

参数未知的统一超混沌系统自适应反同步*

阿布都热合曼·卡的尔¹⁾²⁾ 王兴元^{1)†} 赵玉章²⁾

1) (大连理工大学电子信息与电气工程学部, 大连 116024)

2) (新疆财经大学计算机科学与工程学院, 乌鲁木齐 830012)

(2011年1月25日收到; 2011年3月3日收到修改稿)

文章研究了参数未知的统一超混沌系统的控制与同步问题. 首先基于 Lyapunov 稳定性理论, 设计了自适应控制器, 证明了该控制器可使参数未知统一超混沌系统渐近稳定于不动点. 其次使用自适应反同步方法, 设计了自适应同步控制器, 实现了参数未知统一超混沌系统的完全同步, 最后数值仿真实验进一步验证了所提出方案的有效性.

关键词: 统一超混沌系统, 自适应控制器, 自适应反同步

PACS: 05.45.Gg, 05.45.Xt

1. 引言

混沌是非线性动力学领域中的重点问题之一. 由于混沌控制与同步在工程领域中应用有着巨大的潜力和发展前途, 已成为混沌系统研究的核心. 1990年, Pecora 和 Carroll 提出了“混沌同步”的概念, 并在实验室用电路进行了实现^[1]. 此后, 混沌同步及其应用得到了广泛的研究和发展^[2-5]. 目前, 许多学者已从不同的角度实现了不同类型的混沌同步, 如: 脉冲同步^[6]、相同步^[7, 8]、延迟同步^[9]、反同步^[10-12]和超混沌系统同步方案^[13-15]. 就目前混沌控制方法论的发展所取得的成就而言, 上述方法并不是对所有混沌系统的控制或同步都有效, 不同的方法有各自的优缺点, 具体情况要具体分析. 为此, 本文设计了自适应控制器, 成功地将参数未知统一超混沌系统的混沌轨道控制到平衡点上, 并实现了两个参数未知统一超混沌系统的反同步.

2. 问题描述与系统模型

考虑如下混沌系统:

$$\dot{x} = f(t, x), \quad (1)$$

$$\dot{y} = g(t, y) + u(t, x, y). \quad (2)$$

系统(1)为驱动系统, 系统(2)为响应系统, f, g 为 $R \times R^n \rightarrow R^n$ 的可微函数, x, y 为系统变量, $u(t, x, y)$ 控制输入. 当控制器 u 使得不同初值出发的系统满足

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x + y\| = 0,$$

即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |x_i + y_i| = 0, \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$

那么该驱动系统和响应系统达到反同步.

2000年吕金虎、陈关荣等人提出了统一混沌系统^[16], 在此基础上文献^[17]提出了统一超混沌系统

$$\begin{aligned} \dot{x} &= (25a + 20)(y - x) + w, \\ \dot{y} &= (28 - 35a)x - xz + (29a - 1)y, \\ \dot{z} &= xy - (a + 8)z/3, \\ \dot{w} &= bw + cyz. \end{aligned} \quad (3)$$

这里 x, y, z 和 w 是状态变量, a, b, c 为参数. 当 $a = 0, b = -1, c = -1$ 时, 系统(1)为超混沌 Lorenz 系统; 当 $a = 0.8, b = 0.3, c = 0.1$ 时, 系统(1)为超混沌 Lü 系统; 当 $a = 1, b = 0.2, c = 0.1$ 时, 系统(1)为超混沌 Chen 系统. 图1所示当 $a = 0.6, b = 0.3, c = 0.1$ 时, 系统(1)的超混沌吸引子.

* 国家自然科学基金(批准号:61173183, 60973152, 60573172)、高等学校博士学科点专项科研基金(批准号:20070141014)、辽宁省自然科学基金(批准号:20082165)和新疆少数民族科技人才特殊培养计划科研项目(批准号:201123116)资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: wangxy@dlut.edu.cn

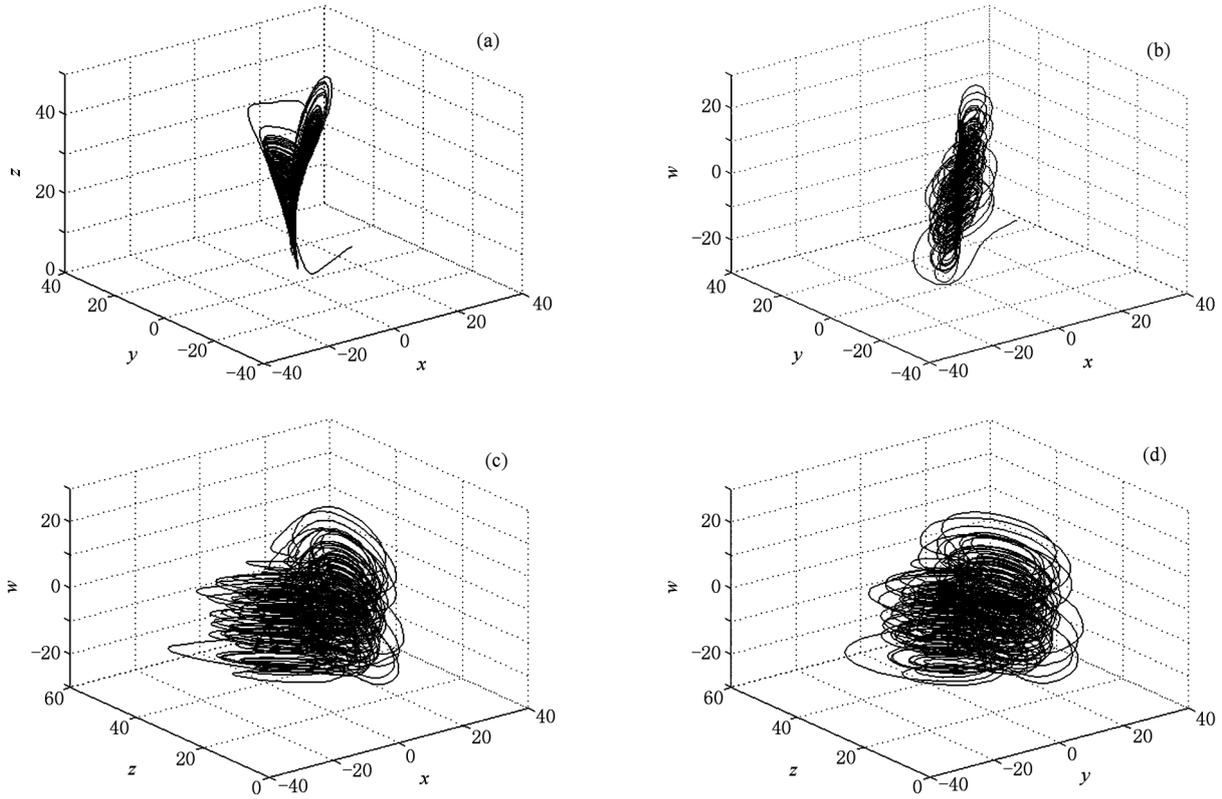


图1 统一超混沌系统的吸引子 (a) $x-y-z$; (b) $x-y-w$; (c) $x-z-w$; (d) $y-z-w$

3. 自适应控制

考虑下面受控统一超混沌系统:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= (25a + 20)(y - x) + w + u_1, \\ \dot{y} &= (28 - 35a)x - xz + (29a - 1)y + u_2, \\ \dot{z} &= xy - (a + 8)z/3 + u_3, \\ \dot{w} &= bw + cyz + u_4. \end{aligned} \quad (4)$$

其中 a, b, c 为未知参数, $u_i (i=1, 2, 3, 4)$ 为控制器.

构造 Lyapunov 函数为

$$\begin{aligned} V(x, y, z, w, \tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{c}) \\ = \frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2 + w^2 + \tilde{a}^2 + \tilde{b}^2 + \tilde{c}^2). \end{aligned} \quad (5)$$

这里 $\tilde{a} = a - \bar{a}, \tilde{b} = b - \bar{b}, \tilde{c} = c - \bar{c}; \bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ 分别是 a, b, c 的估计值. 对(5)式求导, 可得

$$\dot{V} = x\dot{x} + y\dot{y} + z\dot{z} + w\dot{w} + \tilde{a}\dot{\tilde{a}} + \tilde{b}\dot{\tilde{b}} + \tilde{c}\dot{\tilde{c}}. \quad (6)$$

选择自适应控制器为

$$\begin{aligned} u_1 &= -25ay - 20y - w + 19x + 25\bar{a}x, \\ \dot{\tilde{a}} &= 25x^2, \\ u_2 &= -28x + 35\bar{a}x - xz - 29\bar{a}y - 2y, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{a}} &= -29y^2, \\ u_3 &= -xy + (\bar{a} - 1)z/3, \\ \dot{\tilde{a}} &= z^2/3, \\ u_4 &= -\bar{b}w - cyz - w, \\ \dot{\tilde{b}} &= -w^2. \end{aligned} \quad (7)$$

(6) 式成立时, $\dot{V} = -x^2 - y^2 - z^2 - w^2 < 0$. 由 Lyapunov 稳定性理论可知, 系统(4) 渐进稳定.

通过数值模拟验证自适应控制的有效性, 采用四阶 Runge-Kutta 法去求解方程(4). 选取参数 $a = 0.6, b = 0.3, c = 0.1$, 系统初态为 $x(0) = 1, y(0) = 2, z(0) = 3, w(0) = 4$, 时, 图2 给出统一超混沌系统自适应控制结果.

4. 统一超混沌系统的反同步

定义驱动系统为

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= (25a + 20)(y_1 - x_1) + w_1, \\ \dot{y}_1 &= (28 - 35a)x_1 - x_1z_1 + (29a - 1)y_1, \\ \dot{z}_1 &= x_1y_1 - (a + 8)z_1/3, \\ \dot{w}_1 &= bw_1 + cy_1z_1. \end{aligned} \quad (8)$$

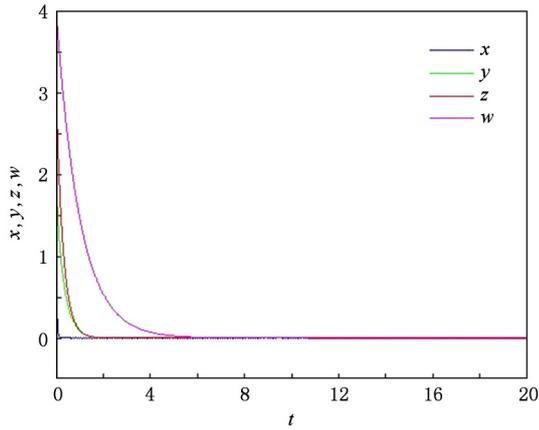


图2 系统(4)自适应控制曲线

响应系统为

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= (25a_1 + 20)(y_2 - x_2) + w_2 + u_1, \\ \dot{y}_2 &= (28 - 35a_1)x_2 - x_2z_2 \\ &\quad + (29a_1 - 1)y_2 + u_2, \\ \dot{z}_2 &= x_2y_2 - (a_1 + 8)z_2/3 + u_3, \\ \dot{w}_2 &= b_1w_2 + c_1y_2z_2 + u_4. \end{aligned} \quad (9)$$

这里, u_1, u_2, u_3, u_4 分别为加在对应状态变量上的控制输入, 以确保驱动系统(8)与响应系统(9)达到同步. 定义驱动-响应系统的状态误差为 $e_1 = x_2 + x_1$, $e_2 = y_2 + y_1, e_3 = z_2 + z_1$ 和 $e_4 = w_2 + w_1$, 根据(8)和(9)式可得误差系统如下:

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= (25\alpha + 20)(y_1 - x_1) \\ &\quad + (25\alpha_1 + 20)(y_2 - x_2) + e_4 + u_1, \\ \dot{e}_2 &= (28 - 35\alpha)x_1 - x_1z_1 + (29\alpha - 1)y_1 \\ &\quad + (28 - 35\alpha_1)x_2 - x_2z_2 \\ &\quad + (29\alpha_1 - 1)y_2 + u_2, \\ \dot{e}_3 &= x_1y_1 - (a + 8)z_1/3 + x_2y_2 \\ &\quad - (a_1 + 8)z_2/3 + u_3, \\ \dot{e}_4 &= bw_1 + cy_1z_1 + b_1w_2 + c_1y_2z_2 + u_4. \end{aligned} \quad (10)$$

若 $t \rightarrow \infty$ 时, 有 $\|e\| \rightarrow 0$, 这里 $e(t) = (e_1(t), e_2(t), e_3(t), e_4(t))$, 则驱动系统(8)与响应系统(9)可达到同步. 设计自适应控制器为

$$\begin{aligned} u_1 &= -25(ay_1 - a_1y_2) - 20e_2 \\ &\quad + 19e_1 - e_4 + 25ae_1, \end{aligned}$$

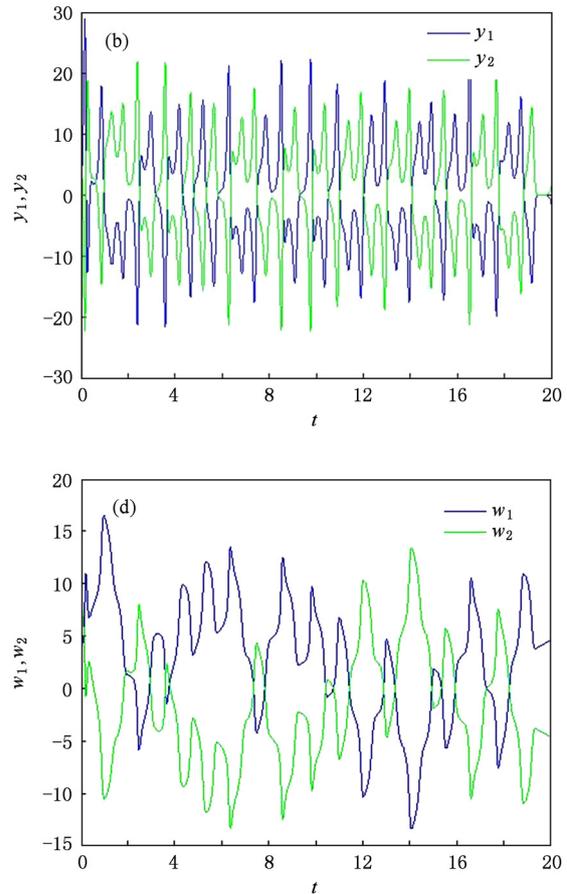
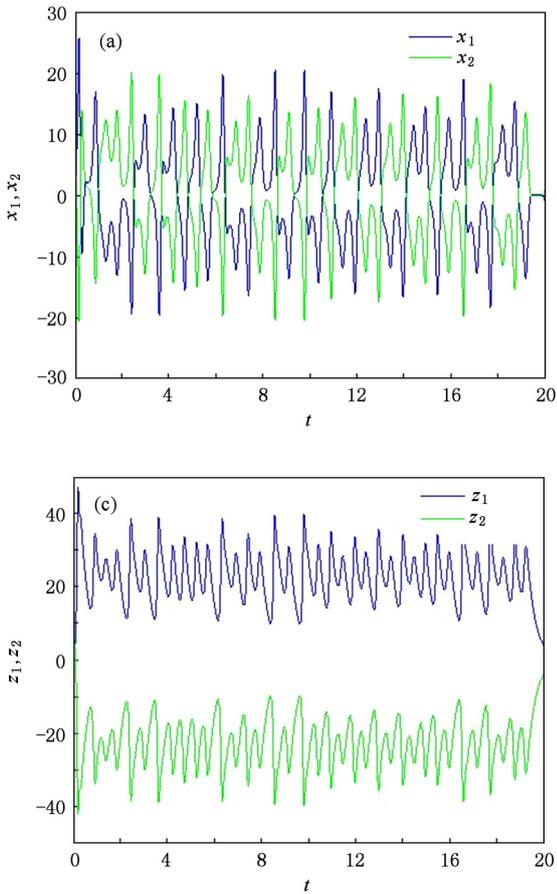


图3 驱动系统(8)和响应系统(9)状态曲线 (a) $x_1 - x_2$; (b) $y_1 - y_2$; (c) $z_1 - z_2$; (d) $w_1 - w_2$

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{a}} &= 25e_1(x_1 - e_1), \\ u_2 &= x_2z_2 + x_1z_1 - 28e_1 \\ &\quad + 35(ax_1 + a_1x_2) - 29ae_2, \\ \dot{\tilde{a}} &= 29e_2(e_2 - y_1), \\ u_3 &= -x_1y_1 - x_2y_2 + (a - 1)e_3/3, \\ \dot{\tilde{a}} &= (z_1 - e_3)e_3/3, \\ u_4 &= -be_4 - cy_1z_1 - c_1y_2z_2 - e_4, \\ \dot{\tilde{b}} &= e_4(w_1 + e_4). \end{aligned} \quad (11)$$

构造 Lyapunov 函数为

$$\begin{aligned} V(e_1, e_2, e_3, e_4, \tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{c}) \\ = \frac{1}{2}(e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_4^2 + \tilde{a}^2 + \tilde{b}^2 + \tilde{c}^2), \end{aligned} \quad (12)$$

这里 $\tilde{a} = a - a_1, \tilde{b} = b - b_1, \tilde{c} = c - c_1$; a_1, b_1, c_1 分别是 a, b, c 的估计值. 对(12)式求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= e_1\dot{e}_1 + e_2\dot{e}_2 + e_3\dot{e}_3 + e_4\dot{e}_4 + \tilde{a}\dot{\tilde{a}} + \tilde{b}\dot{\tilde{b}} + \tilde{c}\dot{\tilde{c}} \\ &= -e_1^2 - e_2^2 - 3e_3^2 - e_4^2. \end{aligned}$$

(11)式成立时, 有 $\dot{V} < 0$. 由 Lyapunov 稳定性理论可知, 误差系统(10)渐进稳定.

通过数值模拟验证反同步有效性, 采用四阶 Runge-Kutta 法去求解方程(8)和(9). 选取参数 $a = 0.6, b = 0.3, c = 0.1$, 系统初态为 $x_1(0) = 1, y_1(0) = 2, z_1(0) = 3, w_1(0) = 4, x_2(0) = 5,$

$y_2(0) = 6, z_2(0) = 7, w_2(0) = 8$ 时, 图3给出驱动系统(8)和响应系统(9)状态轨迹. 图4为统一超混沌系统反同步结果.

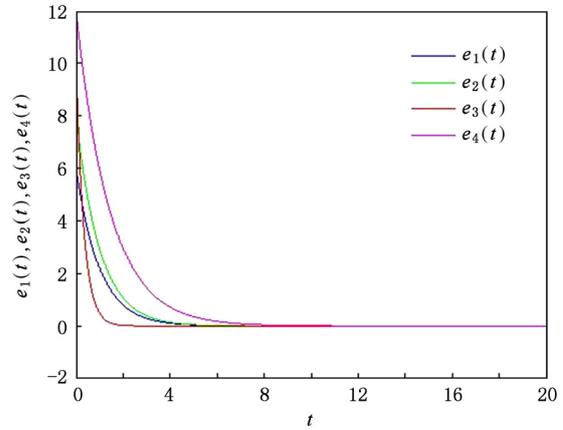


图4 驱动系统(8)和响应系统(9)反同步误差曲线

5. 结 论

本文用自适应控制法, 成功地将参数未知统一超混沌系统的混沌轨道控制到平衡点上, 同时又实现了参数未知统一超混沌系统的反同步. 理论证明和数值仿真实验, 均证明了所提供方法的可行性和有效性.

[1] Pecora L M, Carroll T L 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 821
 [2] Wang X Y 2003 *Chaos in the Complex Nonlinearity System* (Beijing: Electronics Industry Press) Chapt. 2 (in Chinese) [王兴元 2003 复杂非线性系统中的混沌(北京: 电子工业出版社)第二章]
 [3] Chen G R, Lü J H 2003 *Dynamics of the Lorenz systems family: Analysis, control and synchronization* (Beijing: Science Press) Chapt. 8 (in Chinese) [陈关荣, 吕金虎 2003 Lorenz 系统族的动力学分析、控制与同步(北京: 科学出版社)第八章]
 [4] Zhang H G, Wang Z L, Huang W 2003 *Control Theory of Chaotic Systems* (Shenyang: Northeastern University Press) Chapt. 4 (in Chinese) [张化光, 王智良, 黄 玮 2003 混沌系统的控制理论(沈阳: 东北大学出版社)第四章]
 [5] Zhang H G, Liu D R, Wang Z L 2009 *Controlling Chaos: Suppression, Synchronization, and Chaotification* (New York: Springer)
 [6] Zhang H G, Ma T D, Yu W, Fu J 2008 *Chin. Phys. B* **17** 3616
 [7] Wu Y X, Huang X, Gao J, Zheng Z G 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 3803 (in Chinese) [吴玉喜, 黄 霞, 高 建, 郑志刚 2007 物理学报 **56** 3803]
 [8] Nian F Z, Wang X Y, Niu Y J, Lin D 2010 *Appl. Math. Comp.* **217** 2481
 [9] Zhang H G, Xie Y, Wang Z, Zheng C 2007 *IEEE Trans. Neural Networks* **18** 1841
 [10] Meng J, Wang X Y 2008 *Chin. J. Comp. Phys.* **25** 243 (in Chinese) [孟 娟, 王兴元 2008 计算物理 **25** 243]
 [11] Wang X Y, Wang Y 2007 *Inter. J. Mod. Phys. B* **21** 3017
 [12] Li N, Li J F, Liu Y P 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 5954 (in Chinese) [李 农, 李建芬, 刘宇平 2010 物理学报 **59** 5954]
 [13] Wu X J, Wang X Y 2009 *J. Syst. Engin.* **24** 136 (in Chinese) [武相军, 王兴元 2009 系统工程学报 **24** 136]
 [14] Xiao J 2010 *Chin. Phys. B* **19** 100505
 [15] Zhang H G, Zhao Y, Yu W, Yang D S 2008 *Chin. Phys. B* **17** 4056
 [16] Lü J H, Chen G R 2002 *Inter. J. Bifurca. and Chaos* **12** 659
 [17] Wang X Y, Zhao G B 2010 *Inter. J. Mod. Phys. B* **24** 4619

Adaptive anti-synchronization of unified hyperchaotic system with fully unknown parameters^{*}

Abdurahman Kadir¹⁾²⁾ Wang Xing-Yuan^{1)†} Zhao Yu-Zhang²⁾

1) (*Faculty of Electronic Information and Electrical Engineering, Dalian University of Technology, DALIAN 116024, China*)

2) (*School of Computer Science and Engineering, Xinjiang University of Finance and Economics, Urumchi 830012, China*)

(Received 25 January 2011; revised manuscript received 3 March 2011)

Abstract

In this paper, We investigate the adaptive anti-synchronization in a unified hyperchaotic system with unknown parameters. First, according to the Lyapunov stability theory, We achieve an adaptive controller and show that the controller can make a unified hyperchaotic system with unknown parameters asymptotically stable at a fixed point. Second, by the adaptive anti-synchronization method, We design an adaptive anti-synchronous controller and thereby achieve the hyperchaotic system synchronization. Finally, numerical simulations show the effectiveness of the scheme.

Keywords: unified hyperchaotic system, adaptive control, adaptive anti-synchronization

PACS: 05.45.Gg, 05.45.Xt

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61173183, 60973152, 60573172), the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (Grant No. 20070141014), the Natural Science Foundation of Liaoning Province, China (Grant No. 20082165), and the Minority Nationality Technology Talent Cultivation Plan of Xinjiang, China (Grant No. 201123116).

[†] Corresponding author. E-mail: wangxy@dlut.edu.cn