

双模压缩数态光场的 Wigner 函数及其特性*

宋军^{1)2)†} 范洪义²⁾ 周军¹⁾²⁾

1)(皖西学院材料与化工系,六安 237012)

2)(中国科学技术大学材料科学与工程系,合肥 230026)

(2011年1月12日收到;2011年2月6日收到修改稿)

借助纠缠态表象及 Wigner 算符在该表象下的表示,得到双模压缩数态的 Wigner 函数,数值计算画出相空间中 Wigner 函数的分布图,并加以分析,发现双模压缩数态两模之间相互关联、相互纠缠,对相空间中 Wigner 函数分布产生影响.

关键词: 双模压缩数态, Wigner 函数, 纠缠态表象

PACS: 03.65.-w, 42.50.Dv

1. 引言

在量子力学中,由于 Heisenberg 不确定原理的存在,不可能同时确定粒子的位置 x 和动量 p ,要定义相空间 (x, p) 中的分布函数并将它解释为概率密度是困难的. 1932 年 Wigner 首先引入了一个函数,其形式上类似于经典的概率密度,称为 Wigner 函数,它是一个极其重要的实函数^[1],对应于相空间中的准概率分布,反映了量子态在整个相空间演化过程中的重要信息,量子态的演化可以用它对应的 Wigner 函数来描述. 因此,量子态 Wigner 函数的重构和测量对研究量子体系的演化过程有着重要的意义. 在 Kurtsiefer 等进行的测量量子态的实验工作中,就是测量与波函数(或密度矩阵)相关的 Wigner 函数^[2]. 目前,在理论和实验上,人们已提出了光学零拍层析法、光子计数法等多种重构和测量量子态 Wigner 函数的方法,Wigner 函数理论已经成为量子统计中的主题之一^[3-12].

压缩态光场是一类重要的非经典光场,可以用于超高精细测量、精密光谱、量子存储、原子与压缩态光场相互作用等方面的实验研究,可以经过分束器耦合产生纠缠态和多组分纠缠态光场,并用于量子离物传态、量子密集编码以及量子纠缠交换等量

子信息与量子通信的实验研究^[13-17]. 本文利用纠缠态表象及 Wigner 算符在此表象下表示,得到双模压缩数态的 Wigner 函数解析式,并研究其特性,通过数值计算,画出相空间中 Wigner 函数的分布图,并加以分析,发现双模压缩数态确实体现出纠缠特性.

2. 双模压缩数态在双模纠缠态表象中的表示

两粒子相对坐标 $X_1 - X_2$ 与总动量 $P_1 + P_2$ 的共同本征态是^[18,19]

$$\langle \eta | = \langle 00 | \exp \left(-\frac{|\eta|^2}{2} + \eta^* a_1 - \eta a_2 + a_1 a_2 \right), \quad (1)$$

式中 $\eta = \eta_1 + i\eta_2$, 本征方程为

$$\begin{aligned} (X_1 - X_2) | \eta \rangle &= \sqrt{2} \eta_1 | \eta \rangle, \\ (P_1 + P_2) | \eta \rangle &= \sqrt{2} \eta_2 | \eta \rangle, \end{aligned} \quad (2)$$

即 η 的实部与虚部分别是 $X_1 - X_2$ 与 $P_1 + P_2$ 的本征值. 利用

$$|00\rangle \langle 00| = : \exp(-a_1^+ a_1 - a_2^+ a_2) :, \quad (3)$$

(式中, $:$ 表示正规乘积) 和正规乘积内的积分技术 (IWOP), 可以证明其满足完备性和正交性

$$\int \frac{d^2 \eta}{\pi} | \eta \rangle \langle \eta | = 1,$$

* 国家自然科学基金(批准号:10874174)和安徽省高等学校优秀青年人才基金(批准号:2011SQRL147)资助的课题.

† E-mail: songj65@mail.ustc.edu.cn

$$\langle \eta' | \eta \rangle = \pi \delta(\eta_1' - \eta_1) \delta(\eta_2' - \eta_2), \quad (4)$$

式中, $d^2\eta = d\eta_1 d\eta_2$, 可见 $\langle \eta |$ 有资格作为量子力学表象——双模纠缠态表象.

根据双模 Hermite 多项式 $H_{m,n}$ 的母函数公式^[20]

$$\begin{aligned} & \sum_{m,n=0}^{\infty} \frac{z^m z'^n}{m! n!} H_{m,n}(\eta, \eta^*) \\ &= \exp(-zz' + z\eta + z'\eta^*), \end{aligned} \quad (5)$$

可以将 $\langle \eta |$ 用双模 Hermite 多项式展开为

$$\langle \eta | = e^{-\frac{1}{2}|\eta|^2} \langle 00 | \sum_{m,n=0}^{\infty} \frac{(-)^n a_1^m a_2^n}{m! n!} H_{m,n}^*(\eta, \eta^*), \quad (6)$$

则 $\langle \eta |$ 与双模数态的内积为

$$\langle \eta | m, n \rangle = e^{-\frac{1}{2}|\eta|^2} \frac{(-)^n H_{m,n}^*(\eta, \eta^*)}{\sqrt{m! n!}}. \quad (7)$$

双模压缩算符 $S_2(\lambda)$ 在双模纠缠态 $\langle \eta |$ 中有其自然表示^[21]

$$\begin{aligned} S_2(\lambda) &= \exp[\lambda(a_1 a_2 - a_1^\dagger a_2^\dagger)] \\ &= \int \frac{d^2\eta}{\pi\mu} \left| \frac{\eta}{\mu} \right\rangle \langle \eta |, \mu = e^\lambda, \end{aligned} \quad (8)$$

于是双模压缩数态可表示为

$$S_2(\lambda) |m, n\rangle = \int \frac{d^2\eta}{\pi\mu} \left| \frac{\eta}{\mu} \right\rangle \langle \eta | m, n \rangle, \quad (9)$$

将(7)式代入(9)式, 并使用 Hermite 多项式的微分表达式

$$\begin{aligned} H_{m,n}(\eta, \eta^*) &= \frac{\partial^{m+n}}{\partial t^m \partial t'^n} \exp(-tt' + t\eta \\ &+ t'\eta^*) \Big|_{t=t'=0}, \end{aligned} \quad (10)$$

可得

$$\begin{aligned} S_2(\lambda) |m, n\rangle &= \int \frac{d^2\eta}{\pi\mu} \left| \frac{\eta}{\mu} \right\rangle \frac{e^{-\frac{1}{2}|\eta|^2} (-)^n H_{m,n}^*(\eta, \eta^*)}{\sqrt{m! n!}} \\ &= \frac{(-)^n}{\sqrt{m! n!}} \frac{\partial^{m+n}}{\partial t^m \partial t'^n} \int \frac{d^2\eta}{\pi\mu} \exp\left[-\frac{\mu^2+1}{2\mu} |\eta|^2 + \eta\left(t' + \frac{a_1^+}{\mu}\right) + \eta^*\left(t' - \frac{a_2^+}{\mu}\right) - tt' + a_1^+ a_2^+\right] |00\rangle \Big|_{t=t'=0} \\ &= \frac{(-)^n \operatorname{sech}\lambda}{\sqrt{m! n!}} \frac{\partial^{m+n}}{\partial t^m \partial t'^n} \exp[(tt' - a_1^+ a_2^+) \tanh\lambda + (ta_1^+ - t'a_2^+) \operatorname{sech}\lambda] |00\rangle \Big|_{t=t'=0} \\ &= \frac{\operatorname{sech}\lambda (-\tanh\lambda)^{\frac{m+n}{2}}}{\sqrt{m! n!}} H_{m,n} \left(\frac{\operatorname{sech}\lambda}{\sqrt{\tanh\lambda}} a_1^+, \frac{\operatorname{sech}\lambda}{\sqrt{\tanh\lambda}} a_2^+ \right) \exp(-a_1^+ a_2^+ \tanh\lambda) |00\rangle, \end{aligned} \quad (11)$$

可见, 双模压缩数态就是双模压缩真空的双变量 Hermite 多项式激发态. 在上面的计算中, 我们利用了以下的积分公式

$$\begin{aligned} & \int \frac{d^2z}{\pi} \exp(-\zeta |z|^2 + \xi z + \eta z^*) \\ &= \frac{1}{\zeta} \exp\left(\frac{\xi\eta}{\zeta}\right), \operatorname{Re}\zeta > 0. \end{aligned} \quad (12)$$

3. 双模压缩数态的 Wigner 函数及其特性

在 $\langle \eta |$ 表象中, 纠缠形式的 Wigner 算符是^[22]

$$\begin{aligned} \Delta(\sigma, \gamma) &= \int \frac{d^2\eta}{\pi^3} |\sigma - \eta\rangle \\ &\times \langle \sigma + \eta | \exp(\eta\gamma^* - \eta^*\gamma), \end{aligned} \quad (13)$$

其中, (σ, γ) 对应于相空间变量 (x_i, p_i)

$$\begin{aligned} \gamma &= \alpha + \beta^*, \sigma = \alpha - \beta^*, \\ \alpha &= \frac{x_1 + ip_1}{\sqrt{2}}, \beta = \frac{x_2 + ip_2}{\sqrt{2}}. \end{aligned} \quad (14)$$

利用(13)式, 计算双模压缩数态的 Wigner 函数

$$\begin{aligned} W(\sigma, \gamma) &= \langle m, n | S_2^+(\lambda) \Delta(\sigma, \gamma) S_2(\lambda) | m, n \rangle \\ &= \langle m, n | \int \frac{d^2\eta}{\pi^3} S_2^+(\lambda) |\sigma - \eta\rangle \\ &\times \langle \sigma + \eta | S_2(\lambda) e^{\eta\gamma^* - \eta^*\gamma} | m, n \rangle \\ &= \mu^2 \int \frac{d^2\eta}{\pi^3} \langle m, n | \mu(\sigma - \eta) \rangle \\ &\times \langle \mu(\sigma + \eta) | m, n \rangle e^{\eta\gamma^* - \eta^*\gamma}, \end{aligned} \quad (15)$$

将(7)式代入(15)式, 并利用(12)式的积分公式和(10)式的 Hermite 多项式微分表达式, 可得

$$W(\sigma, \gamma) = \mu^2 \int \frac{d^2\eta}{\pi^3} \langle m, n | \mu(\sigma - \eta) \rangle \langle \mu(\sigma + \eta) | m, n \rangle e^{\eta\gamma^* - \eta^*\gamma}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\mu^2}{m!n!} \int \frac{d^2\eta}{\pi^3} \exp \left[-\frac{|\mu(\sigma - \eta)|^2}{2} - \frac{|\mu(\sigma + \eta)|^2}{2} + \eta\gamma^* - \eta^*\gamma \right] \\
 &\quad \times H_{m,n}[\mu(\sigma - \eta), \mu(\sigma - \eta)^*] H_{m,n}^*[\mu(\sigma + \eta), \mu(\sigma + \eta)^*] \\
 &= \frac{\mu^2}{m!n!} \frac{\partial^{m+n}}{\partial t^m \partial t'^n} \frac{\partial^{m+n}}{\partial \tau^m \partial \tau'^n} \exp[-t t' - \tau \tau' + \mu\sigma + t'\mu\sigma^* + \tau\mu\sigma^* + \tau'\mu\sigma^* - \mu^2|\sigma|^2] \\
 &\quad \times \int \frac{d^2\eta}{\pi^3} \exp[-\mu^2|\eta|^2 + \eta(\tau'\mu - t\mu + \gamma^*) + \eta^*(\tau\mu - t'\mu - \gamma)] \Big|_{t=t'= \tau=\tau'=0} \\
 &= \frac{1}{\pi^2 m!n!} \exp\left(-\mu^2|\sigma|^2 - \frac{|\gamma|^2}{\mu^2}\right) \frac{\partial^{m+n}}{\partial t^m \partial \tau^m} \exp\left[-t\tau + t\left(\mu\sigma + \frac{\gamma}{\mu}\right) + \tau\left(\mu\sigma^* + \frac{\gamma^*}{\mu}\right)\right] \\
 &\quad \times \frac{\partial^{n+n}}{\partial t'^n \partial \tau'^n} \exp\left[-t'\tau' + t'\left(\mu\sigma^* - \frac{\gamma^*}{\mu}\right) + \tau'\left(\mu\sigma - \frac{\gamma}{\mu}\right)\right] \Big|_{t=t'= \tau=\tau'=0} \\
 &= \frac{e^{-\mu^2|\sigma|^2 - \frac{|\gamma|^2}{\mu^2}}}{\pi^2 m!n!} H_{m,m}\left(\mu\sigma + \frac{\gamma}{\mu}, \mu\sigma^* + \frac{\gamma^*}{\mu}\right) H_{n,n}\left(\mu\sigma - \frac{\gamma}{\mu}, \mu\sigma^* - \frac{\gamma^*}{\mu}\right). \tag{16}
 \end{aligned}$$

双模 Hermite 多项式 $H_{m,m}$ 与 Laguerre 多项式 L_m 之间有如下关系

$$H_{m,m}(\zeta, \zeta^*) = m!(-1)^m L_m(|\zeta|^2), \tag{17}$$

则(16)式可以改写为

$$\begin{aligned}
 W(\sigma, \gamma) &= \frac{(-1)^{m+n} e^{-\mu^2|\sigma|^2 - \frac{|\gamma|^2}{\mu^2}}}{\pi^2} \\
 &\quad \times L_m\left(\left|\mu\sigma + \frac{\gamma}{\mu}\right|^2\right) \\
 &\quad \times L_n\left(\left|\mu\sigma - \frac{\gamma}{\mu}\right|^2\right), \tag{18}
 \end{aligned}$$

把 (σ, γ) 对应于相空间变量 (x_i, p_i) 的关系(14)式代入上式,则有

$$\begin{aligned}
 W(\sigma, \gamma) &= \frac{(-1)^{m+n}}{\pi^2} \exp\left\{-\frac{\mu^2}{2}[(x_1 - x_2)^2 + (p_1 + p_2)^2] \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{2\mu^2}[(x_1 + x_2)^2 + (p_1 - p_2)^2]\right\} \\
 &\quad \times L_m\left\{\frac{1}{2}\left[\mu(x_1 - x_2) + \frac{1}{\mu}(x_1 + x_2)\right]^2\right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{2}\left[\mu(p_1 + p_2) + \frac{1}{\mu}(p_1 - p_2)\right]^2\right\} \\
 &\quad \times L_n\left\{\frac{1}{2}\left[\mu(x_1 - x_2) - \frac{1}{\mu}(x_1 + x_2)\right]^2\right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{2}\left[\mu(p_1 + p_2) - \frac{1}{\mu}(p_1 - p_2)\right]^2\right\}, \tag{19}
 \end{aligned}$$

清楚表明 (x_1, p_1) 和 (x_2, p_2) 之间存在纠缠.

根据(16)式或(19)式,进行数值计算,可以得到双模压缩粒子数态 Wigner 函数的分布规律. 在图 1,图 2,图 3 中,取压缩因子 $\mu = 2$. 图 1 给出 $x_2 = p_2 = 0$ 时, $x_1 - p_1$ 相空间中双模压缩真空态 ($m = n =$

0) 的 Wigner 函数分布, 总为正值. 图 2 给出 $x_2 = p_2 = 0$, 且粒子数 m, n 取不同值组合时, $x_1 - p_1$ 相空间双模压缩数态的 Wigner 函数分布, 可以看出, Wigner 函数有负值区域, 表明双模压缩数态为非经典态; 当粒子数 m, n 之和为奇数时, Wigner 函数具有向下的主峰; 当粒子数 m, n 之和为偶数时, 有向上的主峰; m, n 之和增加时, 次峰的个数也随之增加, 次峰的高度及分布与粒子数 m, n 组合相关. 图 3 为 $x_1 = p_1 = 0$, 粒子数总和 $m + n = 2$, m, n 取不同组合时, $x_2 - p_2$ 相空间 Wigner 函数的分布规律, 比较图 2(c), (d), (e) 可以看到, $x_2 - p_2$ 相空间与 $x_1 - p_1$ 相空间的 Wigner 函数是对称的, 即 m, n 组合为 (i, j) 的 $x_2 - p_2$ 相空间 Wigner 函数与 m, n 组合为 (j, i) 的 $x_1 - p_1$ 相空间 Wigner 函数分布规律相同,

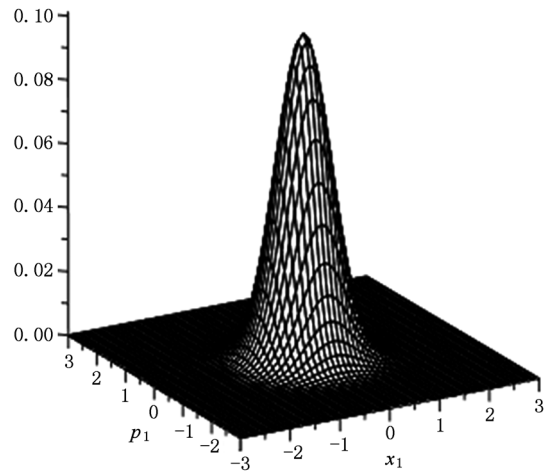


图 1 $x_1 - p_1$ 空间双模压缩真空态的 Wigner 函数 ($x_2 = p_2 = 0, \mu = 2$)

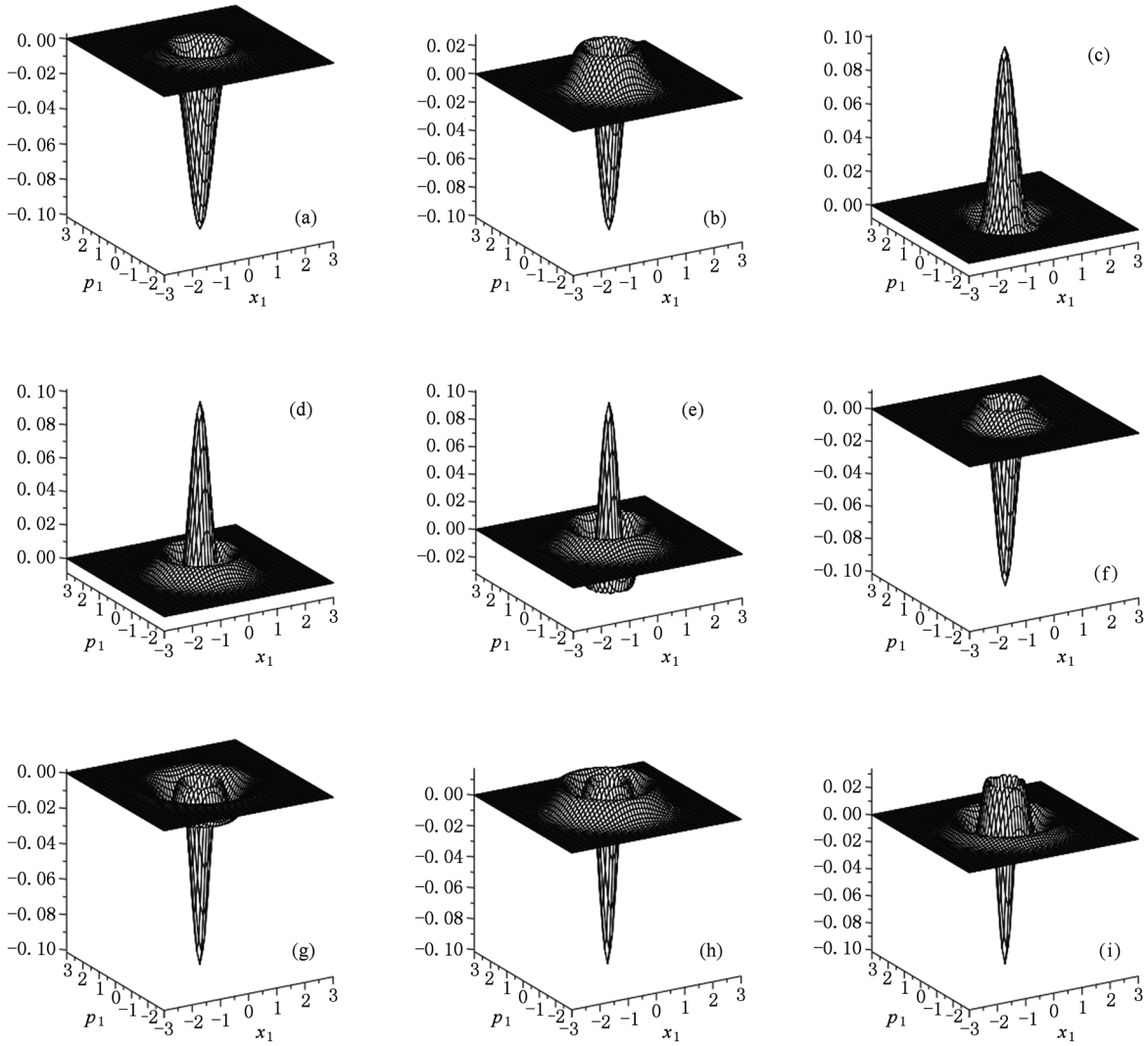


图2 x_1-p_1 空间 Wigner 函数($x_2 = p_2 = 0, \mu = 2$) (a) $m = 0, n = 1$; (b) $m = 1, n = 0$; (c) $m = 0, n = 2$; (d) $m = 1, n = 1$; (e) $m = 2, n = 0$; (f) $m = 0, n = 3$; (g) $m = 1, n = 2$; (h) $m = 2, n = 1$; (i) $m = 3, n = 0$

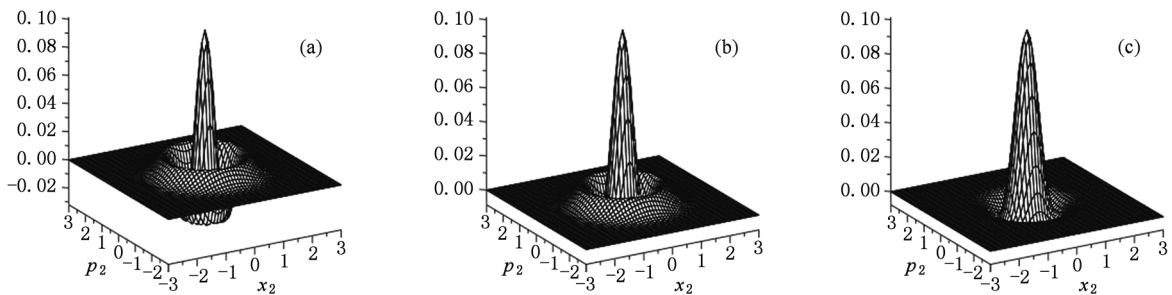


图3 x_2-p_2 空间 Wigner 函数($x_1 = p_1 = 0, \mu = 2$) (a) $m = 0, n = 2$; (b) $m = 1, n = 1$; (c) $m = 2, n = 0$

对其他 m, n 之和取不同数值时,也是如此.

图4 给出 $x_2 = p_2 = 0, m, n$ 组合为(2,1), 压缩系数 μ 分别取不同值时, $x_1 - p_1$ 相空间的 Wigner 函

数分布情况,也可以看出,压缩比增加后, Wigner 函数分布起伏变化区域向中心收缩,同时,次峰的高度也受到影

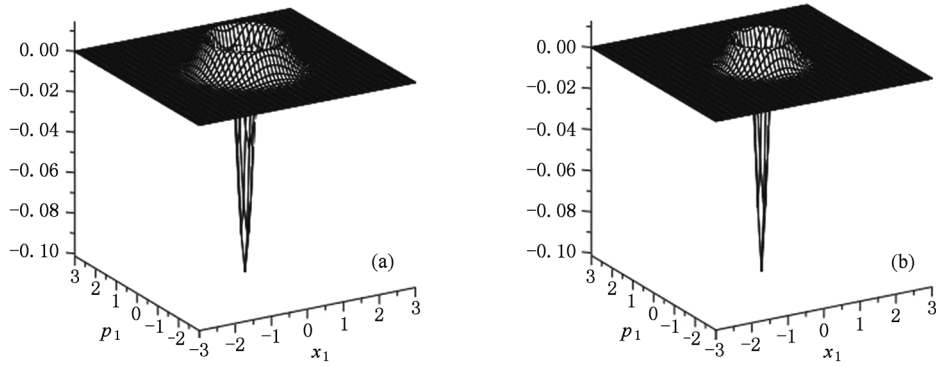


图4 $x_1 - p_1$ 空间 Wigner 函数($x_2 = p_2 = 0, m = 2, n = 1$) (a) $\mu = 3$; (b) $\mu = 4$

在图 5 和图 6 中,压缩参数 $\mu = 2, m, n$ 组合为 $(2, 1)$, 研究两模之间的关联对相空间 Wigner 函数分布的影响. 图 5 中,令 $p_2 = 0$, 可以看到,随着 x_2 的变化, $x_1 - p_1$ 相空间中的 Wigner 函数分布也随之变化; x_2 值增加, Wigner 函数的主峰和次峰均沿着 x_1 轴方向移动,形状也随之发生变化,峰值逐渐降低,在 x_2 增加到一定值的时候, Wigner 函数分布趋于零值. 图 6 中,令 $x_2 + ip_2 = re^{i\theta}$, 选择参数 $r = 2$, 而 θ 变化,表示 $x_2 - p_2$ 相空间中参数矢量($x_2,$

p_2) 的等长转动,为了方便起见,这里以 contour 图来显示 $x_1 - p_1$ 相空间中 Wigner 函数的分布规律,很明显,图 6(b) 对应于图 5(b) 的情况,可见, $x_2 - p_2$ 相空间中参数矢量的逆时针等长转动,使得 $x_1 - p_1$ 相空间中 Wigner 函数的峰值分布规律不变,而整体绕原点 $x_1 = p_1 = 0$ 作顺时针转动,且 $x_2 - p_2$ 相空间中参数矢量的转动角与 $x_1 - p_1$ 相空间中 Wigner 函数分布的整体转动角大小相同. 反之, $x_1 - p_1$ 相空间中参数矢量(x_1, p_1) 的变动,也同样

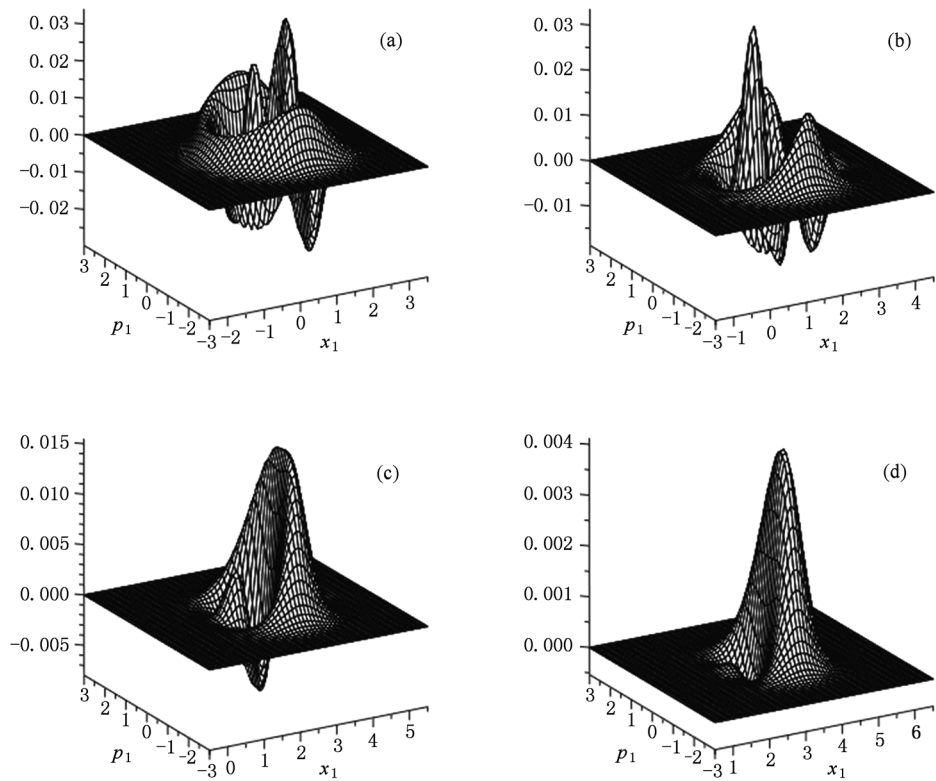


图5 $x_1 - p_1$ 空间 Wigner 函数($\mu = 2, m = 2, n = 1$) (a) $x_2 = 1, p_2 = 0$; (b) $x_2 = 2, p_2 = 0$; (c) $x_2 = 3, p_2 = 0$; (d) $x_2 = 4, p_2 = 0$

使得 $x_2 - p_2$ 相空间中 Wigner 函数分布发生同样变化. 以上充分表明, 双模压缩数态特性并不是对应

两个独立变化模式的简单叠加, 而是相互关联、相互纠缠的状态.

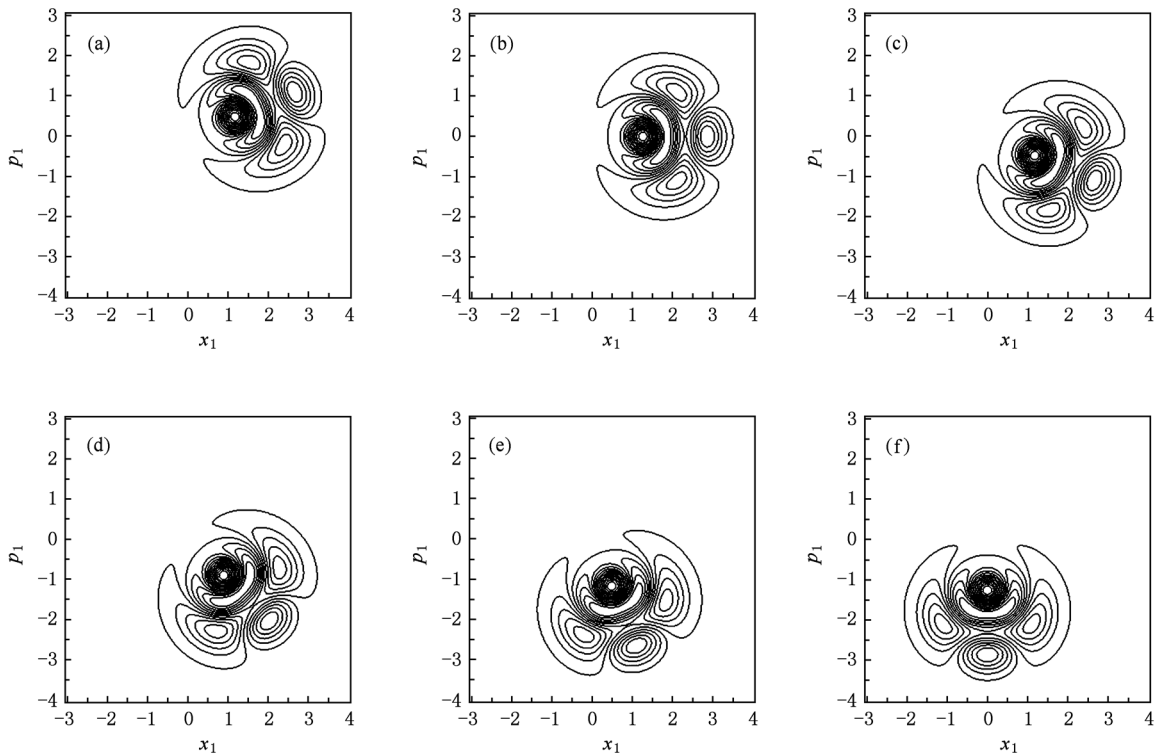


图6 $x_1 - p_1$ 空间 Wigner 函数的 contour 图 ($\mu = 2, m = 2, n = 1, x_2 + ip_2 = 2e^{i\theta}$) (a) $\theta = -\pi/8$; (b) $\theta = 0$; (c) $\theta = \pi/8$; (d) $\theta = \pi/4$; (e) $\theta = 3\pi/8$; (f) $\theta = \pi/2$

4. 结 论

本文利用纠缠态表象及 Wigner 算符在该表象下的表示, 得到双模压缩数态的 Wigner 函数, 数值计算画出了相空间中 Wigner 函数的分布图. 分析结果表明: 双模压缩数态的 Wigner 函数有负值区域, 呈现非经典性质; 随着压缩参数 μ 的增

大, Wigner 函数分布区域减小, 次峰的高度受到影响; 随着 $x_2 - p_2$ 相空间 (或者 $x_1 - p_1$ 相空间) 中参数矢量的变化, $x_1 - p_1$ 相空间 (或者 $x_2 - p_2$ 相空间) 中 Wigner 函数的主峰和次峰的形状也随之发生变化, 并随着 $x_2 - p_2$ 相空间 (或者 $x_1 - p_1$ 相空间) 中参数矢量的旋转而旋转; 两模之间相互关联、相互纠缠, 对相空间中 Wigner 函数分布产生影响.

[1] Wigner E 1932 *Phys. Rev.* **40** 749
 [2] Kurtsiefer C, Pfau T, Mlynek J 1997 *Nature* **386** 150
 [3] Vogel K and Risken H 1989 *Phys. Rev. A* **40** 2847
 [4] Franca Santos M, Lutterbach L G, Dutra S M, Zagury N, Davidovich L 2001 *Phys. Rev. A* **63** 033813
 [5] Fan H Y 2002 *Phys. Rev. A* **65** 064102
 [6] Zheng S B 2005 *Phys. Rev. A* **71** 043820
 [7] Dahl J P, Mack H, Wolf A, Schleich W P 2006 *Phys. Rev. A* **74** 042323
 [8] Piovella N, Cola M M, Volpe L, Schiavi A, Bonifacio R 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 044801

[9] Lan H J, Pang H F, Wei L F 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 8281 (in Chinese) [蓝海江、庞华锋、韦联福 2009 物理学报 **58** 8281]
 [10] Song J, Fan H Y 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 6806 (in Chinese) [宋军、范洪义 2010 物理学报 **59** 6806]
 [11] Chen X, Xia Y J 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 80 (in Chinese) [陈星、夏云杰 2010 物理学报 **59** 80]
 [12] Liu X J, Liu Y M, Zhou B J 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 8518 (in Chinese) [刘小娟、刘一曼、周并举 2010 物理学报 **59** 8518]
 [13] He G Q, Yi Z, Zhu J, Zeng G H 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6427 (in Chinese) [何广强、易智、朱俊、曾贵华 2007 物理学

- 报 56 6427] 79 012327
- [14] Yi Z, He G Q, Zeng G H 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3166 (in Chinese)[易智、何广强、曾贵华 2009 物理学报 **58** 3166]
- [15] Jiang N Q, Jin B Q, Zhang Y, Cai G C 2008 *Euro. Phys. Lett.* **84** 14002
- [16] Jiang N Q, Zheng Y Z 2006 *Phys. Rev. A* **74** 012306
- [17] Wang M F, Zhang Y, Jiang N Q, Zheng Y Z 2009 *Phys. Rev. A* **79** 012327
- [18] Fan H Y, Klauder J R 1994 *Phys. Rev. A* **49** 704
- [19] Fan H Y, Chen B Z 1996 *Phys. Rev. A* **53** 2948
- [20] Fan H Y, Ye X 1993 *Phys. Lett. A* **175** 387
- [21] Fan H Y, Fan Y 1996 *Phys. Rev. A* **54** 958
- [22] Fan H Y, Fan Y 1998 *Mod. Phys. Lett. A* **13** 433

Wigner function of two-mode squeezed number state and its properties *

Song Jun^{1)2)†} Fan Hong-Yi²⁾ Zhou Jun¹⁾²⁾

1) (Department of Material and Chemical Engineering, West Anhui University, Liu'an 237012, China)

2) (Department of Material Science and Engineering, Department of Physics, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

(Received 12 January 2011; revised manuscript received 6 February 2011)

Abstract

By means of the entangled state representation as well as the Wigner operator in such a representation, the Wigner function of the two-mode squeezed number states is derived. The properties of corresponding Wigner function in the phase space are discussed by numerical calculation. The results indicate that Wigner function distribution in the phase space should be influenced by the correlation and the entanglement between two modes of two-mode squeezed number state.

Keywords: two-mode squeezed number states, Wigner function, entangled state representation

PACS: 03.65.-w, 42.50.Dv

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10874174) and the Talent Project of Anhui Province for Outstanding Youth, China (Grant No. 2011SQRL147).

† Corresponding author. E-mail: songj65@mail.ustc.edu.cn