

## 快速混沌同步算法研究\*

郑皓洲<sup>†</sup> 胡进峰 刘立东 何子述

(电子科技大学电子工程学院, 成都 611731)

(2011年1月18日收到; 2011年3月3日收到修改稿)

在雷达、通信等工程应用中,发射信号时间有限,需要快速混沌同步. 而传统同步算法收敛速度较慢. 针对该问题,文章给出了一种快速混沌同步算法. 根据 Taylor 展开式,设计非线性控制变量,使得误差方程控制矩阵满足同步判定条件,进一步优选控制矩阵,仅需一步运算,便可快速同步. 此外,考虑到实际工程中往往只发射一个状态变量,文章以典型的连续 Duffing 系统和离散 logistic 系统为例,设计了单一变量驱动的快速同步. 仿真结果表明,与常见的单一耦合和 OPCL(open-plus-closed-loop)同步相比,此算法收敛速度快,抗噪声能力强,具有更强的实际工程意义.

**关键词:** 混沌, 快速同步, 抗噪声

**PACS:** 05.45.Gg

## 1. 引言

混沌同步是混沌在通信和雷达应用中的关键技术和主要特色<sup>[1-5]</sup>. 于是混沌同步得到了广泛研究<sup>[1-16]</sup>. 在雷达、通信等实际工程中,由于发射信号时间有限,需要较快的同步收敛速度,于是混沌快速同步算法成为近年来的研究热点<sup>[6]</sup>.

目前,传统混沌同步算法有驱动-响应同步、耦合同步、自适应同步方法等<sup>[7-9]</sup>,这些算法存在收敛速度不够理想的缺点. Jovic 等给出了针对特定的一维 cubic 离散系统的快速同步算法<sup>[6]</sup>,只需一步迭代,便可实现混沌同步,在保密通信应用中具有明显优势. 但是,该文没有给出任意维离散混沌系统和连续混沌系统的快速同步算法.

针对上述问题,本文给出了适用于任意维连续和离散混沌系统的快速同步算法,与传统混沌同步相比,本文算法只需一步迭代便可同步,同时具有更强的抗噪声性能. 首先,根据 Taylor 展开式,给出一种非线性控制变量设计方法,使得误差方程控制矩阵  $\mathbf{P}$  满足同步判定条件. 然后,在同步前提下,进一步优选控制矩阵  $\mathbf{P}$ ,仅需一步迭代便可同步. 此外,以工程中得到广泛研究的连续 Duffing 系统和离散 logistic

系统为例,同时,考虑到在通信、雷达等实际应用中,往往只发射一个混沌变量,因此本文对 Duffing 系统设计单一变量驱动的控制量. 最后,与常见的单一耦合<sup>[10]</sup>和 OPCL(open-plus-closed-loop)<sup>[11,12]</sup>同步对比,仿真实验验证了本文算法的正确性和有效性.

## 2. 混沌同步判定准则

在满足下述条件下,两个不同的混沌系统实现混沌同步. 其中,离散和连续混沌系统的同步判定准则分别如引理 1 和引理 2 所示.

**引理 1**<sup>[6]</sup> 离散混沌系统的误差方程为  $\mathbf{e}_{n+1} = \mathbf{P}\mathbf{e}_n, \forall n \geq 0, \forall \mathbf{e} \in \mathbb{R}^n, \forall \mathbf{p} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ . 当矩阵  $\mathbf{P}$  所有特征值的绝对值小于 1 时,即  $|\{\text{eig}(\mathbf{P})\}_i| < 1, i = 1, 2, \dots, n$ . 则当  $n \rightarrow \infty$  时,  $\|\mathbf{e}_n\| \rightarrow 0$ .

**引理 2**<sup>[13]</sup> 连续混沌系统的误差方程为  $\dot{\mathbf{e}}(t) = \mathbf{P}\mathbf{e}(t), \forall \mathbf{e} \in \mathbb{R}^n, \forall \mathbf{p} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ . 当矩阵  $\mathbf{P}$  所有特征值实部小于零时,即  $\text{real}\{\text{eig}(\mathbf{P})\}_i < 0, i = 1, 2, \dots, n$ . 则当  $t \rightarrow \infty$  时,  $\|\mathbf{e}\| \rightarrow 0$ .

## 3. 快速同步算法

一般连续混沌系统如下:

\* 国家自然科学基金(批准号:61101172)、国防预研究基金(批准号:9140A07011609DZ0216)、高等学校博士学科点专项科研基金(批准号:200806141026)和中央高校基本科研业务费专项资金(批准号:ZYGX2009J011, E022050205)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: hktk8587161@yahoo.com.cn

$$\frac{dx}{dt} = G(x, t). \quad (1)$$

其中,  $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in R^{n \times 1}$  为状态变量.

响应系统设计如下:

$$\frac{dy}{dt} = F(y, t) + u(t). \quad (2)$$

其中,  $y = [y_1, y_2, \dots, y_n]^T \in R^{n \times 1}$  为状态变量.  $u(t) = [u_1(t), u_2(t), \dots, u_n(t)]^T \in R^{n \times 1}$ ,  $u(t)$  为非线性控制向量.

非线性控制向量分解为两项, 如下:

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t). \quad (3)$$

$u_1(t)$  和  $u_2(t)$  分别为

$$u_1(t) = \frac{dx}{dt} - F(x, t), \quad (4)$$

$$u_2(t) = v(t) - p(y - x). \quad (5)$$

其中, 控制矩阵  $\forall p \in R^{n \times n}$ , 且满足所有特征值实部均小于零,  $v(t)$  设计如下:

$$v(t) = - \sum_{k=1}^m \frac{F^{(k)}(x)}{k!} (y - x)^k, \quad \frac{\partial^m F(x)}{\partial x^m} = 0. \quad (6)$$

其中, 当混沌系统偏微分阶数为无穷阶时, 随着  $k$  增加, 式  $v(t)$  中的  $F^{(k)}(x)(y - x)^k/k!$  快速减小, 根据实际需要, 选取上式中的  $m$ . 证明如下:

定义误差变量为  $e = y - x$ ,  $e(t) = [e_1(t), e_2(t), \dots, e_n(t)]^T \in R^{n \times 1}$ . (2)式、(3)式与(1)式相减得

$$\begin{aligned} \dot{e} &= F(y, t) - G(x, t) + u_1(t) + u_2(t) \\ &= F(y, t) - G(x, t) + \frac{dx}{dt} \\ &\quad - F(x, t) + v(t) + p(y - x). \end{aligned} \quad (7)$$

函数  $F(y, t)$  进行泰勒展开, 如下:

$$F(y, t) = F(x, t) + \sum_{k=1}^m \frac{F^{(k)}(x, t)}{k!} (y - x)^k, \quad \frac{\partial^m F(x, t)}{\partial x^m} = 0. \quad (8)$$

根据(1)式、(6)式和(8)式, 则(7)式简化为

$$\begin{aligned} \dot{e} &= F(y, t) - F(x, t) + v(t) + p(y - x) \\ &= -v(t) + v(t) + p(y - x) \\ &= pe, \end{aligned} \quad (9)$$

其中, 控制矩阵  $P = [k_{ij}]$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ;  $j = 1, 2, \dots, n$ . 根据引理2, 当控制矩阵  $P$  所有特征值实部小于零时, 且满足下式:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|e(t)\| = \lim_{t \rightarrow \infty} \|y - x\| = 0. \quad (10)$$

此时, 系统实现混沌同步. 从而证明本文同步

算法的正确性.

由于  $P$  是可控矩阵, 合理优选  $P$  中的值可使同步收敛速度加快. 首先, 保证响应系统初始值和  $k_{ij}$  使混沌系统在收敛范围内. 此外, 很难给出同步收敛速度与参数  $k_{ij}$  的具体函数式. 所以,  $k_{ij}$  在满足混沌同步的前提下, 本文采用数值仿真方法优选  $k_{ij}$ , 如下式:

$$\begin{aligned} \{k_{ij}\} &= \arg \{ \min \{ f(k_{ij}) \mid \text{real} \{ \text{eig}(P) \}_i < 0 \} \} \\ & i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (11)$$

其中  $f(\cdot)$  为  $k_{ij}$  与同步收敛步数函数关系式.

当混沌系统为离散时, 则(9)式修改成

$$e_{n+1} = pe_n, \quad (12)$$

其中,  $\forall p \in R^{n \times n}$ , 根据引理1, 控制矩阵  $p$  满足全部特征值的绝对值小于1. 此外, 当控制矩阵  $p$  满足下式:

$$p = 0. \quad (13)$$

此时, 控制矩阵  $p$  的所有特征值全部为零, 这是引理1的一种特殊情况, 如下式:

$$\begin{aligned} \{ \text{eig}(p) = 0 \} &\in \{ \{ \text{eig}(P) \}_i \mid i < 1 \} \\ & i = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (14)$$

则(12)式修改成

$$e_{n+1} = 0. \quad (15)$$

(13)式代入(2)式, 响应系统可简化为

$$\begin{aligned} y_{n+1} &= G(x_n) - p(y - x) \\ &= G(x_n). \end{aligned} \quad (16)$$

两个因素影响混沌产生条件. 第一, 混沌初始值需在混沌收敛范围  $[a, b]$  内, 第二, 混沌参数满足至少有一个 Lyapunov 指数大于零. 根据(16)式, 当控制矩阵  $p$  为零矩阵, 经过一步迭代, 响应系统简化成驱动系统  $G(x_n)$ , 此时, 响应和驱动系统的混沌参数满足混沌产生条件, 所以满足(13)式的控制矩阵  $p$  不会影响混沌产生. 此外, 响应系统初始值只需满足在收敛范围内  $y_0 \in [a, b]$ .

为说明本文同步方法满足稳定性, 建立 Lyapunov 函数如下:

$$L(e) = e_1^2 + e_2^2 + \dots + e_n^2. \quad (17)$$

由于响应系统与驱动系统的初始值不一样,  $L(e_n)$  大于零. 根据(15)式,  $L(e_{n+1}) = 0$ , 则  $L(e_{n+1}) - L(e_n) < 0$ . 根据 Hurwitz 稳定原理<sup>[13]</sup>, 这满足稳定性原理.

从(12)式和(15)式看出, 不管上一时刻  $e_n$  是否等于零, 下一时刻的  $e_{n+1}$  始终为零, 系统只需一步迭代, 实现混沌同步. 此外, 响应系统初始值只需在满

足  $y_0 \in [a, b]$  条件下, 响应系统满足混沌产生条件. 且本文同步满足稳定性.

### 4. 举例分析

为验证上述同步算法的正确性和有效性, 本文分别以实际工程中得到广泛研究的 Duffing 系统和离散 logistic 系统为例, 进行快速同步设计, 仿真验证本文算法仅需一步迭代便实现同步, 并具有强的抗噪声能力.

#### 4.1. Duffing 系统快速同步设计

Duffing 系统数学模型如下:

$$x'' + cx' + x^3 = b\cos(wt). \quad (18)$$

其中, 参数  $c = 0.1, b = 10, w = 1$ , 系统达到了混沌状态<sup>[11]</sup>,  $x$  与  $x'$  相图如图 1.

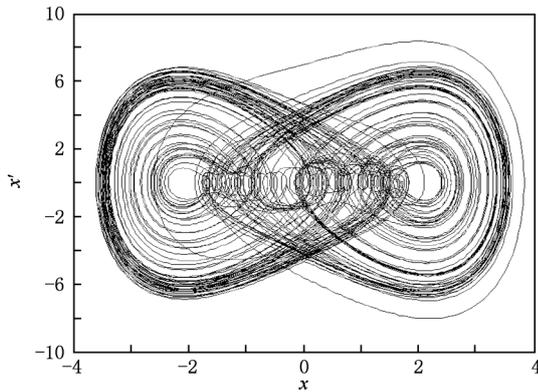


图 1  $x$  与  $x'$  相图

令  $\mathbf{x} = [x, x']^T = [x_1, x_2]^T$ , 则(18)式等价于下式:

$$\begin{aligned} dx_1/dt &= x_2, \\ dx_2/dt &= -cx_2 - x_1^3 + b\cos(wt). \end{aligned} \quad (19)$$

令  $\mathbf{y} = [y, y']^T = [y_1, y_2]^T$ , 则响应系统设计如下式:

$$\begin{aligned} dy_1/dt &= y_2 + u_{11}(t) + u_{21}(t), \\ dy_2/dt &= -cy_2 - y_1^3 + b\cos(wt) + u_{12}(t) + u_{22}(t). \end{aligned} \quad (20)$$

本文选择驱动系统与响应系统结构相同, 即  $F(\cdot) = G(\cdot)$ . 控制变量  $\mathbf{u}_1(t) = [u_{11}(t), u_{12}(t)]^T$  和  $\mathbf{u}_2(t) = [u_{21}(t), u_{22}(t)]^T$  分别如(21)式, (22)式:

$$\mathbf{u}_1(t) = \frac{d\mathbf{x}}{dt} - F(\mathbf{x}) = \mathbf{0}, \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_2(t) &= -\frac{\partial F(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{y} - \mathbf{x}) - \frac{\partial^2 F(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^2}(\mathbf{y} - \mathbf{x})^2 \\ &\quad - \frac{\partial^3 F(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^3}(\mathbf{y} - \mathbf{x})^3 + \mathbf{p}(\mathbf{y} - \mathbf{x}). \end{aligned} \quad (22)$$

各阶偏微分如下式:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3x_1^2 & -c \end{bmatrix}, \\ \frac{\partial^2 F(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^2} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -6x_1 & 0 \end{bmatrix}, \\ \frac{\partial^3 F(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^3} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -6 & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (23)$$

控制矩阵  $\mathbf{p}$  所有特征值实部要求均小于零, 满足这要求具有很多种选择. 本文选择其中一种较简单的形式, 该形式实现只需单一驱动变量  $x_1$ , 即可实现同步, 如下:

$$\mathbf{p} - \frac{\partial F(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} m_1 & m_2 \\ m_3 & m_4 \end{bmatrix}. \quad (24)$$

其中  $m_1 \neq 0, m_2 = 0, m_3 \neq 0, m_4 = 0$ . 则控制矩阵  $\mathbf{p}$  设计如下:

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} k_1 & 1 \\ k_2 & -c \end{bmatrix}. \quad (25)$$

根据(25)式, 可得特征值表达式如下:

$$\lambda^2 + (c - k_1)\lambda - ck_1 - k_2 = 0. \quad (26)$$

当参数  $k_1, k_2$  满足(27)式时, 矩阵  $\mathbf{p}$  的 2 个特征值实部均小于零, 即

$$k_1 < c, k_2 \leq -ck_1. \quad (27)$$

将(21)式, (22)式, (23)式, (25)式分别代入(20)式, 则响应系统如下:

$$\begin{aligned} dy_1/dt &= y_2 + k_1(y_1 - x_1), \\ dy_2/dt &= -cy_2 - y_1^3 + b\cos(wt) \\ &\quad + (k_2 + 3x_1^2)(y_1 - x_1) \\ &\quad + 3x_1(y_1 - x_1)^2 + (y_1 - x_1)^3. \end{aligned} \quad (28)$$

(20)式与(19)式相减得误差方程, 且  $e_i = y_i - x_i, i = 1, 2$ , 化简如下:

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= e_2 + k_1 e_1, \\ \dot{e}_2 &= k_2 e_1 - ce_2. \end{aligned} \quad (29)$$

从(29)式看出, 雅可比矩阵即为控制矩阵  $\mathbf{p}$ , 根据引理 2, 系统实现混沌同步. 此外, 在雷达等实际工程中, 为节省信道资源, 发射端仅发射单一信号. 从(28)式看出, 控制变量只使用单一驱动变量  $x_1$ ,

上述同步方法可应用于实际工程.

### 4.2. Duffing 快速同步仿真分析

为实现一步快速同步,本文对矩阵  $p$  进行了数值优选. 同步收敛步数与  $k_1, k_2$  关系如图 2, 其中,

$k_1, k_2$  步长为 0.1,  $k_1 \in (-10, -0.1), k_2 \in (-50, -0.1)$ . 从图 2(a) 三维图看出, 收敛步数在范围 (1, 76) 内变化. 从图 2(b) 投影局部放大图看出,  $k_1, k_2$  在深色的较小范围内, 收敛步数仅为一步. 所以, 控制矩阵  $p$  的合理选择对同步性能至关重要.

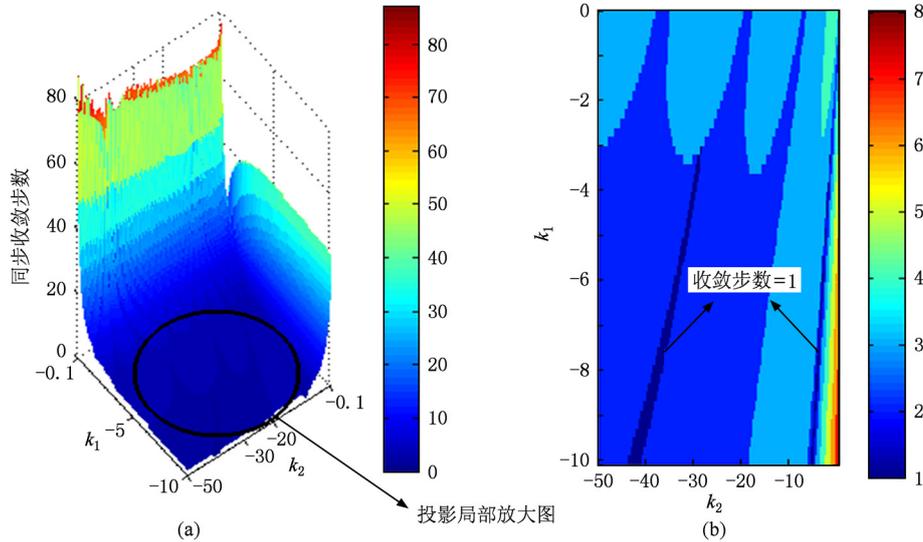


图 2  $k_1, k_2$  与收敛步数关系图

本文算法与单一耦合同步进行仿真对比. 仿真采用 4—5 阶龙格库塔算法, 步长为 1,  $(k_1, k_2) = (-10, -8.7)$ , 驱动和响应系统初始值分别为  $(x(0), x'(0)) = (1, 1)$  和  $(y(0), y'(0)) = (-3, -3)$ . 如图 3 和图 4, 单一耦合同步和本文算法的收敛步数分别为 156 步和 1 步. 此外, 图 5 为驱动  $x$  与响应  $y$  关系图, 通过一步迭代, 响应  $y$  便恢复出驱动  $x$ , 侧面验证了图 4 的正确性.

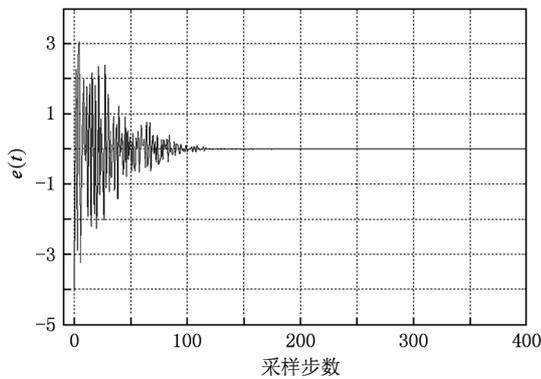


图 3 单一耦合同步下  $x$  误差图

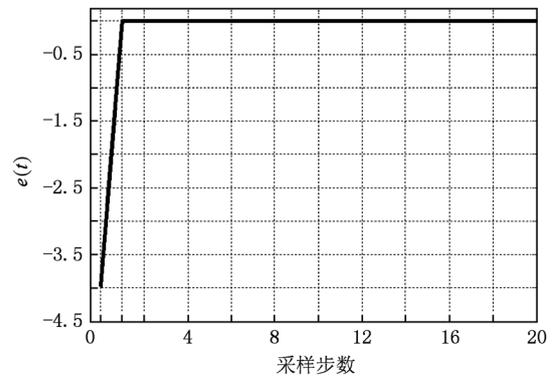


图 4 本文算法下  $x$  误差图

数值仿真表明, 本文算法具有一定的强抗噪声能力. 在实际工程中, 噪声是始终存在的, 但是传统混沌同步对噪声非常敏感, 当噪声大小达到信号 10% 时, 即信噪比 SNR 为 20 dB, 同步性能完全破坏<sup>[14]</sup>. 然而, 在 (28) 式中所有变量  $x_i$  添加高斯白噪声, 当信噪比为 10 dB 时, 驱动  $x$  与响应  $y$  同步仿真如图 6. 从图看出, 同步性能仍然较好, 这说明本文同步算法具有一定的强抗噪声能力.

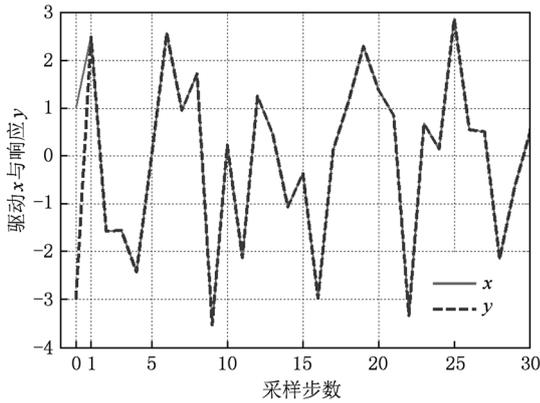


图5 没有噪声下,  $x$  与  $y$  仿真图

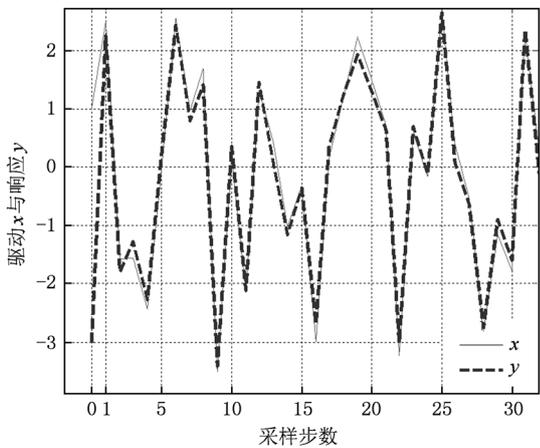


图6 信噪比 10 dB 下  $x$  与  $y$  仿真图

### 4.3. logistic 系统快速同步设计

logistic 系统的数学模型如下式:

$$x_{n+1} = cx_n(1 - x_n). \quad (30)$$

其中,  $c$  为参数, 当  $c$  为 3.88 时, 系统达到混沌状态<sup>[15]</sup>,  $x_n$  与  $x_{n+1}$  相图如图 7.

对于一维混沌系统而言, (12) 式的矩阵  $p$  满足下式:

$$p = \text{eig}(p). \quad (31)$$

以下推导过程与 Duffing 系统类似, 故做简要分析. 根据(4)式, (5)式, (6)式, 响应系统设计如下:

$$y_{n+1} = cy_n(1 - y_n) + (p + 2cx_n - c) \times (y_n - x_n) + c(y_n - x_n)^2. \quad (32)$$

其中,  $p \in \mathbf{R}^{1 \times 1}$  为控制矩阵. 根据引理 1 和(31)式可知,  $|p| < 1$ .

(32)式与(30)式相减得误差方程,

$$e_{n+1} = c(y_n - x_n) + c(x_n^2 - y_n^2) + (p + 2cx_n - c) \times (y_n - x_n) + c(y_n - x_n)^2. \quad (33)$$

且  $e_n = y_n - x_n$ , 化简得

$$e_{n+1} = pe_n. \quad (34)$$

由(14)式可知, 当控制矩阵  $p$  为零时, 此时实现了一步快速混沌同步.

### 4.4. logistic 快速同步仿真分析

本文算法与 OPCL 同步算法进行仿真对比. 其中, 仿真步长为 1, 驱动和响应系统初始值分别为  $x_n(0) = 0.78$  和  $y_n(0) = 0.55$ . 仿真如图 8, OPCL 同步与本文算法的收敛步数分别为 11 步和 1 步. 此外, 图 9 为驱动  $x_n$  与响应  $y_n$  同步仿真图, 通过一步迭代, 响应  $y_n$  便恢复出驱动  $x_n$ , 侧面验证了图 8 的正确性.

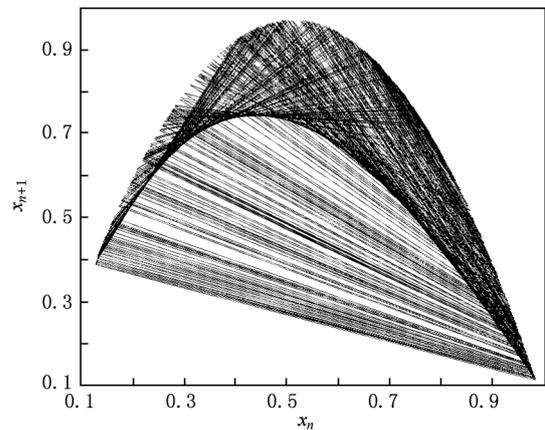


图7 logistic 相图

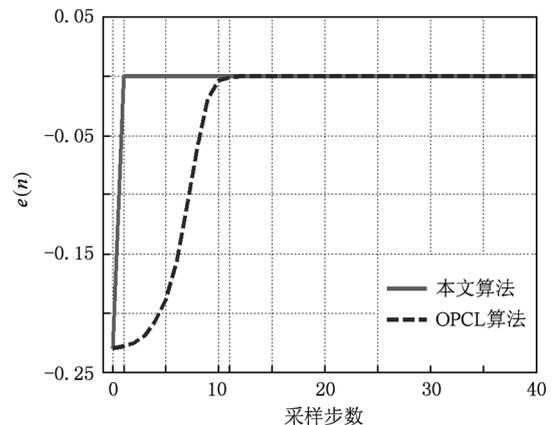


图8 本文算法与 OPCL 算法收敛速度对比

在噪声或干扰环境下, 本文算法与 OPCL 算法进行同步仿真对比. 同步误差  $\delta$  可用  $e_n$  均方根 RMS

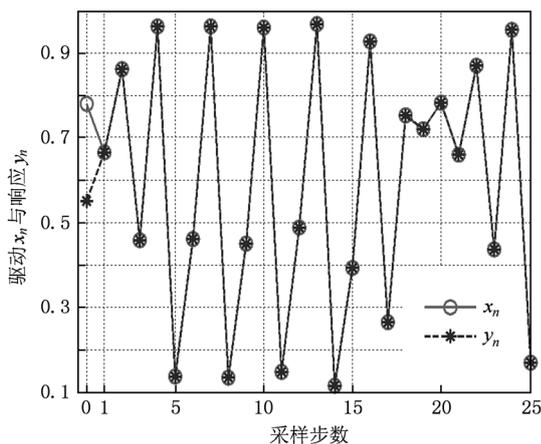


图9 驱动  $x_n$  与响应  $y_n$  仿真图

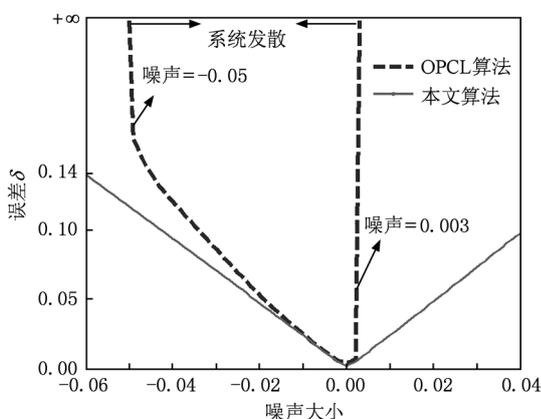


图10 本文算法与 OPCL 算法抗噪声对比

(root mean square) 表示<sup>[16]</sup>, 如 (35) 式. 仿真如图 10, 仿真点数  $N$  为 10000 点, 噪声步长为 0.001. 从图看出, 当噪声在范围  $(-0.049, 0.002)$  时, 本文算法的同步误差  $\delta$  低于 OPCL 算法. 当噪声超过上述范围时, OPCL 算法下的同步误差  $\delta$  趋于无穷, 而本文算法始终可实现同步. 所以, 本文同步算法的抗噪声能力优于 OPCL 算法.

$$\delta = e_{\text{RMS}} = \frac{\sqrt{e_1^2 + e_2^2 + \dots + e_N^2}}{N}. \quad (35)$$

## 5. 结 论

在混沌应用于通信、雷达等实际工程中, 存在同步收敛速度慢、同步对噪声非常敏感等缺点, 为了解决上述问题, 本文给出了一种快速同步算法. 该算法根据 Taylor 展开式, 给出了一种非线性控制变量设计方法. 在满足同步前提下, 合理选择控制矩阵, 通过一步迭代, 实现快速同步.

为验证本文算法的正确性和有效性, 本文以连续 Duffing 系统和离散 logistic 系统来举例分析. 同时, 考虑实际工程中只发射单一信号, 设计使 Duffing 驱动系统仅驱动单一变量. 最后, 通过与单一耦合和 OPCL 同步对比. 仿真表明, 本文算法实现了一步快速同步, 且抗噪声能力强. 综上所述, 本文算法具有较强的工程应用.

[1] Alonge F, Branciforte M, Motta F 2009 *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **58** 318

[2] Pisarchik A N, Oliveras F R 2010 *IEEE J. Quantum Electron* **46** 299

[3] Jiang F, Liu Z, Hu W, Bao B C 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 116 (in Chinese) [蒋飞、刘中、胡文、包伯成 2010 物理学报 **59** 116]

[4] Jin J X, Qiu S S 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 792 (in Chinese) [晋建秀、丘水生 2010 物理学报 **59** 792]

[5] Xu Y C, Yang C L, Qu X D 2010 *Chin. Phys. B* **19** 030516

[6] Jovic B, Unsworth C P 2010 *Elec. Lett.* **46** 1

[7] Pecora L M, Carroll T L 1990 *Phys. Rev. Lett.* **94** 821

[8] Cheng L, Zhang R Y, Peng J H 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 536 (in Chinese) [程丽、张入元、彭建华 2003 物理学报 **52** 536]

[9] Sorrentino F, Barlev G, Cohen A B, Edward O 2010 *Chaos* **20** 013103

[10] Qin W Y, Su H, Yang Y F 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2704 (in Chinese) [秦卫阳、苏浩、杨永峰 2008 物理学报 **57** 2704]

[11] Grosu I 1997 *Phys. Rev. E* **56** 3709

[12] Grosu I, Banerjee R, Roy P K, Dana S K 2009 *Phys. Rev. E* **80** 016212

[13] Yang C Y, Zhang Q L, Lin Y P, Zhou L N 2007 *IEEE Trans. Circuits Syst. Regul. Pap.* **54** 1142

[14] Carroll T L 2005 *Chaos* **15** 013901

[15] Elhadj Z, Sprott J C 2008 *Chaos* **18** 023119

[16] Carroll T L 2001 *IEEE Trans. Circ. Syst. Fund. Theor. Appl.* **48** 1519

## Study on fast synchronization of chaos\*

Zheng Hao-Zhou<sup>†</sup> Hu Jin-Feng Liu Li-Dong He Zi-Shu

(School of Electronic Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)

(Received 18 January 2011; revised manuscript received 3 March 2011)

### Abstract

In radar, communication and other engineering applications, fast synchronization is needed because of the limited time of transmitting signal. However, the convergence rate of conventional synchronization is slow. To resolve the problem, a fast synchronization algorithm is proposed. According to Taylor expansion, nonlinear controller is designed to make the control matrix of error equation satisfy critical conditions for synchronization and further to optimize the control matrix, so fast synchronization can be achieved with only one step operation. In addition, given the practical engineering launches only one state variable, in this paper are take the typical continuous Duffing system and discrete Logistic system as examples and design the fast synchronization driven by only one variable. Finally, simulation results show that compared with common single coupling and OPCL synchronization, the proposed algorithm has fast convergence rate, strong anti-noise cap ability, and strong engineering practice significance.

**Keywords:** chaos, fast synchronization, anti-noise

**PACS:** 05.45.Gg

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61101172), the National Defense Pre-Research Foundation of China (Grant No. 9140A07011609DZ0216), the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (Grant No. 200806141026) and the Fundamental Research Funds for the Central Universities of China (Grant Nos. ZYGX2009J011, E022050205).

<sup>†</sup> E-mail: hktk8587161@yahoo.com.cn