

广义 GHZ 态的纠缠与非定域性*

王晓芹[†] 逯怀新 赵加强

(潍坊学院物理与电子科学学院, 潍坊 261061)

(2010 年 12 月 20 日收到; 2011 年 2 月 21 日收到修改稿)

对 GHZ 态与 W 态叠加的三粒子广义 GHZ 态, 用 Svetlichny 不等式, 给出了其非定域性的解析表达式. 用数值计算方法讨论了纠缠与非定域性之间的关系.

关键词: 广义 GHZ 态, 剩余纠缠, Svetlichny 不等式, 非定域性

PACS: 03.65.Ud

1. 引言

量子纠缠是量子信息处理的重要资源, 量子非定域性是量子理论中最基本的问题. 自从 1935 年以来^[1], 量子纠缠、非定域性及它们之间的关系就成了人们量子理论研究的极大兴趣之所在, 特别是 Bell 不等式^[2,3] 或其推广——Clauser-Horne-Shimony-Holt (CHSH) 不等式^[4] 的提出, 使得原来只能停留在哲学层面上的 Einstein-Bohr 之争, 变成了一个可以从实验上加以定量检验的问题, 从而激发了一大批构思巧妙的理论和实验方案, 涌现了大量的研究工作^[5-9]. Mermin 不等式^[10] 的提出, 不仅为研究三光子、四光子等多光子纠缠态的非定域性提供了理论工具, 更为多光子纠缠态的实验实现起了巨大的推动作用. 近年来, 人们基于参量下转换原理^[11], 采用符合计数和后选择方法, 相继提出了许多有价值的多光子纠缠实验研究方案, 如三光子^[12]、四光子^[13]、五光子^[14] 和六光子^[15] 纠缠态的实验实现, 并用 Mermin 不等式验证了这些纠缠态的非定域性.

显然, Mermin 不等式已经被广泛用于研究多光子纠缠的非定域性^[16-19], 很好地验证了量子力学和定域实在论之间的矛盾^[20]. 但用 Mermin 不等式, 很难刻画纠缠态的纠缠度与量子非定域性之间的关系. 例如, 对广义 GHZ 纠缠态, Mermin 不等式就难以区分是两量子比特还是三量子比特之间的关联^[21]. 所以, 最近文献^[22] 提出了刻画任意三体

纠缠态的 Svetlichny 不等式, 并用此不等式分别验证了 GHZ 态和 W 态的量子非定域性, 给出了 (three-tangle, 即 residual tangle) 剩余纠缠和非定域性的解析表达式. 文献^[23] 提出了描述三体纠缠度量的剩余纠缠, 基于此, 文献^[24] 又研究了 GHZ 态与 W 态叠加的纯态及混态的剩余纠缠, 并用数值算法给出了混态的最佳分解. 然而, 对于一个纠缠态, 更有意义的是给出其纠缠与非定域性之间的关系, 这也是长期以来人们一直探讨的问题. 本文将对 GHZ 态与 W 态叠加的广义 GHZ 态, 给出其纠缠及非定域性的解析表达式, 并通过数值计算讨论纠缠与非定域性之间的关系. 由于广义 GHZ 态在量子信息处理中的重要地位, 因而探究其纠缠与非定域性之间的关系, 无论是对多光子纠缠的理论还是实验研究, 都将起着重要的积极作用.

2. 广义 GHZ 态的纠缠与非定域性

对于如下的纠缠纯态

$$|\psi\rangle = \sqrt{P} |\psi_{\text{GHZ}}\rangle - \sqrt{1-P} |\psi_{\text{W}}\rangle, \quad (1)$$

其中

$$|\psi_{\text{GHZ}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|000\rangle + |111\rangle),$$

$$|\psi_{\text{W}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (|100\rangle + |010\rangle + |001\rangle).$$

P 为实参数. 本文将给出其非定域性的研究, 并讨论纠缠与非定域性间的关系.

* 山东省自然科学基金 (批准号: ZR2009AL018)、山东省科学技术发展计划 (批准号: 2010GGX10118) 和国家自然科学基金 (批准号: 11174224) 资助的课题.

[†] E-mail: wangxq3267@sohu.com

2.1. 剩余纠缠

为便于研究纠缠与非定域性,先给出(1)式剩余纠缠的具体表示.

对于三体纠缠态,剩余纠缠的定义式为^[24]

$$\tau = C_{1(23)}^2 - C_{12}^2 - C_{13}^2, \quad (2)$$

其中 $C_{1(23)}^2$ 表示 1 与 2 和 3 的共生纠缠度 (concurrence)^[24], C_{12}^2 表示 1 与 2 的共生纠缠度, C_{13}^2 表示 1 与 3 的共生纠缠度. 而对形如

$$\begin{aligned} |\psi\rangle = & \psi_{000} |000\rangle + \psi_{100} |100\rangle + \psi_{010} |010\rangle \\ & + \psi_{001} |001\rangle + \psi_{110} |110\rangle + \psi_{101} |101\rangle \\ & + \psi_{011} |011\rangle + \psi_{111} |111\rangle \end{aligned} \quad (3)$$

的广义三体纠缠纯态. 其中, $\psi_{000}, \psi_{010}, \dots, \psi_{111}$ 等为纠缠纯态中的展开系数. 文献^[25]给出了剩余纠缠更易于计算的表达式

$$\tau(\psi) = 4 |d_1 - 2d_2 + 4d_3|. \quad (4)$$

其中

$$d_1 = \psi_{000}^2 \psi_{111}^2 + \psi_{001}^2 \psi_{110}^2 + \psi_{010}^2 \psi_{101}^2 + \psi_{100}^2 \psi_{011}^2, \quad (5a)$$

$$\begin{aligned} d_2 = & \psi_{000} \psi_{111} \psi_{011} \psi_{100} + \psi_{000} \psi_{111} \psi_{101} \psi_{010} \\ & + \psi_{000} \psi_{111} \psi_{110} \psi_{001} + \psi_{011} \psi_{100} \psi_{101} \psi_{010} \\ & + \psi_{011} \psi_{100} \psi_{110} \psi_{001} + \psi_{101} \psi_{010} \psi_{110} \psi_{001}, \end{aligned} \quad (5b)$$

$$d_3 = \psi_{000} \psi_{110} \psi_{101} \psi_{011} + \psi_{111} \psi_{001} \psi_{010} \psi_{100}. \quad (5c)$$

对本文研究的(1)式,其展开系数为

$$\begin{aligned} \psi_{000} = \psi_{111} = & \sqrt{\frac{P}{2}}, \\ \psi_{100} = \psi_{010} = \psi_{001} = & -\sqrt{\frac{1-P}{3}}, \\ \psi_{110} = \psi_{101} = \psi_{011} = & 0, \end{aligned} \quad (6)$$

将(6)式代入(4)式,可得

$$\tau(\psi) = \left| P^2 - \frac{8\sqrt{6}}{9} \sqrt{P(1-P)^3} \right|. \quad (7)$$

2.2. Svetlichny 不等式

1987年, Svetlichny 基于定域实在论提出了一个 Bell 型不等式^[26]. 为此,定义了如下形式的算符

$$S = A(BK + B'K') + A'(BK' - B'K), \quad (8)$$

式中 $K = C + C', K' = C - C'$. 其中 $A = \mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\sigma}_1$ 和 $A' = \mathbf{a}' \cdot \boldsymbol{\sigma}_1$ 是对粒子 1 的测量算符, $B = \mathbf{b} \cdot \boldsymbol{\sigma}_2$ 和 $B' = \mathbf{b}' \cdot \boldsymbol{\sigma}_2$ 是对粒子 2 的算符, $C = \mathbf{c} \cdot \boldsymbol{\sigma}_3$ 和 $C' = \mathbf{c}' \cdot \boldsymbol{\sigma}_3$ 是对粒子 3 的算符. $\mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}'$ 和 \mathbf{c}, \mathbf{c}' 都是单位矢量, $\boldsymbol{\sigma}_i (i = 1, 2, 3)$ 是 Pauli 算符.

Svetlichny 指出,对任意的三粒子态,定域实在论预言

$$|\langle \psi | S | \psi \rangle| \equiv S(\psi) \leq 4. \quad (9)$$

而量子力学的预言,(9)式的不等式将被破坏.(9)式称为 Svetlichny 不等式,简称 S 不等式.

为了对给定的量子态 $|\psi\rangle$, 计算 $S(\psi)$ 的具体表达式,记

$$\mathbf{a} = (\sin\theta_a \cos\varphi_a, \sin\theta_a \sin\varphi_a, \cos\theta_a), \quad (10)$$

其他单位矢量 $\mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}', \mathbf{c}, \mathbf{c}'$ 也可记作与(10)式类似的相应形式.

设单位矢量 \mathbf{d} 和 \mathbf{d}' 满足如下关系

$$\mathbf{b} + \mathbf{b}' = 2\mathbf{d} \cos\theta, \quad (11a)$$

$$\mathbf{b} - \mathbf{b}' = 2\mathbf{d}' \sin\theta, \quad (11b)$$

显然

$$\begin{aligned} \mathbf{d} \cdot \mathbf{d}' = & \cos\theta_d \cos\theta_{d'} \\ & + \sin\theta_d \sin\theta_{d'} \cos(\varphi_d - \varphi_{d'}) = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

令 $D = \mathbf{d} \cdot \boldsymbol{\sigma}_2, D' = \mathbf{d}' \cdot \boldsymbol{\sigma}_2$. 则 S 算符在 $|\psi\rangle$ 态中的平均值可以写为

$$\begin{aligned} S(\psi) = & 2 |\cos\theta \langle ADC \rangle + \sin\theta \langle AD'C' \rangle \\ & + \sin\theta \langle A'D'C \rangle - \cos\theta \langle A'DC' \rangle| \\ \leq & 2 \left[\{ \langle ADC \rangle^2 + \langle AD'C' \rangle^2 \}^{1/2} \right. \\ & \left. + \{ \langle A'D'C \rangle^2 + \langle A'DC' \rangle^2 \}^{1/2} \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

这里应用了关系式

$$x \cos\theta + y \sin\theta \leq (x^2 + y^2)^{1/2}, \quad (14)$$

当 $\text{tg}\theta = \frac{y}{x}$ 时,(14)式中等号成立.(13)式中

$$\begin{aligned} \langle ADC \rangle = & \langle \psi | ADC | \psi \rangle \\ = & P \langle \psi_{\text{GHZ}} | ADC | \psi_{\text{GHZ}} \rangle \\ & + (1-P) \langle \psi_{\text{W}} | ADC | \psi_{\text{W}} \rangle \\ & - \sqrt{P(1-P)} (\langle \psi_{\text{GHZ}} | ADC | \psi_{\text{W}} \rangle \\ & + \langle \psi_{\text{W}} | ADC | \psi_{\text{GHZ}} \rangle), \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \langle \psi_{\text{GHZ}} | ADC | \psi_{\text{GHZ}} \rangle = & \sin\theta_a \sin\theta_d \\ \times & \sin\theta_c \cos(\varphi_a + \varphi_d + \varphi_c), \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \langle \psi_{\text{W}} | ADC | \psi_{\text{W}} \rangle = & \frac{1}{3} [-3 \cos\theta_a \cos\theta_d \cos\theta_c \\ & + 2 \sin\theta_a \sin\theta_d \cos\theta_c \cos(\varphi_a - \varphi_d) \\ & + 2 \sin\theta_a \cos\theta_d \sin\theta_c \cos(\varphi_a - \varphi_c) \\ & + 2 \cos\theta_a \sin\theta_d \sin\theta_c \cos(\varphi_d - \varphi_c)], \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \langle \psi_{\text{GHZ}} | ADC | \psi_{\text{W}} \rangle + \langle \psi_{\text{W}} | ADC | \psi_{\text{GHZ}} \rangle = & \sqrt{\frac{2}{3}} [-\sin\theta_a \sin\theta_d \cos\theta_c \cos(\varphi_a + \varphi_d) \\ & - \sin\theta_a \cos\theta_d \sin\theta_c \cos(\varphi_a + \varphi_c)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\cos\theta_a \sin\theta_d \sin\theta_c \cos(\varphi_d + \varphi_c) \\
 & + \sin\theta_a \cos\theta_d \cos\theta_c \cos\varphi_a \\
 & + \cos\theta_a \sin\theta_d \cos\theta_c \cos\varphi_d \\
 & + \cos\theta_a \cos\theta_d \sin\theta_c \cos\varphi_c] . \quad (18)
 \end{aligned}$$

取

$$\varphi_a = \varphi_d = \varphi_c = 0, \theta_d = \frac{\pi}{2}, \quad (19)$$

并应用(14)式可得

$$\begin{aligned}
 \langle ADC \rangle & \leq P \sin\theta_a \sin\theta_c + \frac{2}{3}(1-P) \\
 & \times (\sin\theta_a \cos\theta_c + \cos\theta_a \sin\theta_c) \\
 & - \sqrt{\frac{2P(1-P)}{3}} (\cos\theta_a \cos\theta_c \\
 & - \sin\theta_a \cos\theta_c - \cos\theta_a \sin\theta_c) \\
 & \leq \left\{ \left[P \sin\theta_a + \frac{2}{3}(1-P) \cos\theta_a \right. \right. \\
 & + \left. \left. \sqrt{\frac{2P(1-P)}{3}} \cos\theta_a \right]^2 \right. \\
 & + \left[\frac{2}{3}(1-P) \sin\theta_a \right. \\
 & - \left. \left. \sqrt{\frac{2P(1-P)}{3}} (\cos\theta_a \right. \right. \\
 & \left. \left. - \sin\theta_a) \right]^2 \right\}^{1/2}. \quad (20)
 \end{aligned}$$

考虑(12)和(19)式,取 $\varphi_c = -\varphi_{d'} = \frac{\pi}{2}$. 同理可求得

$$\begin{aligned}
 \langle AD'C' \rangle & \leq \left\{ \left[P \sin\theta_a - \frac{2}{3}(1-P) \cos\theta_a \right. \right. \\
 & + \left. \left. \sqrt{\frac{2P(1-P)}{3}} \cos\theta_a \right]^2 \sin^2\theta_{d'} \right. \\
 & + \left[\sqrt{\frac{2P(1-P)}{3}} \sin\theta_a \right. \\
 & + \left. \left. (1-P) \cos\theta_a \right]^2 \cos^2\theta_{d'} \right\}^{1/2}, \quad (21)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \langle A'DC' \rangle & \leq \left\{ \left[P \sin\theta_{a'} + \frac{2}{3}(1-P) \cos\theta_{a'} \right. \right. \\
 & + \left. \left. \sqrt{\frac{2P(1-P)}{3}} \cos\theta_{a'} \right]^2 \right. \\
 & + \left[\frac{2}{3}(1-P) \sin\theta_{a'} \right. \\
 & - \left. \left. \sqrt{\frac{2P(1-P)}{3}} (\cos\theta_{a'} \right. \right. \\
 & \left. \left. - \sin\theta_{a'}) \right]^2 \right\}^{1/2}, \quad (22)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \langle A'D'C' \rangle & \leq \left\{ \left[P \sin\theta_{a'} - \frac{2}{3}(1-P) \cos\theta_{a'} \right. \right. \\
 & + \left. \left. \sqrt{\frac{2P(1-P)}{3}} \cos\theta_{a'} \right]^2 \sin^2\theta_{d'} \right. \\
 & + \left[\sqrt{\frac{2P(1-P)}{3}} \sin\theta_{a'} \right. \\
 & + \left. \left. (1-P) \cos\theta_{a'} \right]^2 \cos^2\theta_{d'} \right\}^{1/2}. \quad (23)
 \end{aligned}$$

再取 $\sin\theta_{d'} = \sqrt{P}, \theta_a = \theta_{a'} = \theta_{d'}$, 则(13)式为

$$\begin{aligned}
 S(\psi) & \leq 4 \left\{ \left[P \sqrt{P} + \frac{2}{3}(1-P) \sqrt{1-P} \right. \right. \\
 & + \left. \left. \sqrt{\frac{2P(1-P)}{3}} \sqrt{1-P} \right]^2 \right. \\
 & + \left[\frac{2(1-P) \sqrt{P}}{3} - \sqrt{\frac{2P(1-P)}{3}} \right. \\
 & \times (\sqrt{1-P} - \sqrt{P}) \left. \right]^2 + P \left[P \sqrt{P} \right. \\
 & - \left. \left. \frac{2}{3}(1-P) \sqrt{1-P} \right. \right. \\
 & + \left. \left. \sqrt{\frac{2P(1-P)}{3}} \sqrt{1-P} \right]^2 \right. \\
 & + (1-P) \left[\sqrt{\frac{2P(1-P)}{3}} \sqrt{P} \right. \\
 & + \left. \left. (1-P) \sqrt{1-P} \right]^2 \right\}^{1/2}. \quad (24)
 \end{aligned}$$

(24)式可化简为

$$\begin{aligned}
 S(\psi) & \leq S_{\max}(\psi) = 4 \left\{ \left[P^4 + (1-P)^4 \right. \right. \\
 & + \left(\frac{8}{9} - \frac{2}{3} \sqrt{6} \right) P^2 (1-P)^2 \\
 & + \frac{2}{3} \sqrt{6} P^3 (1-P) + P^3 \\
 & + \frac{2}{9} (10 + \sqrt{6}) P (1-P)^2 \\
 & + \frac{4}{9} (1-P)^3 + \frac{2}{3} (1 + \sqrt{6}) P^2 (1-P) \\
 & + \left[\frac{4}{9} \sqrt{6} (P^2 - P + 1) - \frac{4}{3} P^2 \right] \\
 & \times (1-P) \sqrt{P(1-P)} \left. \right\}^{1/2}. \quad (25)
 \end{aligned}$$

3. 纠缠与非定域性的关系

由(7)式和(25)式可以给出纠缠 $\tau(\psi)$ 及非定域性 $S_{\max}(\psi)$ 随参数 P 的变化关系,如图1和图2所示.

由图1和图2可以看出,对于给定的一个 $\tau(\psi)$

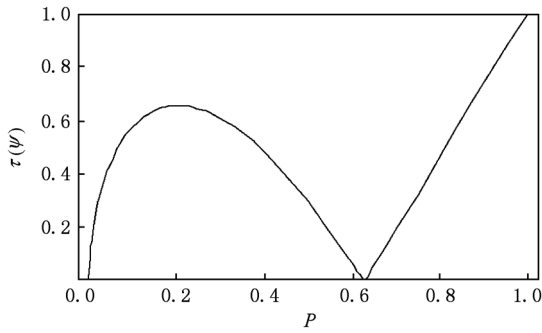


图1 三体纠缠度 $\tau(\psi)$ 和参数 P 的关系

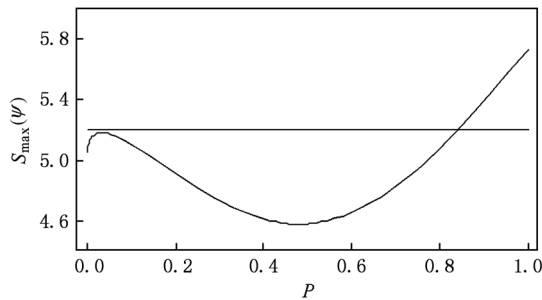


图2 $S_{\max}(\psi)$ 与参数 P 的关系

(或 $S_{\max}(\psi)$), 最多有 3 个 P 值. 因此, 给出非定域性 $S_{\max}(\psi)$ 与纠缠 $\tau(\psi)$ 关系的解析表达式是困难的, 但可以用数值计算方法给出非定域性 $S_{\max}(\psi)$ 与纠缠 $\tau(\psi)$ 的关系, 如图 3 所示.

从图 3 可以看出, 对于 (1) 式所定义的纠缠纯态的非定域性和纠缠的关系较为复杂, 但由图 3 给出的纠缠与非定域性的直观图像可以得到一些有意义的结论. 容易看出, 当 $\tau(\psi) \leq 0.657$ 时, $S_{\max}(\psi)$ 与 $\tau(\psi)$ 的关系为多值函数, 当 $\tau(\psi) \geq 0.657$ 时, $S_{\max}(\psi)$ 是 $\tau(\psi)$ 的单值函数. 例如, $\tau(\psi) = 0$ 时, 有 $S_{\max}(\psi) = 4.358$ 和 $S_{\max}(\psi) = \frac{4}{3} \sqrt{13}$, 这一结果分

别对应于 $P = 0.627$ 和 $P = 0$. 而 $P = 0.627$ 时, (1) 式正是文献 [23] 所讨论的一类剩余纠缠为 0 的态; $P = 0$ 时, (1) 式变为 W 态 $|\psi_W\rangle$. 这一结果与图 1 和图 2 的结果完全一致. 当 $\tau = 0.335$ 时, 对应的 $S_{\max}(\psi)$ 有 3 个值, 分别为 $S_{\max} = 4.222$, $S_{\max} = 4.970$ 和 $S_{\max} = 4.680$, 相应的 P 值分别是 $P = 0.480$, $P = 0.026$ 和 $P = 0.753$. 当 $\tau(\psi) \geq 0.657$ 时, $S_{\max}(\psi)$ 与 $\tau(\psi)$ 有一一对应的关系, 此时 $P \geq 0.868$.

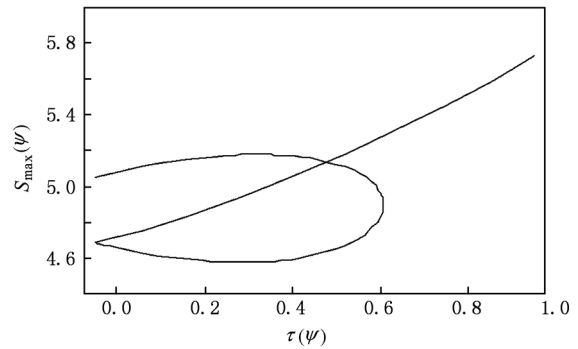


图3 $S_{\max}(\psi)$ 与 $\tau(\psi)$ 的关系

4. 结 论

由上面的讨论可以看出, 不管参数 P 取何值, (1) 式所给出的广义 GHZ 态都存在量子非定域性. 这再一次说明研究量子态的非定域性时 Bell 算符选取的重要性, 尤其是在体系量子纠缠难以刻画的情况下, 恰当选取 Bell 算符及其参量, 将会使量子非定域性的研究更细致深入. 本文讨论的广义 GHZ 态纠缠与非定域性之间的关系, 给出了三粒子纠缠态纠缠及非定域性清晰的物理图像, 从而为量子信息处理的理论和实验研究提供有价值的参考.

[1] Einstein A, Podolsky B, Rosen N 1935 *Phys. Rev.* **47** 777
 [2] Bell J S 1964 *Physics* **1** 195
 [3] Bell J S 1987 *Speakable and Unsayable in Quantum Mechanics* Cambridge (Cambridge: Univ. Press)
 [4] Clauser J F, Horne M A, Shimony A, Holt R A 1969 *Phys. Rev. Lett.* **23** 880
 [5] Ardehali M 1992 *Phys. Rev. A* **46** 5375
 [6] Klyshko D N 1993 *Phys. Lett. A* **172** 399
 [7] Belinskii A V, Klyshko D N 1993 *Phys. Uspekhi* **36** 653

[8] Zukowski M, Kaszlikowski D 1997 *Phys. Rev. A* **56** 1682
 [9] Gisin N, Bechmann P H 1998 *Phys. Lett. A* **246** 1
 [10] Mermin N D 1990 *Phys. Rev. Lett.* **65** 1838
 [11] Burnham D C, Weinberg D L 1970 *Phys. Rev. Lett.* **25** 84
 [12] Bouwmeester D 1999 *Phys. Rev. Lett.* **82** 1345
 [13] Pan J W, Daniell M, Gasparoni S, Weihs G, Zeilinger A 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 4435
 [14] Zhao Z, Chen Y A, Zhang A N, Yang T, Briegel H, Pan J W 2004 *Nature* **430** 54

- [15] Zhang Q, Goebel A, Wagenknecht C, Chen Y A 2006 *Nature Phys.* **2** 678
- [16] Cabello A 2002 *Phys. Rev. A* **65** 032108
- [17] Gühne O, Tóth G, Hyllus P, Briegel H J 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 120405
- [18] Scarani V, Acin A, Schenck E, Aspelmeyer A 2005 *Phys. Rev. A* **71** 042325
- [19] Rådmark M, Wieśniak M 2009 *Phys. Rev. A* **80** 040302
- [20] Lu H X, Zhang J, Wang X Q, Li Y D, Wagn C Y 2008 *Phys. Rev. A* **78** 033819
- [21] Collins D, Gisin N, Popescu S, Roberts D, Scarani V 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 170405
- [22] Ghose S, Sinclair N, Debnath S, Rungta P, Stock R 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 250404
- [23] Robert L, Osterloh A, Siewert J 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 260502
- [24] Coffman V, Kundu J, Wootters W K 2000 *Phys. Rev. A* **61** 052306
- [25] Miyake A 2003 *Phys. Rev. A* **67** 012108
- [26] Svetlichny G 1987 *Phys. Rev. D* **35** 3066

Entanglement and nonlocality for generalized Greenberger-Horne-Zeilinger state*

Wang Xiao-Qin[†] Lu Huai-Xin Zhao Jia-Qiang

(Department of Physics and Electronic Sciences, Weifang University, Weifang 261061, China)

(Received 20 December 2010; revised manuscript received 21 February 2011)

Abstract

With the help of Svetlichny's inequality, we obtain an analytical expression of the quantum nonlocality for generalized Greenberger-Horne-Zeilinger (GHZ) state composed of a (GHZ) state and a W state. The numerical results between tripartite entanglement and nonlocality for generalized GHZ state are discussed.

Keywords: generalized GHZ state, residual entanglement, Svetlichny's inequality quantum, nonlocality

PACS: 03.65.Ud

* Project supported by the Natural Science Foundation of Shandong Province, China (Grant No. ZR2009AL018), the Science and Technology Development Program of Shandong Province, China (Grant No. 2010GGX10118), and the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11174224).

[†] E-mail: wangxq3267@sohu.com