外部同步而进行的研究, 引入控制论中经典的状态观测器方法诊断网络故障. 现有的复杂动态网络故障诊断或拓扑辨识的研究中, 大多数基于节点状态耦合的复杂动态网络模型. 文献[6-8]基于节点状态耦合的一般复杂动态网络模型, 利用网络中节点的状态变量设计观测器, 监控网络拓扑结构的变化情况; 文献[9]将观测器方法推广到一般的节点状态耦合的时延网络. 文献[10]提出一种同时辨识并监控时延网络拓扑结构和节点未知参数的方法. 文献[11]提出一种节点输出耦合的复杂动态网络模型, 该网络模型通过节点的输出变量进行线性耦合, 网络结构较为简单实用. 文献[12]进一步研究了此类网络模型, 实现了通过标量信息, 控制网络中的部分节点,

使得两个网络达到外部同步. 文献[13]仅仅考虑输出耦合模型存在时延情况, 提出一种利用网络中可测的输出变量设计观测器, 实时监控网络拓扑结构变化的方法. 文献[14]做了进一步的研究, 提出一种精确辨识网络拓扑结构的方法, 并针对一般输出线性耦合和节点状态线性耦合两种模型给予了充分证明.

本文针对一类节点输出耦合的复杂动态网络模型, 同时考虑网络节点参数未知和网络存在时延两种情况, 基于网络外部同步理论和自适应反馈控制方法, 提出此类复杂动态网络故障诊断的方法. 把待诊断的网络看成驱动网络, 构造响应网络, 利用节点输出变量作为反馈来设计控制器, 根据 Lyapunov 稳定性理论推导网络达到外部同步时控制器需满足的条件, 进而对待诊断网络的拓扑结构变化进行实时监控, 达到故障诊断的目的.

## 2. 输出耦合时延复杂动态网络模型

考虑一个含有相同节点的复杂动态网络, 节点个数为  $N$ , 假设节点的动力学方程满足式  $\dot{x} = \tilde{f}(x)$ , 其中该网络通过节点输出变量进行耦合, 其模型如下式<sup>[11]</sup>:

\* 国家自然科学基金(批准号:60874091)、江苏省“六大人才高峰”高层次人才计划项目(批准号: SJ209006)、江苏省自然科学基金(批准号: SBK2010526)和高等学校博士学科点专项科研基金(批准号: 20103223110003)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: zhaoyan\_055@sohu.com

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= \bar{f}(x_i) + \sum_{j=1}^N c_{ij} Ly_j, \\ y_i &= Hx_i. \end{aligned} \quad (1)$$

其中,节点  $i$  的状态变量  $x_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}]^T, L = [l_1, l_2, \dots, l_n]^T$  是网络内部耦合增益向量;节点输出耦合向量  $H = [h_1, h_2, \dots, h_n]$ ;拓扑矩阵  $C = (c_{ij})_{N \times N}$  用来表征网络耦合强度和拓扑结构. 如果节点  $i$  与节点  $j$  连接,则  $c_{ij} = c_{ji} > 0$ , 否则  $c_{ij} = c_{ji} = 0$  且  $c_{ii} = -\sum_{j=1, j \neq i}^N c_{ij}, i = 1, 2, \dots, N$ . 显然网络中不存在孤立节点时,拓扑矩阵  $C$  是对称且不可简约的.

本文在模型(1)的基础上考虑时延存在并且节点动力学含有未知参数的情况,假设网络中任意一对节点之间的时延函数为  $\tau(t)$ , 则输出耦合时延复杂动态网络模型可以写为

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) &= \bar{f}(t, \alpha, x_i(t)) + \sum_{j=1}^N c_{ij} Ly_j(t - \tau(t)), \\ y_i(t) &= Hx_i(t). \end{aligned} \quad (2)$$

网络模型(2)中每个节点的动力学方程  $\dot{x}(t) = \bar{f}(t, \alpha, x(t))$  可以改写为如下形式:

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t)) + F(t, x(t))\alpha. \quad (3)$$

其中,  $x(t) \in R^n$  是节点的状态向量,  $f(t, x(t))$  是  $n \times 1$  矩阵,  $F(t, x(t))$  是  $n \times m$  矩阵并且满足  $F_{ij}(x) \in L_\infty, \alpha \in R^m$  是节点未知参数向量.

需要指出,相对于状态耦合的复杂动态网络模型,通过节点输出变量进行线性耦合的复杂动态网络模型在现实工程中实现更为简单.

### 3. 时延复杂动态网络的故障诊断

在输出耦合时延复杂动态网络模型(2)中,  $C$  表征网络拓扑结构. 为了对网络(2)进行故障诊断, 首先引入一些有用的假设.

**假设 1(A1)** 在时延复杂动态网络模型(2)的表达式中,对于  $\bar{f}(t, \alpha, x(t)) = f(t, x(t)) + F(t, x(t))\alpha$ , 假设存在一个非负数  $\eta$ , 满足不等式

$$\begin{aligned} &\| \bar{f}(t, \alpha, x(t)) - \bar{f}(t, \alpha, y(t)) \| \\ &\leq \eta \| x(t) - y(t) \|. \end{aligned}$$

其中,  $x(t), y(t)$  表示任意时变  $n$  维向量,  $\| \cdot \|$  表示范数.

**假设 2(A2)** 对于时延函数  $\tau(t)$ , 假设存在数  $\varepsilon$ , 满足不等式

$$0 \leq \dot{\tau}(t) \leq \varepsilon < 1.$$

其中,  $\varepsilon$  是一个小于 1 的正数.

**引理 1(L1)** 对于任意一对矢量  $x, y \in R^n$ , 总有以下不等式成立:

$$2x^T y \leq x^T Q x + y^T Q^{-1} y.$$

其中,  $Q \in R^{n \times n}$  为正定矩阵<sup>[9]</sup>.

基于 A1 和 A2, 对于节点个数为  $N$  的复杂动态网络模型(2), 设计如下形式的响应网络:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_i(t) &= \bar{f}(t, \hat{\alpha}, \hat{x}_i(t)) \\ &+ \sum_{j=1}^N \hat{c}_{ij} L \hat{y}_j(t - \tau(t)) - u_i(t), \\ u_i(t) &= k_i B(\hat{y}_i(t) - y_i(t)), \\ \dot{\hat{c}}_{ij} &= -e_i^T(t) L \hat{y}_j(t - \tau(t)), \\ \dot{\hat{\alpha}} &= -\sum_{i=1}^N F^T(t, \hat{x}_i(t)) e_i(t). \end{aligned} \quad (4)$$

其中,  $\hat{x}_i(t) = [\hat{x}_{i1}(t), \hat{x}_{i2}(t), \dots, \hat{x}_{in}(t)]^T \in R^n$  表示响应网络中节点  $i$  的状态变量, 节点  $i$  的输出变量为  $\hat{y}_i(t) = H\hat{x}_i(t)$ ,  $\hat{\alpha}$  是  $\alpha$  的估计值,  $u_i(t)$  为对节点所施加的控制器,  $B \in R^n$  为增益向量, 反馈增益系数  $k_i$  的大小可以由定理求出,  $i = 1, 2, \dots, N$ .  $\hat{c}_{ij}$  是网络(2)中拓扑结构  $c_{ij}$  的估计值, 即可以通过监控  $\hat{c}_{ij}$  来判断复杂动态网络节点  $i$  与节点  $j$  之间的连接是否发生故障. 定义状态误差为  $e_i(t) = \hat{x}_i(t) - x_i(t)$ , 拓扑误差为  $\tilde{c}_{ij} = \hat{c}_{ij} - c_{ij}$ , 节点参数误差为  $\tilde{\alpha} = \hat{\alpha} - \alpha$ .

**定理 1(T1)** 假设 A1 和 A2 成立, 则存在适合的  $k_i$ , 使时延复杂动态网络(2)的拓扑结构  $C = (c_{ij})_{N \times N}$  可以由网络(4)中的矩阵  $\hat{C} = (\hat{c}_{ij})_{N \times N}$  进行实时监控.

证明:用(4)式减去(2)式, 可以得到误差系统形式如下:

$$\begin{aligned} \dot{e}_i(t) &= \bar{f}(t, \alpha, \hat{x}_i(t)) - \bar{f}(t, \alpha, x_i(t)) \\ &+ \sum_{j=1}^N \hat{c}_{ij} L \hat{y}_j(t - \tau(t)) \\ &- \sum_{j=1}^N c_{ij} Ly_j(t - \tau(t)) - u_i(t). \end{aligned} \quad (5)$$

由于假设 A1 成立, 我们可以得到下式:

$$\begin{aligned} &\| \bar{f}(t, \alpha, \hat{x}_i(t)) - \bar{f}(t, \alpha, x_i(t)) \| \\ &\leq \eta \| e_i(t) \|, \quad i = 1, 2, \dots, N. \end{aligned}$$

考虑如下形式的李雅普诺夫函数:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N e_i^T(t) e_i(t) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \tilde{c}_{ij}^2 \\ &+ \frac{1}{2(1-\varepsilon)} \int_{t-\tau(t)}^t \sum_{i=1}^N e_i^T(\theta) e_i(\theta) d\theta \end{aligned}$$

$$+ \frac{1}{2} \tilde{\alpha}^T \tilde{\alpha}. \quad (6)$$

对  $V$  求导,可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sum_{i=1}^N e_i^T(t) \dot{e}_i(t) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \tilde{c}_{ij} \dot{\tilde{c}}_{ij} \\ &+ \frac{1}{2(1-\varepsilon)} \sum_{i=1}^N e_i^T(t) e_i(t) \\ &- \frac{1-\dot{\tau}(t)}{2(1-\varepsilon)} \sum_{i=1}^N e_i^T(t-\tau(t)) e_i(t-\tau(t)) + \tilde{\alpha}^T \dot{\tilde{\alpha}} \\ &\leq \sum_{i=1}^N \eta \|e_i(t)\|^2 - \sum_{i=1}^N e_i^T(t) k_i H e_i(t) \\ &+ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N e_i^T(t) c_{ij} L y_j(t-\tau(t)) \\ &+ \frac{1}{2(1-\varepsilon)} \sum_{i=1}^N e_i^T(t) e_i(t) \\ &- \frac{1-\dot{\tau}(t)}{2(1-\varepsilon)} \sum_{i=1}^N e_i^T(t-\tau(t)) e_i(t-\tau(t)) \\ &\leq \left( \eta - H k_i + \frac{1}{2(1-\varepsilon)} \right) e^T(t) e(t) \\ &+ \frac{1}{2} e^T(t) D D^T e(t) \\ &+ \frac{1}{2} e^T(t-\tau(t)) e(t-\tau(t)) \\ &- \frac{1-\dot{\tau}(t)}{2(1-\varepsilon)} \sum_{i=1}^N e_i^T(t-\tau(t)) e_i(t-\tau(t)). \quad (7) \end{aligned}$$

其中,  $e(t) = [e_1(t), e_2(t), \dots, e_N(t)]^T$ ,  $D = C \otimes LH = HLC$ . 由 A2,可以得到  $\frac{1-\dot{\tau}(t)}{2(1-\varepsilon)} \leq \frac{1}{2}$ , (7) 式可以变为

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq \left( \eta - \min(Hk_i) + \frac{1}{2(1-\varepsilon)} \right. \\ &\left. + \lambda_{\max} \left( \frac{1}{2} D D^T \right) \right) e^T(t) e(t). \end{aligned}$$

其中,  $\lambda_{\max} \left( \frac{1}{2} D D^T \right)$  表示矩阵  $\frac{1}{2} D D^T$  的最大特征值,  $\min(Hk_i)$  表示所有  $Hk_i$  值中的最小值. 当  $\min(Hk_i) \geq \eta + \frac{1}{2(1-\varepsilon)} + \lambda_{\max} \left( \frac{1}{2} D D^T \right) + 1$  时,可以推出  $\dot{V} \leq -e^T(t) e(t)$ , 保证  $\lim_{t \rightarrow +\infty} \|e(t)\| = 0$ . 根据李雅普诺夫稳定性定理,  $M = \{e_i = 0, \dot{c}_{ij} = 0, i, j = 1, 2, \dots, N\}$  是  $M' = \{\dot{V} = 0\}$  对于误差系统(5)的不变形式.

根据泛函微分方程不变原理<sup>[7,9]</sup>, 选择任意初始值, 误差系统轨迹最终渐进收敛为  $M$ , 即当

$\lim_{t \rightarrow +\infty} e_i(t) = 0, i = 1, 2, \dots, N$  时,  $\lim_{t \rightarrow +\infty} \tilde{c}_{ij}$  均趋向于常数. 所以, 驱动网络和响应网络达到外部同步时, 监控  $\hat{c}_{ij}$  可以实时反映  $c_{ij}$  的变化, 从而诊断时延网络节点连接是否发生故障.

#### 4. 数值仿真

建立一个如图 1 所示的网络, 节点用 Lorenz 系统表征, 动力学方程为

$$\bar{f}(x) = \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a & a & 0 \\ c & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -x_1 x_3 \\ x_1 x_2 \end{pmatrix}.$$

该式可以变换为

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -x_1 x_3 - x_2 \\ x_1 x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -x_1 + x_2 & 0 & 0 \\ 0 & x_1 & 0 \\ 0 & 0 & -x_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ c \\ b \end{pmatrix} = f(x) + F(x)\alpha. \quad (8)$$

其中  $a, b, c$  是系统参数, 取  $a = 16, c = 4, b = 45$ , 节点(8)出现混沌状态,  $x_1$  的动态特性如图 2 所示. 此时, 系统具有一个混沌吸引子, 且此混沌吸引子在一定范围内是有界的. 故此系统的任意两个节点  $x_i$  和  $x_j$ , 存在一个非负常数  $\eta_1$ , 满足  $\|f(x_i) - f(x_j)\| \leq 2\eta_1 \|x_i - x_j\|$ . 可见, 此时的 Lorenz 系统满足假设 A1.

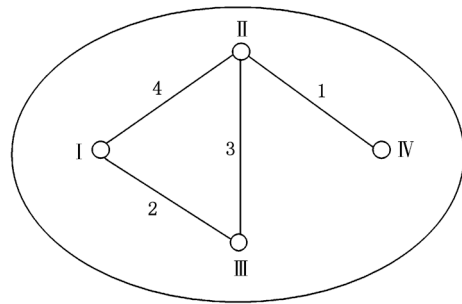


图 1 含 4 个节点的有权网络

将(2)式作为驱动网络, 各参数为  $H = [1 \ 0 \ 0], L = [1 \ 1 \ 1]^T, \alpha = [16 \ 4 \ 45], C = (c_{ij})_{4 \times 4} = \begin{bmatrix} -6 & 4 & 2 & 0 \\ 4 & -8 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & -5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ . 按照(4)式设计响应网络, 为了简便将时延函数设为  $\tau(t) = 1$ ,

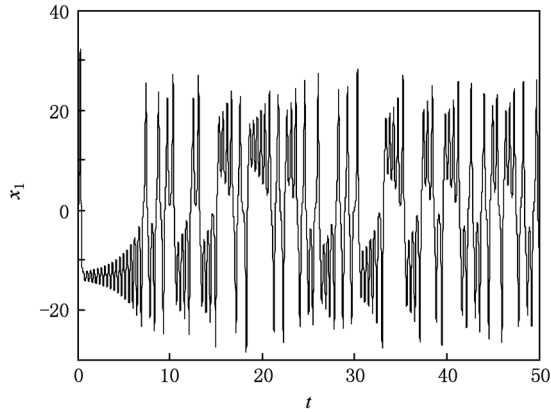


图2 Lorenz 系统状态变量  $x_1$  动态特性

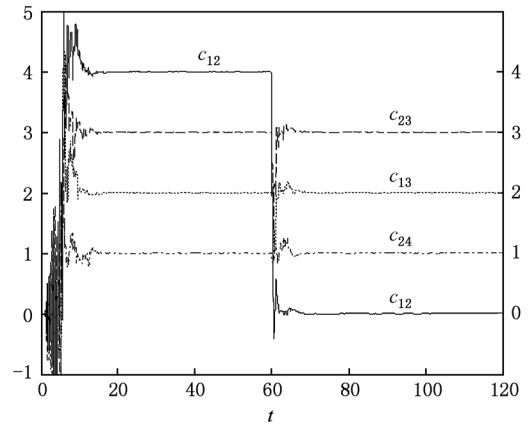


图3 网络拓扑结构监控图

其他各参数设置为:  $B = [1 \ 1 \ 1]^T, k_i = 100,$   
 $x_1(0) = [0.2 \ 0 \ 0]^T, x_2(0) = [0.5 \ 0 \ 0]^T,$   
 $x_3(0) = [0.3 \ 0 \ 0]^T, x_4(0) = [0.7 \ 0 \ 0]^T,$   
 $\hat{x}_i(0) = [0 \ 0 \ 0]^T, \hat{\alpha}(0) = [0 \ 0 \ 0]^T, 1 \leq i \leq 4.$

为了验证该方法可以诊断出时延网络模型(2)的拓扑结构变化,实时监控网络变化,仿真中在  $t = 60$  处,断开节点 I 和节点 II 的连接. 对系统进行仿真,结果如图 3,图 4 所示.

图 3 显示了网络中 4 个节点之间连接变化情况,可以看出  $t = 60$  处节点 I 和节点 II 的连接权重发生了变化,说明此时节点 I 和节点 II 的连接出现了故障. 图 4 显示了对应节点的输出误差变化情况,可以明显看出通过对节点施加控制器,输出误差趋于零,即所设计的响应网络与原网络达到外部同步,所设计的响应网络可以对原网络的拓扑结构进行实时监控.

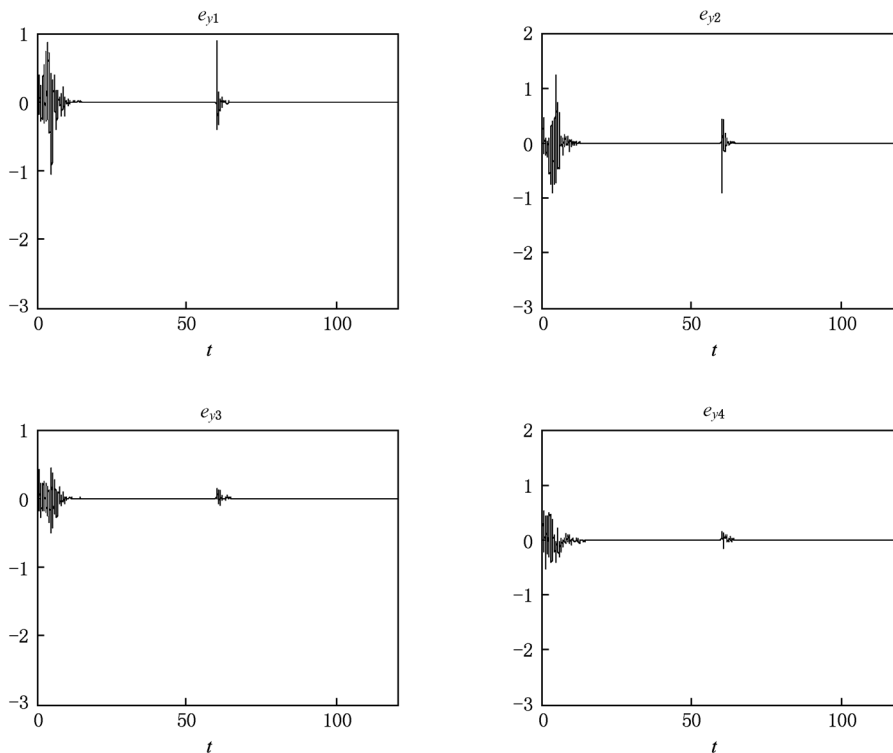


图4 网络对应节点输出误差

## 5. 结 论

本文针对一类输出耦合复杂动态网络模型,同时考虑网络中节点耦合存在时延及节点参数未知两种情况,基于网络外部同步思想,提出了一种实时监控网络拓扑结构变化进行故障诊断的方法. 根

据原网络构建响应网络,利用网络节点的输出变量(标量)设计控制器,基于李雅普诺夫稳定性定理得到响应网络和原网络达到外部同步时控制器满足的条件,进而实时地监控网络拓扑结构的变化,达到网络故障诊断的效果. 最后,通过具体实例的仿真实验说明了本文方法的有效性.

- 
- [1] Strogatz S H 2001 *Nature* **410** 26
- [2] Barabasi A L, Albert R 1999 *Science* **286** 509
- [3] Watts D J, Strogatz S H 1998 *Nature* **393** 440
- [4] Wang X F, Li X, Chen G R 2006 *Complex Network Theory and Application* (Beijing: Tsinghua University Press) p3 (in Chinese) [汪小帆、李翔、陈关荣 2006 复杂网络理论及其应用(北京:清华大学出版社)第3页]
- [5] Pyragas K 1998 *Phys. Rev. E* **58** 3067
- [6] Tang K S, Mao Y, Kocarev L 2007 *IEEE International Symposium on Circuits and Systems* New Orleans, LA May 27—30 p2646
- [7] Zhou J, Lu J A 2007 *Physica A* **386** 481
- [8] Liu H, Lu J A, Lü J H 2008 *IEEE International Symposium on Circuits and Systems Seattle, America* May18—21 p109
- [9] Wu X Q 2008 *Physica A* **387** 997
- [10] Liu H, Lu J A, Lü J H 2008 *Control Conference 27th Chinese Kunming, China* July 16—18 p419
- [11] Jiang G P, Tang K S, Chen G R 2006 *IEEE Tran. on Circ. and Sys.* **1** **53** 2739
- [12] Fan C X, Jiang G P, Jiang F H 2010 *IEEE Trans. on Circ. and Sys.* **1** **57** 2991
- [13] Liu H, Song Y R, Fan C X, Jiang G P 2010 *Chin. Phys. B* **19** 070508
- [14] Wang Y H, Wang S P, Jiang G P 2010 *Acta Elec. Sin.* **38** 1064 (in Chinese) [万佑红、王锁萍、蒋国平 2010 电子学报 **38** 1064]

# Fault diagnosis for a class of output-coupling complex dynamical networks with time delay<sup>\*</sup>

Zhao Yan-Yan<sup>†</sup> Jiang Guo-Ping

(College of Automation, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China)

(Received 23 December 2010; revised manuscript received 10 March 2011)

## Abstract

Fault diagnosis is a challenging issue in complex dynamical networks. In the real-world complex dynamical networks, there exists much uncertain information, such as unknown topological structure and uncertain node parameters. Based on network outer synchronization, an approach to fault diagnosis is proposed for a class of output-coupling time delay complex dynamical networks with unknown node parameters. Output variables are used to construct the controllers. A few conditions satisfying outer synchronization are specified from Lyapunov stability theorem. The proposed approach can be used to monitor the online evolution of time-delay network topological structure. Numerical simulations are given to verify the effectiveness of the proposed approach.

**Keywords:** complex dynamical networks, time delay, fault diagnosis, node's parameters

**PACS:** 02.30.Yy

---

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60874091), the Six Projects Sponsoring Talent Summits of Jiangsu Province, China (Grant No. SJ209006), the Natural Science Foundation of Jiangsu Province, China (Grant No. BK2010526) and the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (SRFDP) (Grant No. 20103223110003).

<sup>†</sup> E-mail: zhaoyan\_055@sohu.com