

相对论平均场理论对 Rn 同位素链 原子核基态性质的研究*

陈兴鹏 王楠[†]

(深圳大学物理科学与技术学院, 深圳 518060)

(2010年9月25日收到; 2011年1月2日收到修改稿)

在相对论平均场理论的框架下,对 Rn 同位素链原子核的结合能、形变、同位素位移等若干基态性质进行了较详细的研究. 结果表明,理论计算结果与已有的实验数据符合较好. 原子核的四极形变主要出现在远离幻数的区域 ($N = 110-124$ 和 $N = 129-142$). 而在中子数大于幻数的区域 ($N = 127-142$), 十六级形变也非常明显. 对电荷半径的研究显示, Rn 同位素链的同位素位移曲线的斜率在中子幻数处出现明显的变化.

关键词: 相对论平均场理论, 电荷半径, 同位素位移, 单粒子能级

PACS: 21. 10. - k, 27. 80. + w, 27. 90. + b

1. 引言

原子核基态性质的研究是原子核物理研究的重要课题,对形变、同位素位移在内的多种性质的研究一直被物理学家们所关注. 核基态的形变是性质研究的重要方面,一般认为满壳的原子核呈现球形,而大量非满壳区域的原子核具有形变. 其中, Rn 及其附近区域原子核的基态形状可能呈现比较复杂的变化,这方面的研究得到众多的关注^[1-5],采用宏观-微观模型计算的结果显示, Rn 及其附近区域的一些原子核可能出现较明显的四极形变与十六极形变,某些核还可能具有反射不对称的八极形变,有必要进行更为深入的探索. 在已提出的理论模型中,相对论平均场模型 (relativistic mean field, RMF) 具有参数较少,核子的自旋-轨道耦合为自洽引入等多方面的优点,对大范围原子核性质的计算与实验符合较好^[6-10],对原子核性质的预言具有很好的可靠性^[11,12]. 本文将用 RMF 模型对 Rn 同位素链的基态形状进行系统研究. 另外,同位素链原子核的同位素位移也是核结构研究的重要方面,其特征是质子数不变的情况下,中子数越过幻数时,原子核的电荷方均根半径会有明显增加. 该现象在实

验上观测到以后,人们从理论上采用非相对论的 Hartree-Fock 和 RMF 等模型对 Ca, Pb 等同位素链原子核的同位素位移进行了探索并从微观机制上对其进行了一定的探讨^[6,13-15],但是对于包括 Rn 在内的很多质子数偏离幻数区域的同位素位移还缺乏研究.

为了从理论上更好的解释 Rn 等原子核的包括形变及同位素位移在内的性质并对尚无实验值的性质进行研究. 在本文中采用相对论平均场模型对 Rn 同位素链的结合能、中子分离能、四极形变、十六极形变以及同位素位移等若干基态性质进行系统的计算与研究,并从中子单粒子能级的角度解释 Rn 同位素位移出现的物理机制. 对尚无实验结果的基态性质,本文给出理论预言.

2. 相对论平均场 (RMF) 理论简介

相对论平均场理论是 20 世纪 70 年代发展起来的描述核多体系统的理论. 该理论可以自洽地给出自旋-轨道相互作用,从而能够给出合理的能级序列和间距. 在过去的 20 多年里,相对论平均场理论对原子核基态性质的研究取得了很大的成功,很好地解释了核物质和有限核的性质^[7,16]. 相对论平均场

* 国家自然科学基金 (批准号: 10975100, 10979024, 11011130216) 资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail: wangnan@szu.edu.cn

论的出发点是一个包含核子和介子自由度的有效拉格朗日密度,如下式所示^[7,16]:

$$\begin{aligned}
 L = & \bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - M)\psi + \frac{1}{2} \partial^\mu \sigma \partial_\mu \sigma - U(\sigma) \\
 & - g_\sigma \bar{\psi} \psi \sigma - \frac{1}{4} \Omega^{\mu\nu} \Omega_{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega^\mu \omega_\mu \\
 & - g_\omega \bar{\psi} \gamma^\mu \omega_\mu \psi - \frac{1}{4} \mathbf{R}^{\mu\nu} \mathbf{R}_{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \boldsymbol{\rho}^\mu \boldsymbol{\rho}_\mu \\
 & - g_\rho \bar{\psi} \boldsymbol{\gamma}^\mu \boldsymbol{\tau} \boldsymbol{\rho}_\mu \psi - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} - e \bar{\psi} \boldsymbol{\gamma}^\mu \frac{1 - \tau_3}{2} A_\mu \psi,
 \end{aligned} \tag{1}$$

其中, ψ 和 M 分别表示核子场和核子质量. $\sigma, \omega_\mu, \boldsymbol{\rho}_\mu$ 和 $m_\sigma, m_\omega, m_\rho$ 分别表示 σ, ω 和 ρ 介子场及它们的质量. A^μ 表示电磁场矢量. $\Omega^{\mu\nu}, \mathbf{R}^{\mu\nu}$ 和 $F^{\mu\nu}$ 分别表示为

$$\begin{aligned}
 \Omega^{\mu\nu} &= \partial^\mu \omega^\nu - \partial^\nu \omega^\mu, \\
 \mathbf{R}^{\mu\nu} &= \partial^\mu \boldsymbol{\rho}^\nu - \partial^\nu \boldsymbol{\rho}^\mu, \\
 F^{\mu\nu} &= \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu.
 \end{aligned} \tag{2}$$

σ 介子运动的非线性势 $U_\sigma(\sigma)$ 为

$$U_\sigma(\sigma) = \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 + \frac{1}{3} g_2 \sigma^3 + \frac{1}{4} g_3 \sigma^4. \tag{3}$$

核子之间的吸引作用由 σ 介子来描写,而在核子间交换 ω 介子则产生核子之间相互排斥的矢量势. 在拉氏量中引入 ρ 介子可以更好地描述同位旋效应,使理论在较大的同位旋范围内都适用. 从拉氏量出发,利用变分原理可以得到核子场运动的 Dirac 方程和介子场运动的 Klein-Gordon 方程. 在进行平均场近似简化后,可以用数值求解的方法自洽地求解场方程. 本文采用的是变形轴对称谐振子基展开的办法在柱坐标下求解方程. 对力常数 G 则采用同位旋相关的形式^[17] 为

$$\begin{aligned}
 G_N &= \frac{21}{A} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{N-Z}{A} \right) \text{MeV}, \\
 G_P &= \frac{27}{A} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{N-Z}{A} \right) \text{MeV}.
 \end{aligned} \tag{4}$$

对奇核子采用泡利阻塞的办法处理.

本文的计算采用 NL3^[18] 与 NLSH^[19] 参数组,这两组参数如表 1 所示.

表 1 参数组 NL3 与 NLSH

	M	m_σ	m_ω	m_ρ	g_σ	g_ω	g_ρ	g_2	g_3
NL3	939.0	508.194	782.5010	763.0	10.2169	12.8675	4.4744	-10.4307	-28.8851
NLSH	939.0	526.05921	783.0	763.0	10.44355	12.9451	4.38281	-6.90992	-15.83373

3. 计算结果和讨论

图 1(a) 为 Rn 同位素链原子核的总结合能. 其中空心圆和实心方块分别表示采用 NLSH 和 NL3

参数组的计算结果,三角形表示实验结果^[20]. 图 1(b) 为每核子结合能的实验值与理论值的差值. 空心圆和实心方块分别表示的采用 NLSH 和 NL3 参数组计算的每核子结合能与实验测量的每核子结合能的差值.

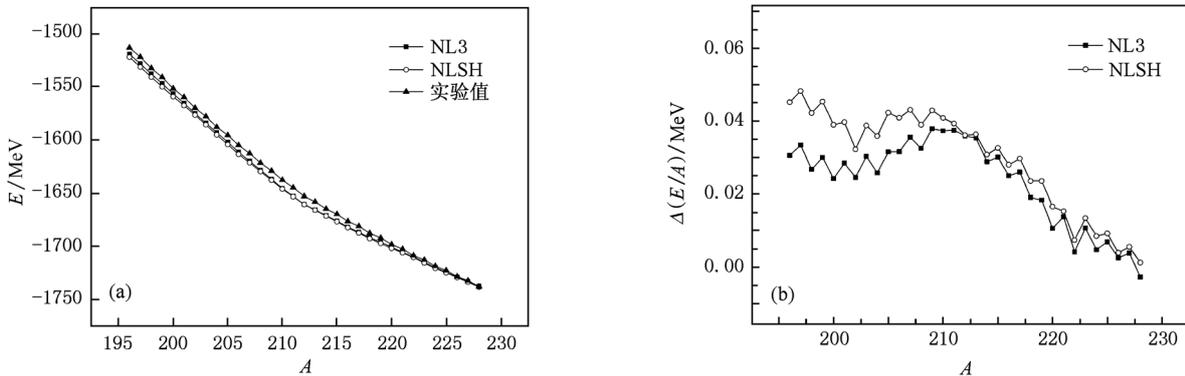


图 1 (a) Rn 同位素链原子核的总结合能; (b) Rn 同位素链平均每核子结合能的实验数据与计算结果的差值

从图 1 看出,利用 RMF 理论计算的结果与实验结果不仅在变化趋势上相一致,而且每核子结合能

的最大差值仅为 0.05 MeV, 相对误差约为 0.6%. 结果表明, RMF 计算得出的结合能与实验结果符合

得很好. 对两组参数计算结果的比较显示, NL3 参数组能够给出比 NLSH 参数组更接近实验值的计算结果. 曲线发展的趋势表明, 对较重的原子核(中子数大于幻数 126), 理论结果与实验值符合得更好一些. 在²¹²Rn($N = 126$)之前, 每核子结合能随质量数增加而增大, 原子核的稳定性在逐步增强, 而在²¹²Rn之后, 每核子结合能随质量数增加而减小, 表明原子核的稳定性在逐步减弱.

图 2 显示的是 Rn 同位素的单中子分离能. 其中空心圆和实心方块分别表示采用 NLSH 和 NL3 参数组的计算结果, 实心三角形表示实验结果^[20]. 从图 2 中可以看出, 单中子分离能出现明显的上下摆动, 这显示了同位素链中单中子分离能的奇偶效应. 理论计算较好地反映了这种奇偶效应, 计算得到的偶偶核的中子分离能高于邻近的奇偶核的中子分离能. 随着中子数的增加, 曲线呈现逐步下降的趋势, 其中²¹³Rn 的中子分离能比中子幻数核²¹²Rn 有较大幅度的下降, 使整个曲线分裂成了两大块. 出现这种现象的原因是, 当中子数为幻数时, 原子核处在一个满壳层, 结合比较紧密, 而随后增加的中子将处在下一个壳上, 从而显得比较松散, 容易分离.

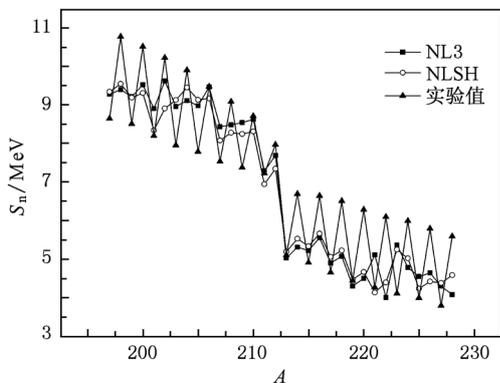


图 2 Rn 同位素链的单中子分离能

Rn 同位素的四级形变如图 3 所示, 其中空心圆和实心方块分别表示采用 NLSH 和 NL3 参数组计算的结果, 实心三角表示实验值^[21]. 由图 3 可以看到, 总体而言, 理论值能与已有的实验值符合较好. 计算结果显示, 越接近中子幻数核, 四级形变就越接近零, 即原子核的形状越接近球形, 而在远离中子幻数时, 即 $N = 110—119$ 和 $N = 129—142$ 处, 出现的都是长椭球形状的原子核, 且离中子幻数越远, 原子核形变越大. 在 $N = 120—124$ 处, 原子核的

形状为较明显的扁椭球形, 而在靠近中子幻数的区域, 即 $N = 125—128$ 处, 原子核呈现出近球形. 对于尚无实验数据的²²⁷Rn 和²²⁸Rn, 理论计算显示其基态呈较明显的长椭球形.

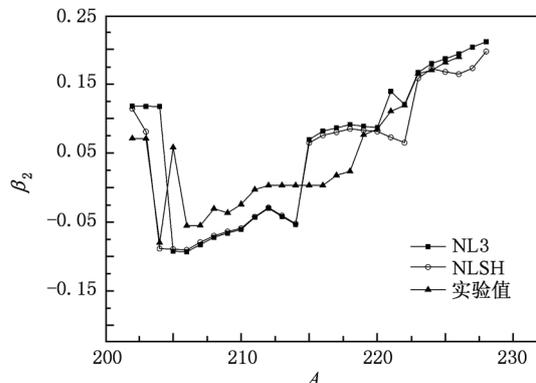


图 3 Rn 同位素链的四级形变

比较图 3 的三条曲线, 可以看出采用 NL3 参数组计算的结果比采用 NLSH 参数组计算的结果更符合实验值. 特别是在 $N = 134—140$ 处, NL3 参数组给出的结果与实验值符合很好.

图 4 给出了 Rn 同位素链原子核的十六极形变. 实心方块和空心圆圈分别表示 NL3 和 NLSH 参数组的计算结果, 实心三角表示有限力程小液滴模型(FRDM)的计算结果^[3]. 通过图 4 看出, RMF 和 FRDM 两种理论总体上给出了相近的结果, 其中, 在中子满壳附近, NL3 参数组和 FRDM 给出的结果几乎一致. 在中子数小于幻数 126 时, 原子核基本没有十六级形变. 在中子数大于幻数时, 十六级形变快速增大.

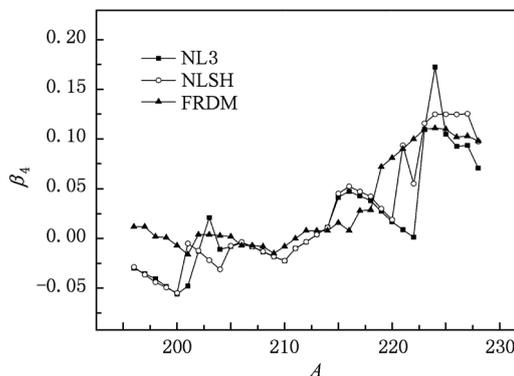


图 4 Rn 同位素链原子核的十六极形变

图 5 给出了²¹⁶Rn 和²²⁸Rn 的能量随四级形变的

变化关系. 由图 5 可以看出, ^{216}Rn 的基态四极形变处于 0.1 附近, 而 ^{228}Rn 的基态四极形变更为明显, 约为 0.22, 表明 ^{216}Rn 的基态形状接近球形而 ^{228}Rn 的基态呈长椭球形.

为了更加直观地描述原子核的四极形变随质量数变化的过程, 我们给出了用 NL3 参数组计算的 Rn 同位素链中若干原子核在 $x=0$ 平面上的质量密度分布图. 从图 6 中可以清楚地看出, 随着质量数的增加, Rn 同位素的形状从呈长椭球形的 ^{197}Rn 向 ^{206}Rn 的扁椭球形过渡, 然后渐变为 ^{212}Rn 附近的近球形, 接着再逐渐演化为 ^{228}Rn 的长椭球形.

图 7 显示了 Rn 同位素链的同位素位移 $r_c^2(A) - r_c^2(\text{ref.})$. 在计算中, 选取中子幻数核 ^{212}Rn 作为参考核.

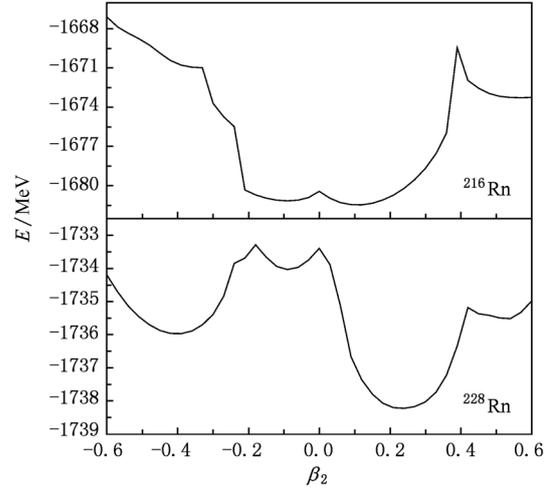


图 5 ^{216}Rn 和 ^{228}Rn 的体系能量随四极形变的变化关系

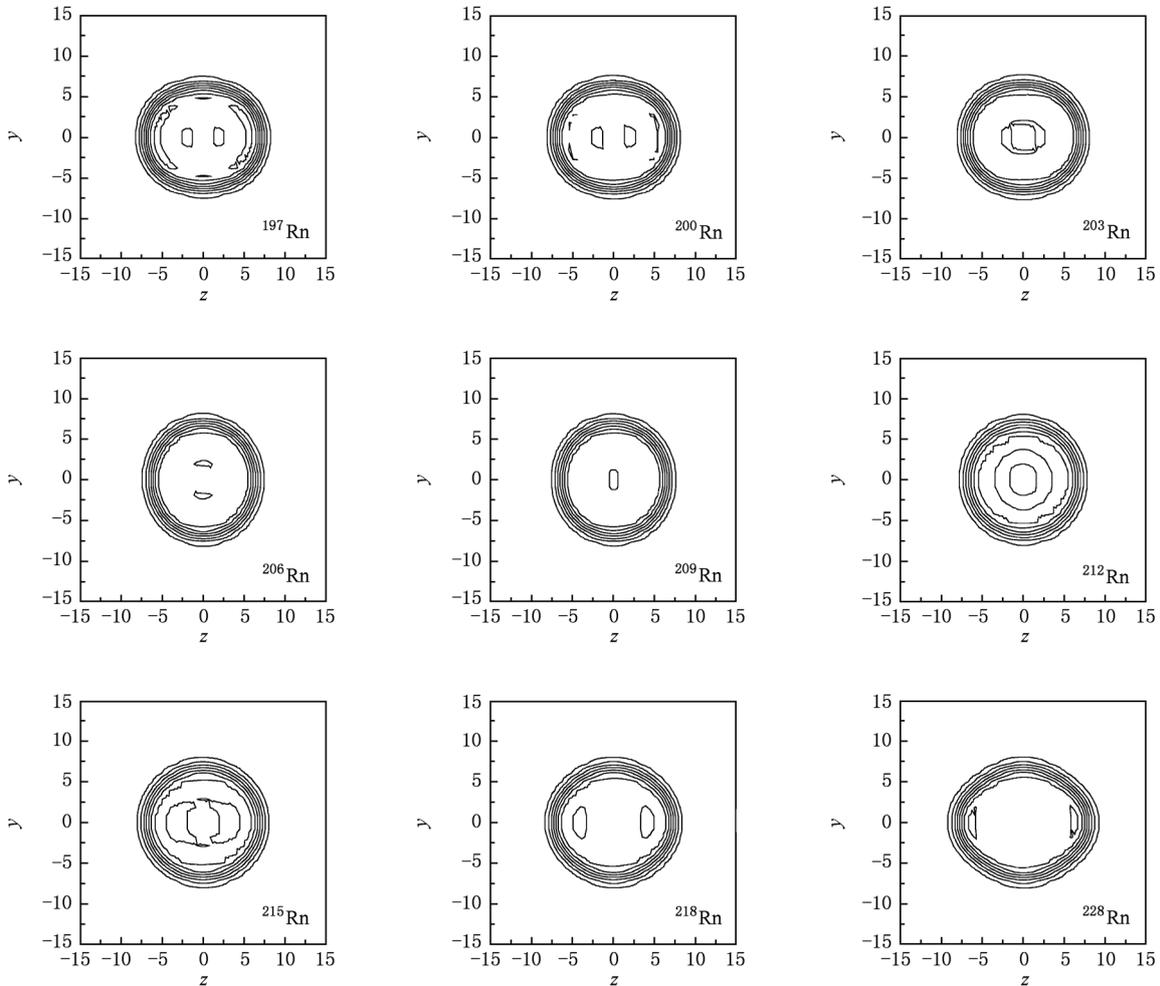


图 6 Rn 同位素链中若干原子核的质量密度分布图

在图 7 中, 实心方块和空心圆分别表示采用 NL3 和 NLSH 参数组计算的结果, 实心三角表示实

验值^[22]. 在中子幻数核所在位置, 我们发现了同位素位移出现了比较明显的转折, 即同位素位移曲线的斜率突然变大. 在中子数大于幻数的核中, 其半径随中子数的增加而增大的幅度比中子数小于中子幻数的核要大一些. 该结果表明, 对于质子数偏离幻数的同位素链, 也存在因为中子满壳而导致同位素位移出现明显转折的现象.

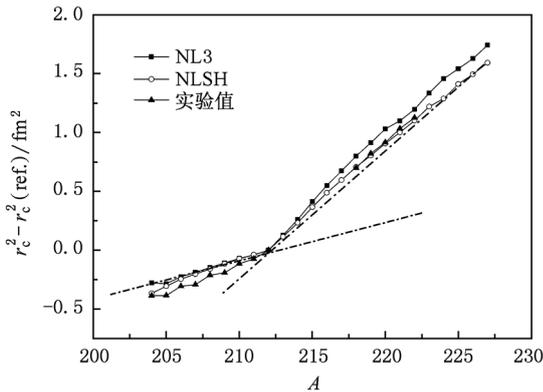


图7 Rn 同位素链的同位素位移

计算结果还显示, 在中子数小于幻数时, 两组参数给出相近的结果. 而在中子数大于幻数时, NLSH 参数组给出的结果则要比 NL3 参数组给出的结果更接近实验值.

图8所示为²¹²Rn 和²¹³Rn 在费米面附近的中子能级. 在图8中看到, ²¹²Rn 的最后的两个中子处于单粒子能量为 -7.466 MeV, 自旋和宇称为 $\frac{1}{2}^-$ 的能级. ²¹³Rn 比²¹²Rn 多出一个中子, 该中子占据在单粒子能量为 -5.37 MeV, 自旋和宇称为 $\frac{11}{2}^+$ 的能级, 导致²¹³Rn 的半径比²¹²Rn 的半径明显增大.

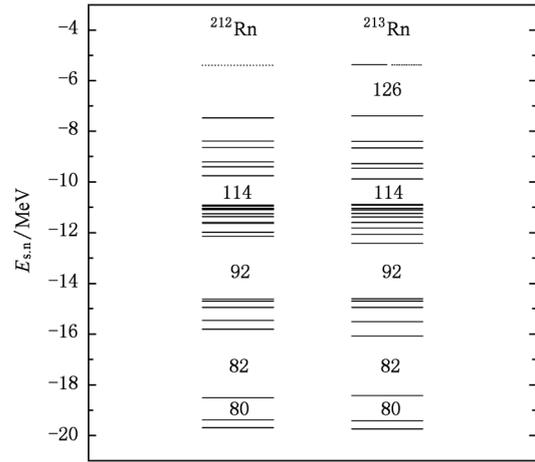


图8 ²¹²Rn 和²¹³Rn 在费米面附近的中子单粒子能级

4. 结 论

本文采用相对论平均场理论和 BCS 方法, 对包括结合能, 中子分离能, 四极形变, 十六级形变以及电荷半径在内的 Rn 同位素链原子核的基态性质进行了计算和研究. 结果表明, 理论值与现有的实验值符合得较好. 在 $N = 120-124$ 时, 原子核的四极形变表现为扁椭球形, 在中子数为幻数附近 ($N = 125-128$), 表现为近球形, 在远离中子幻核区 ($N = 110-119$ 和 $N = 129-142$), 四极形变表现为长椭球形. 原子核的十六级形变在中子数大于中子幻数时迅速增大. 对于 Rn 原子核的同位素位移计算的结果显示, 对于质子数偏离幻数的同位素链, 也会出现同位素位移在中子幻数原子核处发生明显变化的现象, 并从中子单粒子能级的方面作出解释. 同时, 本文对尚无实验数据的原子核的性质给出了理论预言.

[1] Nazarewicz W, Olanders P, Ragnarsson I, Dudek J, Leander G A, Möller P, Ruchowska E 1984 *Nucl. Phys. A* **429** 269
 [2] Sobczewski A, Muntian I, Patyk Z 2001 *Phys. Rev. C* **63** 034306
 [3] Möller P, Nix J R, Myers W D 1995 *Atom. Data and Nucl. Data Tables* **59** 185
 [4] Wu Z Y, Xu F R 2006 *High Energ. Phys. and Nucl. Phys.* **30** (Supp. II) 78 (in Chinese) [吴哲英、许甫荣 2006 高能物理与核物理 **30**(增刊 II) 78]

[5] Jiao P, Guo J Y, Fang X Z 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 2369 (in Chinese) [焦朋、郭建友 方向正 2010 物理学报 **59** 2369]
 [6] Sharma M M, Lalazissis G A, Ring P 1993 *Phys. Lett. B* **317** 9
 [7] Gambhir Y K, Ring P, Thimet A 1990 *Ann. Phys.* **198** 132
 [8] Geng L S, Toki H, Meng J 2003 *Phys. Rev. C* **68** 061303
 [9] Long W H, Meng J, Giai V N, Zhou S G 2004 *Phys. Rev. C* **69** 034319
 [10] Rutz K, Maruhn J A, Reinhard P G, Greiner W 1995 *Nucl. Phys. A* **590** 680

- [11] Sheng Z Q, Guo J Y 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 1557 (in Chinese) [圣宗强、郭建友 2008 物理学报 **57** 1557]
- [12] Chen J G, Cai X Z, Wang T T, Ma Y G, Ren Z Z, Fang F Q, Zhong C, Wei Y B, Guo W, Zhou X F, Wang K, Ma G L, Tian W D, Chen J H, Yan T Z, Zuo J X, Ma C W, Shen W Q 2005 *Chin. Phys.* **14** 2444
- [13] Zhang H F, Zuo W, Li J Q, Ren X Z, Ma Z Y, Chen B Q 2006 *High Energ. Phys. and Nucl. Phys.* **30** 745 (in Chinese) [张鸿飞、左维、李君清、任秀宰、马中玉、陈宝秋 2006 高能物理与核物理 **30** 745]
- [14] Shen Y S, Ren Z Z 1996 *Z. Phys.* A **355** 247
- [15] Fayans S A, Tolokonnikov S V, Trykov E L, Zawischa D 1994 *Phys. Lett.* B **1** 338
- [16] Sugahara Y, Toki H 1994 *Nucl. Phys.* A **579** 572
- [17] Li J Q, Ma Z Y, Chen B Q, Zhou Y 2002 *Phys. Rev.* C **65** 064305
- [18] Lalazissis G A, König J, Ring P 1997 *Phys. Rev.* C **55** 540
- [19] Sharma M M, Nagarajan M A, Ring P 1993 *Phys. Lett.* B **312** 377
- [20] Audi G, Wapstra A H 1995 *Nucl. Phys.* A **595** 409
- [21] Dai N X, Li J Z, Gao L J 1995 *Handbook for Subatomic Physics* (Beijing: Science Press) p716 (in Chinese) [戴能雄、李继周、高良俊 1995 亚原子物理学手册(北京:科学出版社) 第 716 页]
- [22] Angeli I 2004 *Atom. Data and Nucl. Data Tables* **87** 185

Ground state properties of Rn isotopes within the relativistic mean field theory*

Chen Xing-Peng Wang Nan[†]

(College of Physics, Shenzhen University, Shenzhen 518060, China)

(Received 25 September 2010; revised manuscript received 2 January 2011)

Abstract

The ground state properties of Rn isotopes are studied within the framework of relativistic mean field theory. The pairing correlation is treated by the BCS method. The calculation results are in good agreement with the experimental data. The quadrupole deformations can be founded mainly in the regions with neutron number far from magic number ($N = 110—124$) and ($N = 129—142$). In the regions where the neutron number is larger than the magic number ($N = 127—142$), the hexadecapole deformations are also significant. The isotope shift for Rn isotope is also studied and a drastic change in the slope of the curve is found near the magic neutron nuclei.

Keywords: relativistic mean field theory, charge radius, isotope shift, single-particle energy level

PACS: 21.10.-k, 27.80.+w, 27.90.+b

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10975100, 10979024, 11011130216).

[†] Corresponding author. E-mail: wangnan@szu.edu.cn