# 采用单个压电传感器的单模式兰姆波 激发频率的选择<sup>\*</sup>

张海燕\* 曹亚萍 于建波 陈先华

(上海大学通信与信息工程学院,特种光纤与光接入网省部共建重点实验室,上海 200072) (2010年10月14日收到;2011年1月25日收到修改稿)

考虑了压电传感器(PZT)与板之间的耦合作用,从理论上研究了单个压电传感器激发时产生单模式兰姆波的 频率调节方法,实验给出了模式选择在兰姆波结构健康监测中的应用.在板材、板厚以及 PZT 尺寸一定的情况下, 从理论上能够预测到作为频率函数的各兰姆波模式的幅值变化.根据某特定兰姆波模式的幅值最大而其他模式 幅值相对最小时所对应的频率,即可识别出该兰姆波模式优化的激发频率.数值仿真验证了理论的有效性以及单 模式兰姆波选择的可能性.在不同的激发频率下,分别激发了优化的 A0 模式,优化的 S0 模式以及共存的 A0 和 S0 模式用于结构损伤成像.结果表明,单模式兰姆波能够更精确地探测出损伤的位置,显示了模式选择在兰姆波结 构健康监测中的重要性.

关键词:兰姆波,压电传感器,激发频率,结构健康监测 PACS: 43.20.+g,43.35.+d,47.35.Rs

## 1. 引 言

兰姆波是在具有自由边界的固体板或层状结构中传输的一种弹性导波.由于其本身的传播特性,如沿传播路径衰减小,检测范围广,传输距离远等,成为国内外无损检测领域研究的重点<sup>[1-5]</sup>.兰姆波传播特性十分复杂,频散现象和模态混叠导致接收信号难于分辨,给后期信号处理和分析带来很大难度.因此,如何对结构施加恰当的兰姆波激励信号,以降低后续信号处理的难度,成为该项技术研究中的一个重要问题<sup>[6]</sup>.

目前主要应用压电换能器(piezoeletric transducer,PZT)产生和接收兰姆波.将PZT和兰姆 波方法相结合进行结构的损伤检测,一般研究的问 题是如何选择系统参数,如激发的中心频率和波 形,发射器和接收器(传感器)的尺寸和间距等,以 便改善或优化检测性能,激发单一的兰姆波模态 (如 S0 或 A0).传统的楔形换能器<sup>[7,8]</sup>是基于相速 度和群速度相对激发频率的频散曲线,通过调整激

发中心频率和波形以及楔形换能器的入射角度,选 择合适的模式以降低兰姆波传播的频散. 彭鸽等<sup>[9]</sup> 将压电元件的优化布置应用在复合材料的损伤检 测上,排除了边界反射对单模式兰姆波的影响,提 出了产生单模式 S0 兰姆波压电元件的优化布置方 法. Liu 等<sup>[10]</sup>基于动态压电理论、离散层理论以及 多重积分变换方法,建立了压电换能器阵列模型激 发单个兰姆波模式. 蔡建等[11]采用双面激励方法 抑制兰姆波的多模式特性,在频率较低的情况下实 现了基本对称 SO 模式、反对称 AO 模式的产生,提 高了兰姆波的激励效果. Park<sup>[12]</sup>通过在板材上下表 面对称地放置换能器激发单一的 S0 和 A0 模态. 王 帮峰等[6] 对具有不同函数形式、中心频率和波峰数 的信号激励,实验研究复合材料结构中传播的兰姆 波,为激励信号的选择与优化提供依据.结果表明, 优化后的激励信号在结构中能激发出单一的 S0 兰 姆波模式,有效地抑制了多模式现象的出现. Xu 等<sup>[13]</sup>、Yu 等<sup>[14]</sup>以及 Santoni 等<sup>[15]</sup>采用频率调整技 术,研究了单模调整在时间反转兰姆波结构健康监 测中的应用,解决了多模式兰姆波在时间反转中产

\* 国家自然科学基金(批准号:11074164,10874110)、上海市重点学科项目(批准号:S30108)、上海市科委重点实验室项目(批准号:08DZ2231100)和上海市教委创新基金(批准号:11YZ17)资助的课题.

† E-mail: hyzh@ shu. edu. cn

©2011 中国物理学会 Chinese Physical Society

生的侧面波包问题. Santoni 等<sup>[15]</sup> 通过频率调整获得 300 kHz 单个低频散的 S0 兰姆波模式用于嵌入 式超声结构雷达成像(embedded ultrasonic structural radar, EUSR),较清晰地显示了板中裂纹的存在以 及存在的位置.

由此可见,为了抑制兰姆波检测中多模式混叠 对损伤信号识别的干扰问题,目前国内外的研究者 通常采用传感器优化布置<sup>[9,10]</sup>、双面激励<sup>[11,12]</sup>、调 节激励频率[13-15]的方法来解决该问题. 然而,传感 器优化布置方法不能从根本上避免兰姆波多模式 的混叠,尤其当结构较小时该方法的适用性受到限 制. 双面激励方法在复杂结构和恶劣工作环境的应 用中是一个挑战,如作为激励的两个压电片性能、 与结构的耦合位置和程度需要较高的一致性:此 外,相比于单面激励方法,双面激励方法所需激励 传感器的数量增大了一倍,对检测系统硬件的要求 也相应地提高了. 而调节激励频率的方法仅通过选 择合适的激发频率,采用单面激励的方法即可获得 优化的兰姆波模式,相比之下具有更好的优势.本 文首先对兰姆波频率调整方法进行理论分析,在其 中考虑了压电传感器与板之间的相互作用. 然后数 值仿真验证了理论方法的有效性以及单模式兰姆 波选择的可能性. 最后将通过频率调整获得的不同 兰姆波模式用于铝板结构的损伤成像,实验研究了 单模式兰姆波频率选择在兰姆波健康监测中的适 用性.

### 2. 理论分析

假定 PZT 通过黏接层和无限大板理想黏接(黏接层足够薄且刚度足够大),用时谐电压 Ve<sup>-iwt</sup> 驱动 PZT,在零应力边界条件下,提供给压电片的兰姆波 激励信号 Ve<sup>-iwt</sup> 使其在板上表面沿兰姆波传播方向 x 产生的应变波解为<sup>[16]</sup>

$$\varepsilon_{x}(x,t) \mid_{y=d} = -i \frac{a\tau_{0}}{\mu} \sum_{\xi^{S}} \left[ \sin(\xi^{S}a) \right] \frac{N_{S}(\xi^{S})}{D'_{S}(\xi^{S})} e^{i(\xi^{S_{x-\omega t}})} -i \frac{a\tau_{0}}{\mu} \sum_{\xi^{A}} \left[ \sin(\xi^{S}a) \right] \frac{N_{A}(\xi^{A})}{D'_{A}(\xi^{A})} e^{i(\xi^{A_{x-\omega t}})} .$$

$$(1)$$

式中等号右边第一项和第二项分别对应于对称模式和反对称模式, d 为板厚度的一半, y 沿板厚方向,  $\mu$  为板的泊松比, a 为压电传感器长度的一半,  $\tau_0$  与压电传感器、板、黏接层的几何参数和材料性

质有关. 
$$N_{s}, D_{s}, N_{A}, D_{A}$$
的表达式为  
 $N_{s} = \xi q (\xi^{2} + q^{2}) \cos(pd) \cos(qd),$   
 $N_{A} = \xi q (\xi^{2} + q^{2}) \sin(pd) \sin(qd),$   
 $D_{s} = (\xi^{2} - q^{2})^{2} \cos(pd) \sin(qd)$   
 $+ 4\xi^{2} pq \sin(pd) \cos(qd),$   
 $D_{A} = -(\xi^{2} - q^{2})^{2} \sin(pd) \cos(qd)$   
 $- 4\xi^{2} pq \cos(pd) \sin(qd).$   
其中,  $p^{2} = \frac{\omega^{2}}{2} - \xi^{2}, q^{2} = \frac{\omega^{2}}{2} - \xi^{2}, \omega$  是角频率,  $c_{1}$ 和

 $c_1^2$  $c_{t}^{2}$  $c_1$ 分别为板中纵波和横波的速度,  $\xi^{s}$ 和  $\xi^{A}$ 分别对应 干对称模式和反对称模式的波数. 研究表明[13,17]. 归一化应变波曲线和所测量的电压输出波形一致 性较好,因此,在后面的有限元数值计算中,将接收 传感器上的输出电压作为兰姆波的响应信号. (1) 式中,  $\left[ [\sin(\xi a)] \frac{N(\xi)}{D'(\xi)} \right]$  决定了归一化应变波曲 线  $|\varepsilon_x(x,t)|_{y=d}$  的形状,其中  $|\sin(\xi a)|$  决定了 应变波曲线极值点的位置,  $\left| \frac{N(\xi)}{D'(\xi)} \right|$  决定了应变波 曲线幅值的变化.  $|\sin(\xi a)|$ 的最大值出现在 $\xi a =$  $(2n-1)\frac{\pi}{2}$ ,最小值出现在  $\xi a = n\pi$ ,也即当  $\xi =$  $(2n-1)\frac{\pi}{2a}$ 时,传感器输出兰姆波信号的幅值最大 (极大值点),当 $\xi = \frac{n\pi}{a}$ 时,传感器输出兰姆波信号 的幅值最小(极小值点).因为 $\xi = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{c}, c$ 为相 速度,随频率f的变化而变化,图1(a)所示,在板 材、板厚以及 PZT 尺寸一定的情况下,各兰姆波模 式的幅值将是激发频率的函数. 根据某特定兰姆波 模式的幅值最大而其他模式幅值相对最小时所对 应的频率,即可识别出该兰姆波模式优化的激发 频率.

图 2 为应用(1)式在 PZT 长度为  $l_a = 2a =$  27 mm下计算的 A0 和 S0 两个模式随频率的变化曲线. 其中所用的铝板材料参数为: $c_1 = 6350$  m/s, $c_1 =$  3050 m/s,厚度 2d = 4 mm. 从图 2 可以看出,激励频率为 200 kHz 时,A0 模态较大,S0 几乎为零;激励为 150 kHz 时,S0 模态较大,A0 较小;激励频率为 100 kHz时,对应 A0 和 S0 两种模态的幅值均较大;激励为 50 kHz 时,S0 模态较大,A0 几乎为零. 需要 注意的是,若改变换能器的尺寸以及板的材料参数,图 2 中各模式幅值曲线将会随之发生变化.



图 2 4 mm 厚度铝板在 27 mm 长 PZT 激励下兰姆波应变响应 曲线

## 3. 数值验证

为了验证理论的正确性,本文应用有限元分析 软件 ANSYS11.0 模拟兰姆波在结构中的传播过程, 传感器尺寸以及铝板材料参数与图 2 中的相同.为 了减小兰姆波的频散效应,激励信号采用汉宁调制 的 5 周期正弦信号. 从图 3 可以看到,200 kHz 激发频率下,A0 模式 的幅值远远大于 S0 模式的幅值,可视作单模式 A0 激发,图 3(a)所示;在 150 kHz 和 50 kHz 激发频率 下,S0 模式的幅值较大,A0 模式的幅值较小,图 3 (b),(d)所示,可视作单模式 S0 激发;100 kHz 激发 频率下,A0 模式的幅值和 S0 模式的幅值相当,可视 作 A0 和 S0 模式共存,图 3(c)所示.这些结论与图 2 对应频率处两种模式的理论值是一致的,从而验 证了理论的正确性.

 模式选择在兰姆波结构健康监测中 的应用

依据兰姆波的频散特性,至少会有 A0 和 S0 两 种模式的兰姆波被同时激励出来,它们在兰姆波的 应用领域得到了最广泛的关注. 综合考虑 PZT 的尺 寸和板的厚度,在低于 500 kHz 的激发频率下,只有 A0 和 S0 两种模式的兰姆波会被激励出来, 图 1(a),(b)所示. 前面的理论及数值示例已经验 证了在特定的激发频率下,可以消弱某个模式的强 度而突出另一个模式的强度达到单模激发的目的. 为了进一步考察该激励方法在兰姆波结构健康监 测中的适用性,本文通过4个压电陶瓷传感器构成 的网络对板中的损伤进行成像,考察频率调整对兰 姆波成像效果的影响.实验用板材为铝板,尺寸为 500 mm × 500 mm × 4 mm. 4 个压电陶瓷传感器的 位置如图4所示,它们既可作为激发兰姆波的发射 器也可以作为接收兰姆波的传感器,其坐标分别为 A(-0.15, -0.1), B(0.08, -0.1), C(0.15,0.08), D(-0.1, 0.15), 单位为m. 损伤为10 mm 的圆孔,所在位置 O(0.05 m,0.05 m),坐标系原点 位于铝板的中间. 实验中分别采集结构健康状态 (无损伤)和损伤状态下的传感器信号,得到两种状 态下传感器信号之间的差信号,该差信号即为损伤 散射信号. 对此差信号进行分析,从而对结构中的 损伤进行监测.

本文采用如下改进的成像算法[18]:

$$I(x,y) = \prod_{i=1}^{N} \prod_{j=1}^{N} A_{ij} f_{ij}^{(s)} \left( \frac{R_i + R_j}{V_g} \right).$$
(2)

式中,I(x,y)为所求像素点(x,y)处的对比度值, N为激励-接收路径数, $A_{ij}$ 为补偿各传感器路径不同 引起能量数衰减的放大系数, $f_{ij}^{(s)}$ 代表由第i个驱动 器激励、第j个传感器接收到的损伤散射兰姆波信







图 3 不同频率激励下的兰姆波响应信号 (a)200 kHz;(b)150 kHz;(c)100 kHz;(d)50 kHz

汉宁调制的5周期正弦信号,图5、图6分别给出了 这两种激励信号的时域和频域波形.



图 5 200 kHz 兰姆波激励信号 (a)时域波形;(b)频谱

根据声波传播的互易性原理,在激励、接收传 感器数量为4时,只有6组信号是独立的.图7, 图 8,图 9 以 200 kHz 的激发信号为例显示了无损 伤、有圆孔损伤时各传感器接收的兰姆波信号及其 他们之间的差信号(损伤散射信号),其中 $f_{ij}^{(H)}, f_{ij}^{(D)}$ ,  $f_{ii}^{(S)}$ 的上标 H,D,S 分别表示健康信号、损伤信号以

号的幅值, V<sub>g</sub>为兰姆波传播的群速度, R<sub>i</sub>和 R<sub>i</sub>分别 为激励传感器和接收传感器与像素点 (x,y) 之间 的距离.为简单起见, A;; 在后面的成像中均取相同 的放大系数,取值为1010.





实验以 200 kHz 和 100 kHz 激发信号为例,研 究频率调整对损伤成像结果的影响,激励信号采用



图 6 100 kHz 兰姆波激励信号 (a)时域波形;(b)频谱

及损伤散射信号,下标 ij 中第一个字母表示发射传 感器编号,第二个字母表示接收传感器编号.为了 提高损伤定位的精度,选取损伤散射信号的希尔伯 特变换包络作为损伤成像的输入数据.在 200 kHz 激励下,健康状态时各传感器路径接收的兰姆波信

号中仅包含单个的 A0 模式,图7 所示. 当板中含有 图 4 所示的损伤时,由于兰姆波与损伤的相互作用, 在 A0 模式后面出现了小波包,这些波包是由损伤 引起的转换模式,图8所示.  $f_{ii}^{(S)} = f_{ii}^{(H)} - f_{ii}^{(D)}$ 是损伤 和健康状态下的差信号及其包络,如图9所示,该信 号是由损伤引起的,可用于(2)式的损伤成像, 200 kHz激励下的损伤成像结果如图 10(b) 所示,与 图 10(a) 中损伤的真实位置和形状较为接近,图 10 中四个白点分别代表 4 个传感器的位置. 在 100 kHz的激发频率下,以AC传感器路径传播的损伤 和健康状态下的兰姆波信号及其差信号为例,如图 11 所示,由于兰姆波信号中包含了 A0 和 S0 两种模 式,这两种模式遇到损伤时均发生模式转换,使得 损伤散射信号的波包与单个模式引起的转换模式 的波包相比变宽,而且两种模式引起的损伤散射信 号相混叠,使得兰姆波的速度无法准确测定而导致 损伤定位误差加大,100 kHz 激励下的损伤成像结 果如图 10(c) 所示.



图 8 200 kHz 激励下损伤状态时各传感器路径传播的兰姆波信号



图 9 200 kHz 激励下各传感器路径接收的由损伤引起的兰姆波散射信号



图 10 圆孔损伤及其不同频率激励下的散射兰姆波损伤成像结果 (a) 10 mm 圆孔; (b) 200 kHz 激励; (c) 100 kHz 激励

为了定量地比较不同频率激发下的损伤定 位结果,图 12 和 13 分别给出了穿过实际损伤 位置沿 *x* 和 *y* 轴方向损伤重建图像的剖面曲线, 这两条曲线上的最大像素值即为预测的损伤位 置,用(*x<sub>p</sub>*,*y<sub>p</sub>*)表示,实际的损伤位置用(*x<sub>d</sub>*,  $y_d$ ) 表示,本文中定义损伤定位误差为  $E = \sqrt{(x_p - y_d)^2 + (y_p - y_d)^2}$ . 由图 12,200 kHz 频率 激发时,预测的损伤位置为  $x_p = 0.05$  m,  $y_p = 0.045$  m,损伤定位误差为  $E_1 = 0.005$  m. 由图 13,100 kHz 频率激发时,预测的损伤位置为  $x_p = 0.05$  m,  $y_p =$ 



图 11 100 kHz 激励下 AC 传感器路径传播的兰姆波信号

0.045 m,损伤定位误差为  $E_2 = 0.02016$  m,两种 频率激发下的损伤定位结果见表 1. 由  $E_1 < E_2$  可 见,200 kHz 单模式激发比 100 kHz 多模式激发时 的损伤定位精度高.为了更好地说明频率选择对 损伤定位结果的影响,表 1 中也给出了 50 kHz、 150 kHz 激发下的散射兰姆波损伤定位结果,虽然 50 kHz 的低频激发会降低兰姆波波包的时间分辨 率,然而其损伤定位的精度仍然较高,这是由于 50 kHz仅激发单个的 S0 模式,而 150 kHz 同时激 发 A0 和 S0 模式. 4 种频率下的损伤定位结果的 比较说明,单模式兰姆波的损伤定位精度由于多 模式兰姆波的定位精度.

表1 不同频率激发下的损伤定位结果

频率/kHz	模式	实际位置 $(x_d, y_d)/m$	预测位置 $(x_p, y_p)/m$	定位误差/m
200	A0	(0.05,0.05)	(0.045,0.05)	0.005
150	SO	(0.05,0.05)	(0.045,0.046)	0.0075
100	SO + AO	(0.05, 0.05)	(0.0525,0.03)	0.02016
50	SO	(0.05,0.05)	(0.045,0.044)	0.0078





### 图 12 图 10(b) 中穿过实际损伤位置沿 x 和 y 轴方向的剖面曲线



图 13 图 10(c)中穿过实际损伤位置沿 x 和 y 轴方向的剖面曲线

### 5. 结 论

兰姆波在大型板类结构的健康监测中发挥着 重要的作用,然而,多模式混叠干扰了对损伤信号 的识别.本文对单个压电传感器通过黏接层和无限 大板理想黏接条件下激发的兰姆波进行了分析,归 一化应变波解中  $\left| [\sin(\xi a)] \frac{N(\xi)}{D'(\xi)} \right|$  随频率的变

[1] Li F C, Meng G 2008 Acta Phys. Sin. 57 4265 (in Chinese)
 「李富才、孟 光 2008 物理学报 57 4265]

[2] Zhang H Y, Liu Z Q, Ma X S 2003 Acta Phys. Sin. **52** 2492 (in Chinese)[张海燕、刘镇清、马小松 2003 物理学报 **52** 2492]

- [3] Xiang Y X, Deng M X 2008 Chin. Phys. B 17 4232
- [4] Zhu X F, Liu S C, Xu T, Wang T H, Cheng J C 2010 Chin. Phys. B 19 044301
- [5] Zhang H Y, Sun X L, Cao Y P, Chen X H, Yu J B 2010 Acta Phys. Sin. 59 7111 (in Chinese) [张海燕、孙修立、曹亚萍、 陈先华、于建波 2010 物理学报 59 7111 ]
- [6] Wang B F, Li Y, Shi Y F 2006 J. Nanjing University of Aeronautics & Astronautics 38 613 (in Chinese)[王帮峰、李 迎、施益峰 2006 南京航空航天大学学报 38 613]
- [7] Wilcox P D, Lowe M J S, Cawley P 2001 J. Intell. Mater. Syst. Struct. 12 553
- [8] Hayashi T, Kawashima K 2003 JSME International Journal, Series A 46 620
- [9] Peng G, Yuan S F 2006 Acta Aeronautica & Astronautica Sinica

化曲线为单模式兰姆波激发频率的选择提供了理论依据.数值仿真验证了理论的有效性以及单模式 兰姆波选择的可能性.实验研究了兰姆波模式选择 在结构健康监测中的应用,在不同的激发频率下, 分别激发了优化的 A0 模式,优化的 S0 模式以及共 存的 A0 和 S0 模式用于结构损伤成像.结果表明, 单模式兰姆波能够更精确地探测出损伤的位置, 显示了模式选择在兰姆波结构健康监测中的重 要性.

**27** 957 (in Chinese)[彭 鸽、袁慎芳 2010 航空学报 2006 **27** 957]

- [10] Liu T, Veidt M, Kitipornchai S 2002 Composite Structures 58 381
- [11] Cai J, Yuan S F, Zhang X Y, Wang Q 2010 J. Nanjing University of Aeronautics & Astronautics 42 62(in Chinese)[蔡 建、袁慎芳、张逍越、王 强 2010 南京航空航天大学学报 42 62]
- [12] Park H W 2009 Wave Motion 46 451
- [13] Xu B L, Giurgiutiu V 2007 J. Nondestruct Eval. 26 123
- [14] Yu L, Santoni-Bottai G, Xu B, Liu W, Giurgiutiu V 2008 Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct. 31 611
- [15] Santoni G B, Yu L Y, Xu B L, Giurgiutiu V 2007 Transactions of the ASME 129 752
- [16] Giurgiutiu V 2005 J. Intell. Mater. Syst. Struct. 16 291
- [17] Sirohi J, Chopra I 2000 J. Intelligent Material Systems and Structures 11 246
- [18] Wang C H, Rose J T, Chang F K 2004 Smart Mater. Struct. 13 415

# Actuating frequency selection of single mode Lamb waves using single piezoelectric transducer\*

Zhang Hai-Yan<sup>†</sup> Cao Ya-Ping Yu Jian-Bo Chen Xian-Hua

(School of Communication and Information Engineering, Key Laboratory of Specialty Fiber Optics and Optical Access Networks, Shanghai University, Shanghai 200072, China) (Received 14 October 2010; revised manuscript received 25 January 2011)

### Abstract

Considering the interaction between the piezoelectric transducer (PZT) and the plate, a frequency adjusting method of generating single mode Lamb waves using single piezoelectric transducer is presented in theory. The application of mode selection in Lamb wave structural health monitoring is experimentally given. The theory has the ability to predict the amplitude of each Lamb wave mode as a function of frequency for given plate material and thickness, and specific PZT size. Optimal actuating frequency can be identified at which the wave amplitude for a particular mode is maximized while the wave amplitudes for other modes are relatively minimized. Numerical results are presented to validate the theory and show the capability of single mode Lamb wave selection. Different frequencies that correspond to a preferential A0 mode, a preferential S0 mode, and both the A0 and the S0 modes are excited for damage imaging, respectively. The results show that the single Lamb wave mode detection can locate the damage more accurately, demonstrating the importance of the mode selection in Lamb wave structural health monitoring.

Keywords: Lamb waves, piezoelectric transducer, actuating frequency, structural health monitoring **PACS**: 43.20.+g, 43.35.+d, 47.35. Rs

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11074164, 10874110), the Shanghai Leading Academic Discipline Project of China (Grant No. S30108), the Science and Technology Commission of Shanghai Municipality, China (Grant No. 08DZ2231100), and the Innovation Foundation of Shanghai Municipal Commission of Education, China (Grant No. 11YZ17).

<sup>†</sup> E-mail:hyzh@shu.edu.cn