

# 扩展卡尔曼滤波和不敏卡尔曼滤波在实时雷达回波反演大气波导中的应用\*

盛 峰<sup>†</sup>

(解放军理工大学气象学院, 南京 211101)

(2010年12月28日收到; 2011年1月17日收到修改稿)

为了改善雷达回波反演大气波导(RFC)方面存在的单时次、单方位角反演的问题, 提出利用扩展卡尔曼滤波和不敏卡尔曼滤波的反演算法对大气波导结构的多方位角实时跟踪反演. 在卡尔曼滤波方法中分别给出大气波导结构的参数化方程、观测方程、滤波算法的状态转移方程, 最后导出滤波反演算法的迭代求解流程. 在大气波导结构不随时间变化和随时间变化的两种条件下, 对扩展卡尔曼滤波和不敏卡尔曼滤波算法进行数值实验. 实验结果表明, 不敏卡尔曼滤波更适用于 RFC 这高度非线性反演问题, 它可能今后为大气波导结构多方位角实时跟踪反演的业务化运行提供理论基础与技术保证.

**关键词:** 大气波导, 雷达回波, 扩展卡尔曼滤波, 不敏卡尔曼滤波

**PACS:** 93. 85. Ly, 41. 20. Jb

## 1. 引言

雷达回波反演大气波导(refractivity from clutter, RFC)技术是波导探测的常用手段, 它属于反问题研究领域中的热门课题之一<sup>[1]</sup>, 求解该反问题的方法有统计反演和物理反演两大类. Gerstoft等<sup>[2,3]</sup>利用遗传算法对模拟数据进行了反演试验; Vasudevan等<sup>[4]</sup>利用序列重要抽样算法从实测雷达杂波中估计表面波导结构; 盛峰等<sup>[5]</sup>对遗传算法的抗噪能力进行了分析; 盛峰等<sup>[6,7]</sup>采用 Bayesian-MCMC 方法对该问题进行了研究, 盛峰等<sup>[8,9]</sup>采用变分伴随结合正则化方法一种全新的物理反演算法对该问题进行反演研究. 以上文献的研究方向均为提高反演速度和改善反演精度. 以上方法均适用于单时次、单方位角海洋大气波导结构反演. 在实际环境中, 大气折射指数也随方位角和时间变化, 实现大气波导结构的多方位角、大面积实时跟踪反演是重要的任务.

基于此, 本文在前面工作的基础上引入卡尔曼滤

波反演算法来实现对大气波导结构进行实时、大面积、连续反演. 卡尔曼滤波算法主要用在机动目标跟踪方面, 扩展卡尔曼滤波(extended Kalman filter, EKF)算法基于泰勒级数展开的线性化处理, 得到一阶近似项作为原状态方程和测量方程的近似表述形式<sup>[10]</sup>; 不敏卡尔曼滤波(unscented Kalman filter, UKF)使用 U 变换后的状态变量进行滤波估计, 以减小估计误差, 目前的研究表明 UKF 更适用于非线性较强的问题, 且 UKF 所耗的计算机时与 EKF 相似<sup>[11]</sup>.

## 2. 大气波导参数化模型及卡尔曼滤波方程中观测方程的建立

### 2.1. 大气波导参数化模型

不同距离的大气折射指数表达式可写成

$$\mathbf{x}_k = (\mathbf{m}_1^T, \mathbf{m}_2^T, \dots, \mathbf{m}_{n_t}^T)^T, \quad (1)$$

其中  $\mathbf{m}$  是四参数表示的大气折射指数矢量,

$$\mathbf{m}_i = (c_1(t_i), c_2(t_i), h_1(t_i), h_2(t_i))^T \quad (2)$$

\* 国家自然科学基金(批准号:41105013)、江苏省自然科学基金(批准号:BK2011122)、南京信息工程大学气象灾害省部共建教育部重点实验室开放课题(批准号:KLME1109)、解放军理工大学气象学院博士科研启动基金、解放军理工大学气象学院基础理论研究基金和解放军理工大学科研基金资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail:19994035@sina.com

下标  $i$  表示采样序列, 相应的采样时间为  $t_i$ . 四参数模型是美国加利福尼亚海军物理实验室首先提出的, 它是一种普适性的四参数经验模型. 图 1 给出四参数模型的折射指数廓线示意图, 其中, 波导底的高度  $h_1$  (Base height)、混合层的斜率  $c_1$  (Mixed layer slope)、表面波导的厚度  $h_2$  (Thickness), 以及对应高度上表面波导所对应折射指数的变化  $c_2$  (M-deficit). 与经典的五参数模型相比, 减少了蒸发波导厚度  $\delta$  (Evaporation duct height) 这个参数, 这个参数的特征将在波导底的高度参数和混合层的斜率参数中得到一定的体现.

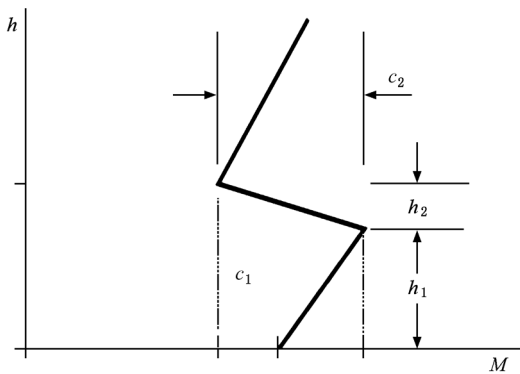


图 1 四参数模型下折射指数的廓线示意图

表面波导的折射指数 ( $M$  单位) 垂直分布关系式可写成下式:

$$M(z,r) = M_0 + \begin{cases} c_1 z, & z < h_1, \\ c_1 h_1 + c_2 (z - h_1), & h_1 < z < h_2, \\ c_1 h_1 + c_2 h_2 + 0.118(z - h_1 - h_2), & h_2 < z. \end{cases} \quad (3)$$

### 2.2. 卡尔曼滤波方程中观测方程的建立——电磁波传播的地型抛物方程

电磁波传播的波动方程——Helmholtz 方程可以用地型抛物方程进行近似. 建立以地面水平距离为  $x$  坐标、以地面高度为  $z$  坐标的局地平面直角坐标系, 得到电磁波传播的抛物近似方程<sup>[12]</sup>

$$\partial_z^2 u + 2ik\partial_x u + k^2 \left( n^2 - 1 + \frac{2z}{a_e} \right) u = 0. \quad (4)$$

上式中,  $k$  为自由空间波数,  $n$  为大气折射指数,  $a_e$  为地球半径,  $z, x$  分别为电磁波传播的高度和距离,  $u$  为电磁场的场量强度. 抛物方程(4)式的边界条件, 细节可以参阅文献[12]. 对一个带初始值的抛

物方程, 可以使用“步进类型”的数值解法, 即在某一个距离  $x_0$  上给定一个有效的解, 利用“步进”的傅里叶算法递推解出所有  $x > x_0$  处的解, 从而可得出后面滤波反演算法时所采用的观测方程

$$h(\mathbf{x}_k) = -2L(\mathbf{x}_k) + 10\lg(r) + C. \quad (5)$$

$\mathbf{x}_k$  为一矢量, 代表大气折射指数矢量,  $L$  代表雷达电磁波的单程传播损耗,  $C$  代表在(5)式所用的所有常量, (5)式就是雷达接收到海杂波回波功率密度  $h(\mathbf{x}_k)$  与电磁波的单程传播损耗  $L(\mathbf{x}_k)$  的关系式, 在已知  $h(\mathbf{x}_k)$  和雷达相关参数的条件下, 可计算出电磁波的单程传播损耗  $L(\mathbf{x}_k)$ .

### 3. 卡尔曼滤波算法的数学描述和实现

基于 KF 算法反演大气波导特征参数的主要思想是: 通过卡尔曼状态转移方程和观测方程的迭代更新, 实现观测数据实时修正待定反演参数, 实现待定反演参数的最优估计. 当待定反演参数的状态转移方程和观测方程均为线性方程, 且观测噪声为高斯白噪声时, 卡尔曼滤波算法等价于最小方差意义下的最优算法. 实际情况下的观测方程和状态转移方程都具有很强的非线性. 对于非线性特性, 传统的解决方法是进行基于泰勒级数展开的线性化处理, 得到包括一阶近似项的状态方程和测量方程的近似表述形式, 这种方法被称为 EKF. 为了改善对非线性问题的处理效果, 又提出 UKF 方法对非线性问题进行滤波估计反演. 该方法在处理状态方程时首先进行了 Unscented 变换(简称 U 变换). 对 U 变换后的状态变量进行滤波估计, 以减小估计误差. 下面分别对以上两种滤波算法在 RFC 技术中的实现过程进行介绍.

#### 3.1. EKF 反演算法的实现

将大气折射指数状态噪声和雷达回波的观测噪声均视为高斯白噪声来处理, 状态方程和观测方程的误差协方差矩阵分别为  $\mathbf{Q}$  的  $\mathbf{R}$ , 则整个 EKF 算法步骤可实现如下:

1) 计算大气折射指数廓线的预测值  $\mathbf{x}$  和预测协方差  $\mathbf{P}$  分别为

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \mathbf{F}\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1},$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{Q}_{k-1} + \mathbf{F}\mathbf{P}_{k-1|k-1}\mathbf{F}^T, \quad (6)$$

其中  $\mathbf{F}$  是状态转移矩阵.

2) 在新的雷达回波观测资料情况下对大气折射指数进行滤波更新

$$\hat{\mathbf{x}}_{klk} = \hat{\mathbf{x}}_{klk-1} + \mathbf{K}_k (y_k - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_{klk-1})),$$

$$\mathbf{P}_{klk} = \mathbf{P}_{klk-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{S}_k \mathbf{K}_k^T, \quad (7)$$

其中

$$\mathbf{S}_k = \hat{\mathbf{H}}_k \mathbf{P}_{klk-1} \hat{\mathbf{H}}_k^T + \mathbf{R}_k,$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{klk-1} \hat{\mathbf{H}}_k^T \mathbf{S}_k^{-1},$$

$$\hat{\mathbf{H}}_k = [\nabla_{\hat{\mathbf{x}}_k} \mathbf{h}^T(\hat{\mathbf{x}}_{klk-1})]^T. \quad (8)$$

(8)式中就是通过  $\nabla_{\hat{\mathbf{x}}_k}$  对观测方程求导,也就是基于泰勒级数展开的线性化处理,这就是 EKF 与传统 KF 算法的区别之处. 综合以上各式,可得 EKF 的计算流程如图 2 所示.

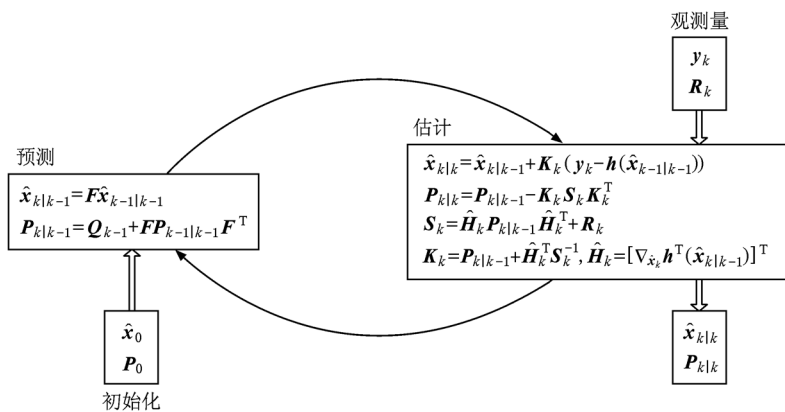


图 2 EKF 算法的实施流程图

### 3.2. UKF 反演算法的实现

UKF 是另外一种非线性反演估计方法. UKF 不对非线性模型作近似,而是对状态的概率密度函数作近似,采用卡尔曼滤波的线性框架,以 Unscented 变换为基础,采样形式为确定性采样. 整个 UKF 算法步骤可实现如下:

1) 计算大气折射指数状态向量  $2n_x + 1$  采样点  $\chi$  及相应的权值  $W$

$$\hat{\chi}_{k-1} = \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1},$$

$$W_m^0 = \frac{\lambda}{n_x + \lambda},$$

$$W_{cov}^0 = W_m^0 + \beta + 1 - \alpha^2,$$

$$\hat{\chi}_{k-1}^i = \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} \pm (\sqrt{(n_x + k) \mathbf{P}_{k-1|k-1}})_i,$$

$$W_m^i = W_{cov}^i = \frac{0.5}{n_x + \lambda}, i = 1, 2, \dots, 2n_x. \quad (9)$$

(9)式中  $n_x$  是状态向量的维数,  $W_m^0$  为均值的权,  $W_{cov}^0$  为方差的权;  $\lambda$  为尺度参数,  $\lambda = \alpha^2(n_x + k) - n_x$ , 参数  $\alpha$  决定采样点的分布条件,在计算中取为 0.1;  $k$  也为尺度参数,一般取为 0;在高斯分布的条件下,  $\beta$  取为 2 是最优的.

2) 计算大气折射指数的预测值和预测协方差

$$\hat{\chi}_{klk-1}^i = \mathbf{F} \hat{\chi}_{klk-1}^i,$$

$$y_{klk-1}^i = \mathbf{h}(\hat{\chi}_{klk-1}^i),$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{klk-1} = \sum_{i=0}^{2n_x} W_m^i \hat{\chi}_{klk-1}^i,$$

$$\hat{\mathbf{y}}_{klk-1} = \sum_{i=0}^{2n_x} W_m^i y_{klk-1}^i,$$

$$\mathbf{P}_{klk-1} = \mathbf{Q}_{k-1} + \sum_{i=0}^{2n_x} W_{cov}^i [\chi_{klk-1}^i - \hat{\mathbf{x}}_{klk-1}] \times [\chi_{klk-1}^i - \hat{\mathbf{x}}_{klk-1}]^T. \quad (10)$$

(10)式  $\hat{\chi}$  和  $\hat{\mathbf{x}}$  分别表示加权前和加权后的状态向量,  $y^i$  和  $\hat{\mathbf{y}}$  分别表示加权前和加权后的观测值,  $\mathbf{P}_{klk-1}$  表示预测协方差矩阵.

3) 在新的雷达回波观测资料情况下对大气折射指数进行滤波更新

$$\mathbf{P}_{xy} = \sum_{i=0}^{2n_x} W_{cov}^i [\chi_{klk-1}^i - \hat{\mathbf{x}}_{klk-1}] [y_{klk-1}^i - \hat{\mathbf{y}}_{klk-1}]^T,$$

$$\mathbf{P}_{yy} = \sum_{i=0}^{2n_x} W_{cov}^i [y_{klk-1}^i - \hat{\mathbf{y}}_{klk-1}] [y_{klk-1}^i - \hat{\mathbf{y}}_{klk-1}]^T,$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{xy} (\mathbf{P}_{yy} + \mathbf{R}_k)^{-1},$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{klk} = \hat{\mathbf{x}}_{klk-1} + \mathbf{K}_k (y_k - \hat{\mathbf{y}}_{klk-1}),$$

$$\mathbf{P}_{klk} = \mathbf{P}_{klk-1} - \mathbf{K}_k (\mathbf{P}_{yy} + \mathbf{R}_k) \mathbf{K}_k^T. \quad (11)$$

(11)式中  $\mathbf{K}$  表示增益矩阵,  $\mathbf{R}$  为观测误差协方差矩阵,  $\mathbf{P}_{klk}$  表示更新后的协方差矩阵.

### 4. 数值实验与结果分析

为了验证 EKF 和 UKF 方法实时雷达回波反演大气波导的可行性及其精度,设计了以下两种方案的反演数值实验. 第 1 种假定大气折射指数是水平均匀的,即不考虑大气折射指数随时间的变化;第 2 种考虑大气折射指数随时间而变化. 实验过程设计如下:1) 选择雷达参数:雷达频率 3 GHz;抬升角  $0^\circ$ ;雷达天线高度 15 m. 2) 根据统计结果,给定滤波算法的误差协方差矩阵为  $P_0 = \text{diag}\{(10 \text{ M-units/km})^2\}$  ( $\text{diag}\{\cdot\}$  表示对角矩阵),  $Q_k = \text{diag}\{(10 \text{ M-units/km})^2\}$ ,  $R_k = \text{diag}\{(5 \text{ dB}^2)\}$ . 3) 设置反演算法过程中随机采样

点的个数为 100,滤波算法的执行次数为 30,间隔 1 min.

#### 4.1. 不考虑折射指数随时间变化条件下的反演结果

在大气折射指数不随时间变化的条件下,各参数是一常参数. 假设常参数的值为  $c_1 = 0.2 \text{ M-units/m}$ ,  $c_2 = -0.30 \text{ M-units/m}$ ,  $h_1 = 40 \text{ m}$ ,  $h_2 = 80 \text{ m}$ . 分别利用 EKF 和 UKF 方法对大气折射指数廓线进行反演,100 个初始采样点值为随机选取. 在采样过程中,100 个采样点同时进行,最后得到的反演结果是 100 个采样点的简单平均值. 经过 30 min,即 30 次滤波估计后,EKF 和 UKF 对各个参数的反演结果见图 3.

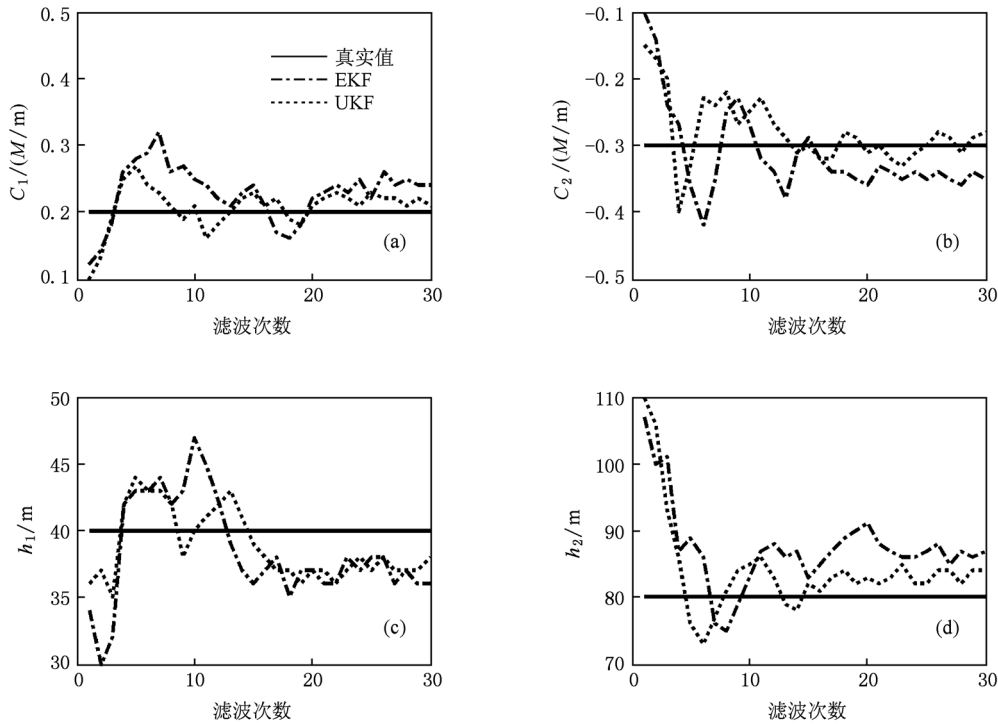


图 3 不考虑大气折射指数随时间变化条件下 EKF 和 UKF 反演结果

从图 3 中可看出,在不考虑大气折射指数随时间变化条件下,两种滤波算法 EKF 和 UKF 均能较好地反演大气折射指数廓线,并能描绘出大气折射指数的变化结构. 但从反演精度上看,UKF 要优于 EKF,它能够更好地实现大气折射指数廓线的跟踪反演.

#### 4.2. 考虑折射指数随时间变化条件下的反演结果

此条件下大气折射指数廓线是随时间变化的.

假设廓线参数的真值为  $c_1(t) = 0.2 - 0.0005t^2$ ,  $c_2 = -0.6 + 0.01t$ ,  $h_1 = 40 - 0.5t$ ,  $h_2 = 100 - 0.1 \cdot (t - 15)^2$ . 分别利用 EKF 和 UKF 对大气折射指数廓线进行反演. 同样选取 100 个随机采样点同时进行滤波估计;经过 30 min 滤波估计后,EKF 和 UKF 对各个参数的反演结果见图 4.

从图 4(b) 和 (c) 中可看出,在待估大气折射指数随时间为线性变化的条件下,EKF 和 UKF 也均能够实现折射指数参数的反演,实现线性的变化参数

特征的实时跟踪反演. 从图 4(a) 和(d) 中可看出, 在大气折射指数随时间为非线性变化的条件下, EKF 不能很好地呈现较大的反演误差, 并可能出现

发散现象, 即跟踪反演失败. UKF 则表现出良好的非线性反演能力, 对非线性变化的参数实现成功跟踪反演.

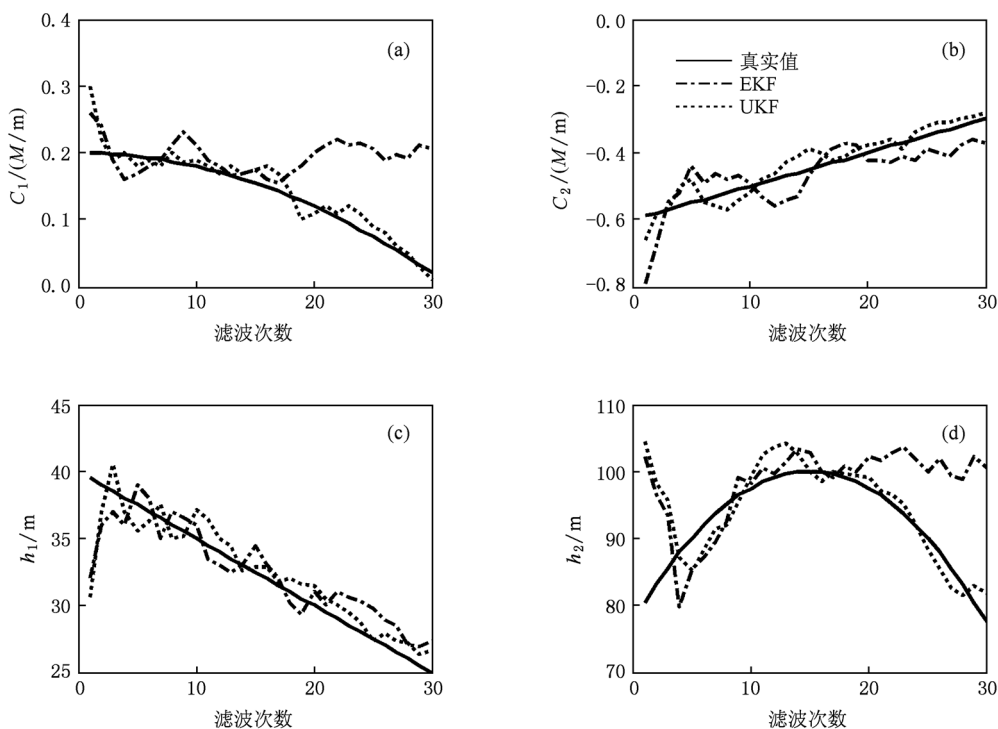


图 4 考虑大气折射指数随时间变化条件下 EKF 和 UKF 反演结果

在表 1 中列出 EKF 和 UKF 两种算法在不考虑折射指数随时间变化, 和考虑折射指数随时间变化

条件下的反演结果误差统计, 其中的百分比表示反演结果的相对误差.

表 1 EKF 和 UKF 两种算法的反演结果误差统计

	常参数/%				时变参数/%			
	$c_1$	$c_2$	$h_1$	$h_2$	$c_1(t)$	$c_2(t)$	$h_1(t)$	$h_2(t)$
EKF	22.5	18.3	9.3	10.1	46.2	14.4	5.0	12.1
UKF	12.8	12.6	6.6	6.6	14.2	6.3	4.1	7.9

结合图 3 和图 4, 从表 1 可以看出, 在待估参数不随时间变化和待估参数随时间为线性变化的条件下, EKF 和 UKF 均能较好反演出参数廓线, 而 EKF 的反演精度要略低于 UKF. 无论是常参数, 还是线性变化参数, 反演精度较为接近. 参数为非线性时变的条件下, EKF 方法可能失效, 不能正确反演参数时变特性, 不能完成实时跟踪反演. UKF 方法对非线性时变参数反演呈现它的优势, 它能够实现非线性变化时变参数的跟踪反演, 但是此时的反演精度要略低于常参数反演.

### 5. 结 论

雷达回波反演大气波导模拟实验证实, EKF 和 UKF 方法均能用于常参数以及线性时变参数的大气折射指数廓线. 与传统的统计反演算法(遗传算法、模拟退火算法等)和物理反演算法(变化伴随结合正则化方法)相比较, EKF 和 UKF 的反演精度相对低一些. 但是它们的优势在于可实现对大气折射指数多方位角(雷达扫描)的实时跟踪反演, 其原因

是节约了大量的计算机时. 基于泰勒级数展开线性化处理的 EKF 算法, 得到一阶近似项作为状态方程和测量方程的近似表述, 这决定了 EKF 算法只能应用于参数线性化较好的条件. 当参数非线性化较为明显的时候, EKF 算法往往失败, 这在数值实验中得到证实. UKF 所耗的计算机时与 EKF 相似, 它

不需要对状态方程或观测方程作线性化处理, 而是采用确定的采样点来逼近目标状态向量的后验概率密度函数的均值和协方差, 然后再在标准的卡尔曼滤波框架下进行递推滤波反演. 该方法对非线性变化参数条件下的描述更为精确, 较好实现对非线性变化参数的实时跟踪反演.

- [1] Yan H J, Fu Y, Hong Z J 2006 *Introduction to Modern Atmospheric Refraction* (Shanghai: Science and Educational Press) [严豪健、符养、洪振杰 2006 现代大气折射引论 (上海: 上海科技教育出版社)]
- [2] Gerstoft P, Rogers L T, Hodgkiss W S, Krolik J L 2003 *Radio Sci.* **38** 8053
- [3] Gerstoft P, Hodgkiss W S, Rogers L T, Jablecki M 2004 *Radio Sci.* **39** 6006
- [4] Vasudevan S, Anderson R, Kraut S, Gerstoft P 2007 *Radio Sci.* **42** 2014
- [5] Sheng Z, Huang S X. 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 4328 (in Chinese) [盛 峥、黄思训 2009 物理学报 **58** 4328]
- [6] Sheng Z, Huang S X, Zeng G D 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 4335 (in Chinese) [盛 峥、黄思训、曾国栋 2009 物理学报 **58** 4335]
- [7] Sheng Z, Huang S X, Zhao X F 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 6627 (in Chinese) [盛 峥、黄思训、赵小峰 2009 物理学报 **58** 6627]
- [8] Sheng Z, Huang S X 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 1734 (in Chinese) [盛 峥、黄思训 2010 物理学报 **59** 1734]
- [9] Sheng Z, Huang S X 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 3912 (in Chinese) [盛 峥、黄思训 2010 物理学报 **59** 3912]
- [10] Pachter M, Chandler P R 1993 *IEEE Trans. on Aerospace and Elect. Syst.* **29** 946
- [11] Tudoroiu N, Khorasani K 2005 *IEEE Trans. on Indus. Electr. and Control Appli.* **29** 494
- [12] Barrios A E 1994 *IEEE Antennas Propag.* **42** 90

# Tracking refractivity from radar clutter using extended Kalman filter and unscented Kalman filter<sup>\*</sup>

Sheng Zheng<sup>†</sup>

(*Institute of Meteorology, PLA University of Science and Technology, Nanjing 211101, China*)

(Received 28 December 2010; revised manuscript received 17 January 2011)

## Abstract

Since the traditional statistical and physical algorithms in the inversion of refractivity from radar clutter (RFC) cannot track omni directions in real time, a new filter algorithm (extended Kalman filter and unscented Kalman filter) is proposed. The parameter equation of atmospheric duct, observation operator, state equation of filter arithmetic are derived separately. Finally, the implementation of the iterative inversion filter algorithm is derived. On the theoretical basis, two algorithms above are tested separately with or without considering the variation of refractivity with time. The experimental result indicates that unscented Kalman filter is suited to solve the nonlinear inversion problem, which has significance in theoretical foundation and technological support for practical applications for the future.

**Keywords:** atmospheric ducts, radar clutter, extended Kalman filter(EKF), unscented Kalman filter (UKF)

**PACS:** 93.85.Ly, 41.20.Jb

---

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China(Grant No. 41105013), the Natural Science Foundation of Jiangsu, China (Grant No. BK2011122), the Open Issue Foundation of Key Laboratory of Meteorological Disaster of Ministry of Education, China (Grant No. KLME1109), the Scientific Foundation for Doctor of University of Science and Technology of PLA, China, the Scientific Foundation for Basic Theory Research of University of Science, and Technology of PLA, China, the Scientific Foundation of University of Science and Technology of PLA, China.

<sup>†</sup> E-mail:19994035@sina.com