

## 波前编码系统景深延拓性能研究\*

张荣福<sup>1)†</sup> 王涛<sup>1)</sup> 潘超<sup>2)</sup> 王亮亮<sup>1)</sup> 庄松林<sup>1)</sup>

1) (上海理工大学光电信息与计算机工程学院 200093, 上海)

2) (黄石理工学院电气与电子信息工程学院 435003, 黄石)

(2010年6月9日收到; 2011年1月22日收到修改稿)

波前编码景深延拓技术是在非相干光学系统的出瞳处加入三次位相板,对成像进行解码处理而获得清晰图像以扩大光学系统景深的技术.文章通过深入研究波前编码光学成像系统的调制传递函数(MTF),分析离焦量和位相板的调制系数对MTF的影响,并通过数值计算和曲线拟合得到位相板调制系数、系统带宽、景深延拓性能之间的关系.该研究成果为位相板的调制系数的选择和景深延拓光学系统的设计提供依据.

**关键词:** 波前编码, 景深延拓, 调制传递函数, 三次位相板

**PACS:** 42.30.Lr, 42.30.-d, 42.30.Va

## 1. 引言

传统光学系统,一直受到成像质量和景深之间的内在矛盾的困扰<sup>[1]</sup>.人们一直在探索扩大景深的方法,诸如缩小相对孔径、光学切趾、环形光瞳、多离焦图像合成和波前编码等方法<sup>[2-4]</sup>.Cathey等人于1995年提出的波前编码成像技术<sup>[4]</sup>成为景深延拓的热点之一,该技术的基本原理是在光学系统光瞳处加入位相板,使光学系统的调制传递函数对离焦量不敏感,在像面上得到与离焦量不敏感的中间像,对其进行后期处理以得到清晰图像,从而达到扩大光学系统景深的目的.光瞳位相调制函数<sup>[4]</sup>  $p(x, y)$  (其中  $x, y$  是规格化坐标) 为

$$p(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} e^{j2\pi\alpha(x^3+y^3)} & |x| \leq 1, |y| \leq 1, \\ 0 & \text{其他.} \end{cases} \quad (1)$$

已有文献<sup>[4-9]</sup>从理论分析、数值模拟和实验等方面对该技术进行了研究.文献<sup>[4]</sup>指出该技术可以使光学系统的景深增加一个数量级,并且基于模糊函数的空间带宽积方面考虑,认为  $2\pi\alpha$  应大于20,其他文献都默认这个结论.文献<sup>[6]</sup>从MTF出现零点的极限频率导出:增大位相板的调制系数  $\alpha$  可

线性地增加景深延拓相对倍率.能否由此得出结论:通过增大  $\alpha$  可无限地延拓光学系统的景深?如果不能,那么哪些因素制约了其景深延拓能力?在设计波前编码光学系统时,应如何选择合适的  $\alpha$ ? 对已有的光学系统,加入位相板后其景深延拓的极限是多少?

对此,文献<sup>[7]</sup>从点扩散函数随视场的扩大效应研究了波前编码系统的景深延拓性能;文献<sup>[8]</sup>综合考虑包括光学引擎和探测器在内的成像系统的谱信噪比,并基于信噪比约束得出景深延拓技术的极限能力;文献<sup>[9]</sup>通过推导得到波前编码系统的MTF并定义了系统带宽,但其带宽是以菲涅尔积分的积分限为零为条件,得到的带宽要大于实际系统的频带宽度.本文在其基础上做进一步研究,重点探讨系统的调制传递函数与离焦量及三次位相板调制系数的关系,得到调制系数对波前编码系统景深延拓能力的影响以及加入三次位相板前后系统的频率响应带宽变化情况,并通过数值拟合更为精确地得到带宽、离焦量和调制系数之间的关系式,从而达到分析景深延拓性能的目的.然后通过模拟实验验证理论研究结果,并以一款照相镜头为例,以示本文理论研究结果在实际系统设计中的应用.

\* 国家重点基础研究发展计划(批准号:2007CB935300)、上海市重点实验室建设项目(批准号:08DZ2272800)和上海市重点学科项目第三期(批准号:S30502)资助的课题.

† E-mail: zhangrongfu@usst.edu.cn

## 2. 波前编码系统景深延拓性能

### 2.1. 离焦量和调制系数对 MTF 的影响

对于方形光瞳的波前编码系统, MTF 的  $x$  和  $y$  分量可分开讨论, 光学系统的规格化的一维光瞳函数<sup>[4,5]</sup>  $q(x)$  为

$$q(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} \exp(j2\pi\alpha x^3 + j2\pi w_{20}x^2) & |x| \leq 1, \\ 0 & \text{其他,} \end{cases} \quad (2)$$

其中  $w_{20}$  是以波长为单位的离焦量. 非相干光学系统的光学传递函数为

$$H(u, w_{20}) = \int_{-\infty}^{\infty} q(x + u/2) q^*(x - u/2) dx, \quad (3)$$

式中  $u$  为规格化频率. 将(2)式代入并整理得

$$H(u, w_{20}) = \frac{1}{2} \exp\left[j2\pi\left(\frac{\alpha u^3}{4} - \frac{w_{20}^2 u}{3\alpha}\right)\right] \times \int_{|u/2-1}^{1-|u/2|} \exp\left[j6\pi\alpha u\left(v + \frac{w_{20}}{3\alpha}\right)^2\right] dv. \quad (4)$$

由于  $u = 0$  时,  $H(u, w_{20}) = 1$ , 并且  $H(u, w_{20}) = H(-u, w_{20})$ , 即为偶对称, 因此下面只需研究  $u > 0$  的情况. 若令  $\tau = \sqrt{12\alpha u}(v + w_{20}/3\alpha)$ ;  $a(u) = \sqrt{12\alpha u}(w_{20}/3\alpha + |u|/2 - 1)$ ;  $b(u) = \sqrt{12\alpha u}(w_{20}/3\alpha - |u|/2 + 1)$ ; 以及菲涅耳积分  $f_{r(u)} = \int_0^{r(u)} \exp(j\pi\tau^2/2) d\tau$ , 则由(4)式可得光学系统的 MTF<sup>[9]</sup> 为

$$|H(u, w_{20})| = \frac{1}{\sqrt{24\alpha u}} \times \frac{|f_{a(u)} - f_{b(u)}|}{2}. \quad (5)$$

图 1 所示为不同  $\alpha$  和  $w_{20}$  时的 MTF, 横轴和纵轴分别为规格化频率(以下简称“频率”)和规格化幅度响应值, 所以都没有单位. 图 1(a) 中实线分别为  $\alpha = 30, w_{20} = 0, 20, 40, 60$  时的 MTF, 其中虚线为(5)式中第一项(即  $1/\sqrt{24\alpha u}$ )随频率的变化曲线;  $u_{\alpha, w_{20}}$  (下标为调制量和离焦量)是 MTF 与虚线的最后一个交点对应的频率. 可见, 对任意  $w_{20}$ , 当频率低于对应的  $u_{\alpha, w_{20}}$  时其 MTF 都将沿虚线窄幅震荡, 但当  $u$  大于  $u_{\alpha, w_{20}}$  时, MTF 急剧减小而偏离 MTF 趋势线. 因此, 称虚线为“MTF 趋势线”, 同时定义  $u_{\alpha, w_{20}}$  为调制系数  $\alpha$ 、离焦量  $w_{20}$  时的“带宽”. 图 1(b) 中带标记的实线为  $w_{20} = 40$  以及不同调制系

数  $\alpha$  时的 MTF, 虚线自上而下分别为  $\alpha = 10, 30, 50$  和  $70$  时的趋势线. 比较图 1 中调制量、离焦量和带宽的变化规律可得: 1) 当  $\alpha$  不变, 带宽随离焦量  $w_{20}$  增大而减小, 但趋势线不变; 2) MTF 及其趋势线随  $\alpha$  的增大而单调降低; 3) 相同  $w_{20}$  的带宽随调制系数增大而增大.

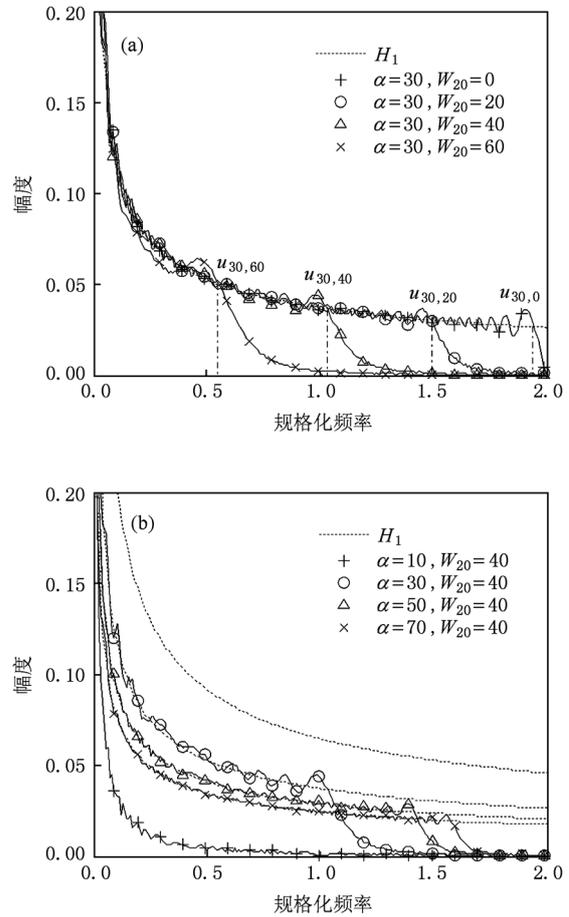


图 1 MTF 随  $w_{20}$  和  $\alpha$  的变化情况 (a)  $\alpha = 30, w_{20} = 0, 20, 40$  和  $60$ ; (b)  $w_{20} = 30, \alpha = 10, 30, 50$  和  $70$

由于很难直接由(5)式求解带宽  $u_{\alpha, w_{20}}$  与  $\alpha$  和  $w_{20}$  的关系, 通过数值求解得到部分  $u_{\alpha, w_{20}}$  如表 1 所示

表 1  $u_{\alpha, w_{20}}$  随  $\alpha$  和  $w_{20}$  的变化情况

$\alpha$	$w_{20}$										
	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
10	1.91	1.22	0.47	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
30	1.95	1.72	1.50	1.27	1.04	0.81	0.56	0.30	0.01	0.01	0.01
50	1.97	1.83	1.69	1.56	1.42	1.29	1.15	1.01	0.88	0.73	0.59
70	1.97	1.88	1.78	1.68	1.59	1.49	1.39	1.30	1.20	1.10	1.00

通过对表中的数据进行曲线拟合得到如下近似关系式:

$$u_{\alpha, w_{20}} = \begin{cases} 1.96 - \frac{w_{20}}{1.52\alpha - 2.21} & w_{20} \leq 3\alpha - 4, \\ 0 & \text{其他.} \end{cases} \quad (6)$$

### 2.2. 图像恢复

波前编码光学系统所成的中间图像需经过后处理才能得到清晰的图像. 以  $G$  和  $F$  分别表示处理前、后图像的频域信息,  $H_C$  为图像处理算法中的二维频域滤波器<sup>[4,10]</sup>, 则频域滤波可描述为

$$F(u, v) = G(u, v)H_C(u, v). \quad (7)$$

由于在讨论波前编码成像质量时, 习惯上是将处理后的图像和衍射受限理想光学系统的正焦成像质量进行比较<sup>[2,8]</sup>, 因此在频域处理时, 是利用设计的滤波器对波前编码系统的 MTF 进行修正, 以使修正后的 MTF 接近衍射受限理想光学系统的 MTF. 因此, 对无像差的波前编码光学系统, 如已知离焦量及系统的二维 MTF (记为  $H_{2d}$ ),  $u, v$  为横、纵方向的规格化频率, 则可设计滤波器如下:

$$H_C(u, v) = \frac{(1 - 0.5u) \times (1 - 0.5v)}{H_{2d}(u, v)}. \quad (8)$$

由于  $H_{2d}$  在非相干截止频率内无零点, 因此可由(8)式得到的  $H_C$  并带入(7)式, 即可重建非相干截止频率以内的所有频域信息.

但对三维空间的景物成像时<sup>[10]</sup>, 由于像面上各区域对应的离焦量(物距)是未知的, 所以无法实现对图像分区域进行频域处理, 而各离焦量的 MTF 又不尽相同, 因此不能通过频域处理完全重建多离焦量的图像. 但在一定频率范围内, 由于波前编码系统的 MTF 与离焦量近似无关, 因此可用同一个滤波器修复这些与离焦量近似无关部分的频域信息. 图 2(a) 是以图 1(a) 中的 MTF 趋势线为参考而设计的滤波器, 然后以该滤波器对图 1(a) 的离焦 MTF 进行处理, 结果示于图 2(b). 可见, 利用同一个滤波器, 可同时重建各离焦量情况下小于其各自带宽的频域信息, 但大于带宽的信息却无法同时修复. 另外, 虽然在带宽范围内 MTF 都沿趋势线波动, 但波动幅度随离焦量的增大而增大, 图像后处理时又将这种波动进一步放大, 导致处理后图像频域信息和理想系统相比差异随离焦量增大而增大(见图 2(b)).

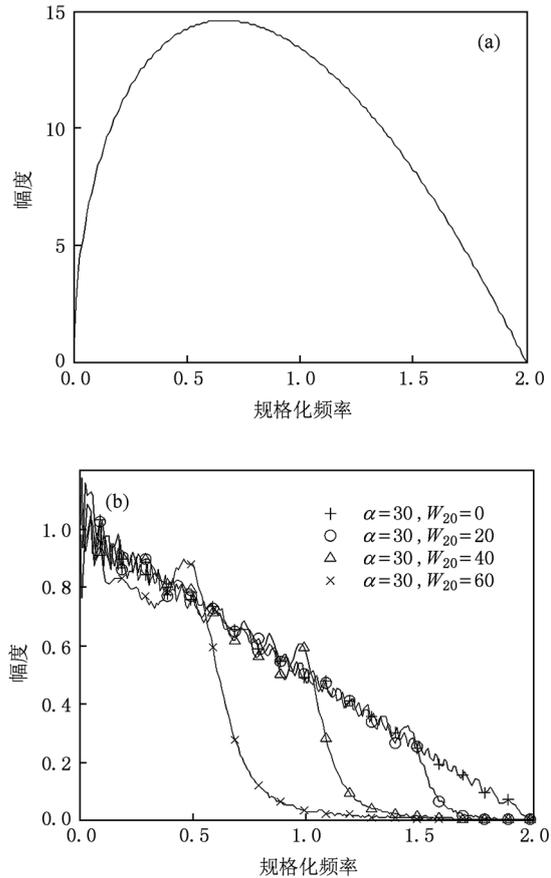


图2 滤波器和处理后的 MTF (a) 滤波器; (b)  $\alpha = 30, w_{20} = 0, 20, 40, 60$  时处理后的 MTF

### 2.3. 景深延拓性能

对确定的波前编码光学系统, 带宽随离焦量  $w_{20}$  增大而减小, 因此可重建的频率带宽也将随  $w_{20}$  增大而减小. 众所周知, 处理后图像的分辨率将取决于能重建的最大频率. 由此可见, 波前编码成像技术与传统光学系统一样, 也是以降低分辨率来获得景深的延拓, 只是分辨率降低速度较传统系统要慢得多.

因此, 对无像差的理想光学系统, 在光瞳处加入调制系数为  $\alpha$  的三次位相板, 若要使得处理后图像的分辨率所对应规格化频率为  $u_{\max}$ , 并以离焦量引起的波像差的大小来表示景深, 那么由(6)式可得系统的最大景深  $w_{20, \max}$  为

$w_{20, \max} = (1.96 - u_{\max}) \times (1.52\alpha - 2.21).$  (9) 可见, 如要增大景深延拓量, 则需增大  $\alpha$ . 假设待设计的波前编码系统需同时达到  $w_{20, \max}$  和  $u_{\max}$  的要求, 那么调制系数应满足

$$\alpha \geq 1.45 + \frac{w_{20, \max}}{2.98 - 1.52u_{\max}}. \quad (10)$$

虽然提高  $\alpha$  可增大景深延拓量, 但由 (5) 式和图 2(b) 可知  $\alpha$  增大将导致 MTF 趋势线单调降低, 因此太大的调制系数将导致频域幅度响应太低, 甚至可能超出了光电接收器的灵敏度所允许范围, 或者超出成像系统的信噪比要求. 所以  $\alpha$  的选择在满足 (10) 式的同时, 还受到文献 [8] 所讨论的信噪比和非球面器件加工水平的限制.

### 3. 模拟实验

模拟实验首先将图像变换到频域, 并由 (5) 式得到与  $\alpha$  和  $w_{20}$  相关的二维 MTF, 然后以该 MTF 作为频域退化滤波器, 模拟得到波前编码系统所成中

间像的频域信息. 再以图 3(a) 所示滤波器按 (7) 式对其进行滤波处理, 最后变换到空域. 图 3 自上而下各行分别对应的  $\alpha$  为 10、30 和 50, 自左到右各列分别对应  $w_{20}$  为 0、30、60、90 时的模拟实验结果图. 通过比较可见: 1) 对特定的  $\alpha$ , 图像分辨率随着离焦量的增加而逐渐下降; 2) 景深延拓能力随  $\alpha$  的增大而增强.

### 4. 实例分析

某款 3 片透镜构成的手机照相镜头, 光阑位于第一和第二片透镜之间, 整个光学系统的相关参量及部分性能指标如表 2.

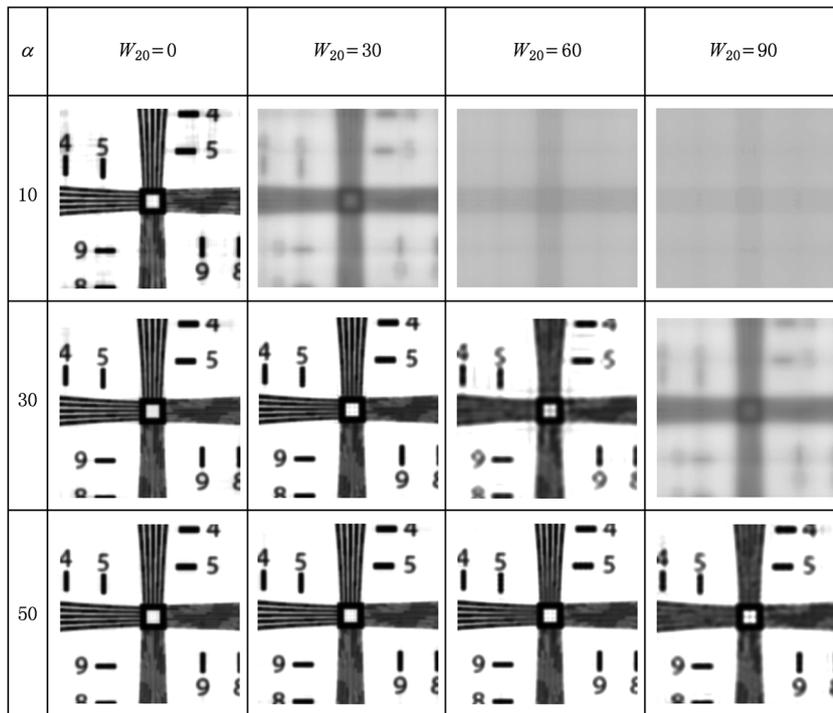


图 3 模拟实验结果

表 2 手机照相镜头参数

参量/单位	F 数	焦距/mm	出瞳直径/mm	主波长/nm	分辨率/ lp · mm <sup>-1</sup>
值	2.8	4	1.12	500	250

若以  $f$ ,  $d_o$  和  $d_i$  分别表示焦距、物距和像距, 则成像系统物像关系的高斯公式为

$$\frac{1}{d_i} - \frac{1}{d_o} = \frac{1}{f}. \quad (11)$$

对出瞳直径为  $L$  和主波长  $\lambda$ , 根据瑞利判据可得系统的焦深  $2\Delta$  [6] 为

$$2\Delta = \frac{4\lambda d_i^2}{L^2}. \quad (12)$$

假设正焦时的物距为 1 m, 由 (11) 和 (12) 式得到  $d_i = 4.0161$  mm 和  $2\Delta = 25.71$   $\mu$ m. 进而由 (11) 式计算得到该系统成清晰像的物距范围为 [0.556 m, 4.927 m].

由信息光学知识可得该系统的相干截止频率为  $f_c = L/(2\lambda d_i) = 279 \text{ lp/mm}$ . 如果在该系统的光瞳处加入  $2\pi\alpha = 20$  的相位板, 那么满足表 2 中分辨率的要求时, 其规格化频率的带宽为  $u_{\max} = 250/f_c = 0.896$ , 代入(9)式经计算得  $w_{20, \max} = 2.792$ . 若以离焦像面和像平面的距离表示离焦量  $\Delta d_i$ , 那么其与波像差的关系<sup>[6]</sup>为

$$\Delta d_i = 8w_{20, \max} \lambda (d_i/L)^2. \quad (13)$$

将相关参数值带入(13)式可得  $\Delta d_i = 0.1436$ . 结合(11)式可知该带位相板系统成像满足分辨率要求所对应的物距分别为  $[0.104 \text{ m}, \infty]$ . 也就是说, 该系统对物距小于  $0.104 \text{ m}$  的对象成像的分辨率达不到设计要求, 如需进一步增大景深, 势必要加大位相调制量, 但又将受到诸如文献[7]和[8]等

所讨论的参数的限制.

## 5. 结 论

通过深入研究波前编码光学成像系统的调制传递函数, 并分析了波前编码景深延拓系统景深和成像质量之间的折中关系, 即在增加景深的同时, 势必导致图像分辨率的下降. 由数值计算和数值模拟得到离焦量、位相板调制系数和带宽之间的变化规律, 从而得到波前编码系统的景深延拓性能, 最后通过模拟实验验证理论研究的结论, 并以一款照相镜头为例, 分析了该系统在特定位相调制情况下的景深延拓范围. 该研究成果为位相板的调制系数的选择和景深延拓光学系统的设计提供理论依据.

- [1] Yun M J, Wan Y, Kong W J, Wang M, Liu J H, Liang W 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 194 (in Chinese) [云茂金、万勇、孔伟金、王美、刘均海、梁伟 2008 物理学报 **57** 194]
- [2] Pantazis M 2008 *Opt. Expr.* **16** 12995
- [3] David G S, Dirk R 2008 *Appl. Opt.* **47** B64
- [4] Dowski E R, Cathey W T 1995 *Appl. Opt.* **34** 1859
- [5] Yang Q G, Sun J F, Liu L R 2006 *Chin. Phys. Lett.* **23** 2080
- [6] Pan C, Chen J B, Zhang R F, Zhuang S L 2008 *Opt. Expr.* **16**

- 13364
- [7] Zhao T Y, Ye Z, Zhang W Z, Yu F H 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 200 (in Chinese) [赵廷玉、叶子、张文字、余飞鸿 2008 物理学报 **57** 200]
- [8] Saeed B, Paulo E X, George B 2009 *J. Opt. Soc. Am.* **26** 895
- [9] Somayaji M, Christensen M P 2006 *Appl. Opt.* **45** 2924
- [10] Gao Y Q, Zhu B Q, Liu D Z 2009 *Chin. Phys. B* **18** 215

## Extension characteristics of the depth of field for wavefront coding system \*

Zhang Rong-Fu<sup>1)†</sup> Wang Tao<sup>1)</sup> Pan Chao<sup>2)</sup> Wang Liang-Liang<sup>1)</sup> Zhuang Song-Lin<sup>1)</sup>

1) (School of Optical-Electrical and Computer Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

2) (School of Electric and Electronic Information Engineering, Huangshi Institute of Technology, Huangshi 435003, China)

(Received 9 June 2010; revised manuscript received 22 January 2011)

### Abstract

The wavefront coding extension of the depth of field (DOE) for an imaging system is achieved by inserting a third order phase plate into the pupil plane of a spatially incoherent imaging system. The encoded image can be digitally restored to produce a final image with improved depth-dependent details. The characteristics of the system are studied, and the modulation transfer function (MTF) varying with defocus and modulation coefficient,  $\alpha$ , of the third order phase mask is analyzed, the results about the effects of  $\alpha$  value on the extension of DOE and the bandwidth are obtained. The results are conducive to the design of wavefront coding optical system and the choice of an appropriate  $\alpha$  value.

**Keywords:** wavefront coding, field depth extending, MTF, cubic phase mask

**PACS:** 42.30.Lr, 42.30.-d, 42.30.Va

---

\* Project supported by the National Basic Research Program of China (Grant No. 2007CB935300), the Shanghai Key Laboratory of Modern Optical System of China (Grant No. 08DZ2272800) and the Shanghai Leading Academic Discipline Project of China (Grant No. S30502).

† E-mail: zhangrongfu@usst.edu.cn