

## 全息声压场的加权范数外推方法\*

徐亮<sup>1)†</sup> 毕传兴<sup>1)</sup> 王慧<sup>2)‡</sup> 许滨<sup>1)</sup> 陈心昭<sup>1)</sup>

1) (合肥工业大学噪声振动工程研究所, 合肥 230009)

2) (中国科学院合肥智能机械研究所, 合肥 230031)

(2010年12月6日收到; 2011年1月8日收到修改稿)

全息声压外推是 Patch 近场声全息技术的关键步骤. 本文提出了全息声压的加权范数外推方法, 该方法首先通过实测声压数据的功率谱信息构造频域加权范数, 然后通过极小化频域加权范数实现全息声压外推. 由于外推过程中同时利用了声压信号的波数域带宽和波数谱形状信息, 因此其外推结果优于传统带限外推方法. 数值仿真结果表明, 该方法无论在外推精度还是计算效率上都明显优于经典的全息声压波数域外推方法. 刚性箱体上的声激励固支板声压外推实验进一步验证了该方法的有效性和实用性.

**关键词:** 近场声全息, 全息声压外推, 加权范数

**PACS:** 43.35.Sx, 43.60.Sx

## 1. 引言

Patch 近场声全息 (Patch NAH) 是近年发展起来的一种新型近场声全息技术 (NAH)<sup>[1-9]</sup>. 它突破了传统 NAH 对全息孔径尺寸的限制, 允许全息孔径小于实际声源面积, 为 NAH 的实际工程应用, 特别是在大尺寸声源结构上的应用带来了极大的方便.

Patch NAH 这种良好的工程运用特性来自于它所特有声压近场外推过程, 通过声压外推方法对较小全息孔径内实测声压数据的进行外推, 获得较大全息孔径内的声压数据的估计值, 从而间接地“增大”测量孔径, 减小了“有限孔径效应”对全息计算结果的影响, 保证了结果的精度<sup>[1-4]</sup>. 因此声场外推是 Patch NAH 的根本, 也是 Patch NAH 与传统 NAH 的区别所在. 目前采用的全息声压外推方法主要是由 Saijyou 等提出的波数域外推方法<sup>[1]</sup>, 该方法以全息面补零和波数域反复迭代滤波为主要特征; Williams 对该方法进行了改进, 实现了迭代滤波过程中截止波数的自适应选择<sup>[2]</sup>, 并在此基础上提出了基于 FFT 的 Patch NAH 技术<sup>[3,4]</sup>, 取得了良好的

局部重建效果; 此后, Saijyou 根据波数空间与奇异值的对应关系, 又将波数域外推方法引入基于边界元法 (BEM) 的 NAH 方法中, 建立了基于边界元的声压数据外推方法<sup>[5]</sup>; Lee 等首先将波数域外推方法引入了柱面全息计算中, 实现了柱面声场的外推<sup>[6]</sup>, 接着他们深入分析了波数域外推方法的实质, 提出利用全息声压的波数域带限特性, 直接根据带限恒等式构造矩阵方程来实现全息声压的近场外推, 建立了所谓一步外推法<sup>[7]</sup>, 提高了外推计算效率. 上述方法在原理上都是利用全息声压的波数域近似带限特性来实现近场外推的, 然而这些方法在外推过程中仅利用了全息数据的波数域带宽信息作为求解的附加约束条件, 而没有利用全息数据的波数谱形状信息, 因此获得的外推结果虽然具有与实际数据相似的波数谱带宽, 但带宽内的波数谱形状却未必一致<sup>[10]</sup>, 这势必影响外推结果的精确度. 并且, 在数学上已经证明, 带限外推方法所得结果均为外推问题的最小范数解 (最小能量解), 这种解倾向于使信号能量均匀分布在各个空间节点上<sup>[11]</sup>, 因此当这些方法用于空间局部能量较为集中的声场外推时, 获得的外推结果与实际情况误差

\* 国家自然科学基金 (批准号: 10974040, 11004045)、教育部新世纪优秀人才支持计划 (批准号: NCET-08-0767)、高等学校博士学科点专项科研基金 (批准号: 201001111110007) 和安徽省自然科学基金 (批准号: 11040606Q35) 资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: hf\_xl307@sina.com

‡ 通讯联系人. E-mail: wanghuj@iim.ac.cn

较大.

本文出一种新型的基于加权范数外推法 (weighted norm extrapolation method<sup>[10-12]</sup>, WNEM) 的全息声压外推方法, 该方法在外推过程中, 通过自适应的波数域加权, 不但保留了实测声场数据的波数谱带宽信息, 而且保存了实测数据的波数谱形状信息, 其外推结果更加精确, 并且由于最小加权范数解可以较好地反映信号能量的空间分布, 因此与现有外推方法相比, 有望获得更好的数据外推精度, 从而进一步提高 Patch NAH 在小全息孔径条件下的重建性能, 并且由于 WNEM 具有较快的收敛速度, 有望解决现有技术存在的计算速度较慢的问题.

## 2. Patch NAH 中全息声压外推问题

如图 1 所示, 声源稳态振动在空间内形成小振幅稳态时谐声场. 全息面  $h_1$  包含  $M$  个节点, 全息面  $h_2$  包含  $N$  个节点, 其中  $N > M$  且  $h_1$  包含于  $h_2$  内.  $\mathbf{P}_{h_2} = [p(1), p(2), \dots, p(N)]^T$  为  $h_2$  上  $N$  个节点处全息声压组成的列向量;  $\mathbf{P}_{h_1} = [p(a), p(a+1), \dots, p(a+M-1)]^T$  为  $h_1$  上  $M$  个节点处全息声压组成的列向量. 近场外推问题即是: 如何通过数值方法利用  $h_1$  上测得的全息数据  $\mathbf{P}_{h_1}$  获得  $h_2$  上全息数据  $\mathbf{P}_{h_2}$  尽可能精确的估计值  $\hat{\mathbf{P}}_{h_2}$ .

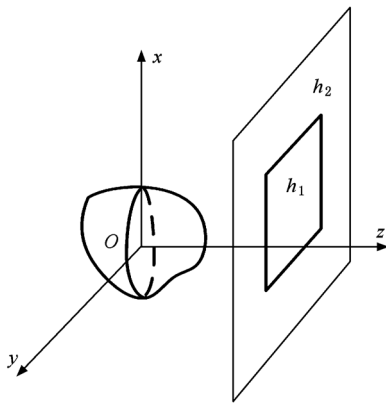


图1 近场外推示意图

由于  $\mathbf{P}_{h_1}$  是  $\mathbf{P}_{h_2}$  的一部分, 因此  $\mathbf{P}_{h_1}$  可看做是由  $\mathbf{P}_{h_2}$  经空间采样矩阵  $\mathbf{S}$  采样后所得, 于是可建立如下线性变换关系:

$$\mathbf{P}_{h_1} = \mathbf{S}\mathbf{P}_{h_2}. \quad (1)$$

这里, 空间采样矩阵  $\mathbf{S}$  由在对应采样点位置为 1, 其余位置为 0 的行向量组成.

显然, 由于  $N > M$ , (1) 式是欠定方程, 有无数个解. 为了获得具有实际意义的解, 需要根据问题的一些先验信息, 构造附加约束条件. 首先, 最容易想到的是使解的 2 范数最小, 即求最小能量解, 其次对于全息声压外推问题, 常利用全息声压信号的波数域带限 (或近似带限) 特性来实现外推, 通过实测数据估计获得的全息声压的波数域带宽作为一种先验信息来构造附加约束条件, 以确定外推解, 比较典型的例子有波数域外推法、单步 Patch NAH 中采用的外推法等. 这些方法在外推过程中仅利用了全息数据的波数域带宽信息, 因此获得的外推结果虽然具有与实际数据相似的波数谱带宽, 但带宽内的波数谱形状却未必一致, 这势必影响数据外推的精确度.

## 3. 声场外推的加权范数方法

与普通外推算法不同, 本文方法通过最小化如下形式的加权范数来实现全息声压外推:

$$\begin{aligned} \|\hat{\mathbf{P}}_{h_2}\| &= \min \left\{ \iint_{k_x, k_y \in \Omega} \frac{|\mathbf{P}_{h_2}(k_x, k_y)|^2}{\mathbf{Q}(k_x, k_y)} dk_x dk_y \right\} \\ &= \min \{ \|\mathbf{P}_{h_2}\|_w \}, \end{aligned} \quad (2)$$

式中  $\mathbf{Q}(k_x, k_y)$  为频域加权函数,  $\Omega$  为积分区域. 为了使积分有意义, 应满足如下条件:

$$\{ \mathbf{Q}(k_x, k_y) > 0 \mid k_x, k_y \in \Omega \}. \quad (3)$$

显然, 通过最小化加权范数  $\|\mathbf{P}_{h_2}\|_w$  获得的外推解其功率谱应具有与  $\mathbf{Q}(k_x, k_y)$  相似的形状. 因此如果能事先获得全息信号功率谱信息, 就可以通过频域加权函数引入计算过程. 显然, 这种受先验信息指导的外推过程具有更高的外推精度.

根据上面的讨论, 在全息声压功率谱信息已知的情况下, 加权范数外推方法可表述为下述的约束优化问题:

$$\begin{cases} \min \{ \|\mathbf{P}_{h_2}\|_w \}, \\ \mathbf{P}_{h_1} = \mathbf{S}\mathbf{P}_{h_2}. \end{cases} \quad (4)$$

式中  $\|\cdot\|_w$  表示加权范数.

根据矩阵理论, 上述问题的最优解为

$$\hat{\mathbf{P}}_{h_2} = \mathbf{S}^+ \mathbf{P}_{h_1}, \quad (5)$$

这里,  $\mathbf{S}^+$  为  $\mathbf{S}$  的广义逆矩阵,  $\mathbf{S}^+$  可表示为

$$\mathbf{S}^+ = \mathbf{R}\mathbf{S}^H (\mathbf{S}\mathbf{R}\mathbf{S}^H)^{-1}, \quad (6)$$

式中,  $\mathbf{S}^H$  为  $\mathbf{S}$  的共轭转置,  $\mathbf{R}$  是由  $\mathbf{Q}(k_x, k_y)$  的 Fourier 逆变换组成的加权系数矩阵, 对二维的全息声压信号来说矩阵  $\mathbf{R}$  具有如下形式:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{g}(0) & \mathbf{g}(N-1) & \mathbf{g}(N-2) & \cdots & \mathbf{g}(1) \\ \mathbf{g}(1) & \mathbf{g}(0) & \mathbf{g}(N-1) & \cdots & \mathbf{g}(2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \mathbf{g}(N-1) & \mathbf{g}(N-2) & \mathbf{g}(N-3) & \cdots & \mathbf{g}(0) \end{bmatrix}, \quad (7)$$

式中  $\mathbf{g}(n)$  是子矩阵,可表示为

$$\mathbf{g}(n) = \begin{bmatrix} a(0,n) & a(N-1,n) & a(N-2,n) & \cdots & a(1,n) \\ a(1,n) & a(0,n) & a(N-1,n) & \cdots & a(2,n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a(N-1,n) & a(N-2,n) & a(N-3,n) & \cdots & a(0,n) \end{bmatrix}, \quad (8)$$

式中  $a(m,n)$  为  $Q(k_x, k_y)$  的 Fourier 逆变换中的子项.

考虑到求解过程中矩阵  $\mathbf{SRS}^H$  可能奇异,为保证其可逆性,需进行正则化处理,获得如下正则解:

$$\mathbf{P}_{h_2} = \mathbf{RS}^H(\mathbf{SRS}^H + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{P}_{h_1}, \quad (9)$$

式中  $\mathbf{I}$  为单位阵,  $\lambda$  为正则化参数. 根据(9)式可获得加权范数外推解.

在上面的推导中,将全息声压信号的功率谱作为一种先验信息引入外推过程,建立了加权范数外推算法. 然而在实际中,通常无法事先获得全息声压的功率谱,一个自然的解决思路是:设计一种迭代的计算方法,初始的功率谱由实测数据采用经典的加窗周期图法估计得到<sup>[13]</sup>,在其后迭代过程中,功率谱由上次计算所得加权范数解获得. 具体过程如下:

**步骤 1** 首先对  $h_1$  上的实测声压  $\mathbf{P}_{h_1}$  进行补零拓展,将  $\mathbf{P}_{h_1}$  补到  $\mathbf{P}_{h_2}$  大小;令迭代次数  $i = 0$ ,

$$\mathbf{P}_{h_2}^0(x,y) = \begin{cases} \mathbf{P}_{h_1}, & (x,y) \in h_1, \\ 0, & (x,y) \in h_2. \end{cases} \quad (10)$$

**步骤 2** 然后对补零后的数据  $\bar{\mathbf{P}}(x,y)$  加二维 hamming 窗,窗宽与数据长度相等,

$$\bar{\mathbf{P}}_{h_2}^i(x,y) = \bar{\mathbf{P}}_{h_2}^i(x,y) \cdot H(x,y), \quad (11)$$

式中  $H(x,y)$  为二维 hamming 窗,  $H(x,y)$  的构造方法参见文献[14].

**步骤 3** 利用加窗后数据  $\bar{\mathbf{P}}_{h_2}^i(x,y)$  采用周期图法估计信号功率谱密度,并将所得功率谱密度作为频域加权函数  $Q(k_x, k_y)$ . 在该步骤中还可以通过带限滤波引入将全息声压的带宽信息,进一步提高外推精度.

**步骤 4** 利用频域加权函数  $Q(k_x, k_y)$  计算全息声压信号自相关函数

$$\{a(n,m)\} = F^{-1}\{Q(k_x, k_y)\}. \quad (12)$$

**步骤 5** 利用自相关函数  $a(m,n)$  按照(7)式和(8)式构造矩阵  $\mathbf{R}$ .

**步骤 6** 获得矩阵  $\mathbf{R}$  后,按照(9)式计算外推声压.

**步骤 7** 迭代次数  $i = i + 1$ , 如果迭代次数  $i = J$  ( $J$  为事先选定的总迭代次数,该次数通常小于 10 次,本文中取为 3 次)则终止迭代,并取  $\hat{\mathbf{P}}_{h_2}^i(x,y)$  为外推结果;否则转步骤 2 继续进行迭代.

## 4. 数值仿真

仿真中采用的声源是放置于无限大障板上的方形简支钢板,钢板长  $a$ 、宽  $b$  均为 0.6 m,厚度  $\delta$  为 0.006 m,杨氏模量  $E$  为  $2.1 \times 10^{11}$  Pa,密度  $\rho$  为  $7.8 \times 10^3$  kg/m<sup>3</sup>. 取钢板中心点为坐标原点,激励点选在  $(-0.05 \text{ m}, -0.04 \text{ m})$ . 简支钢板所在平面  $z = 0$  m,全息面位于  $z = 0.06$  m 的平面中,  $x, y$  方向的测量间隔均取为 0.025 m,全息面上  $h_1$  区域的尺寸为  $0.4 \text{ m} \times 0.4 \text{ m}$  ( $-0.2 \text{ m} \leq x \leq 0.2 \text{ m}$ ,  $-0.2 \text{ m} \leq y \leq 0.2 \text{ m}$ ),因此  $h_1$  上共有  $17 \times 17$  个测点,  $h_2$  区域尺寸为  $0.6 \text{ m} \times 0.6 \text{ m}$  ( $-0.3 \text{ m} \leq x \leq 0.3 \text{ m}$ ,  $-0.3 \text{ m} \leq y \leq 0.3 \text{ m}$ ),其上均布  $25 \times 25$  个节点. 全息面上的声压由 Ralyiegh 第一积分计算得到.

### 4.1. 加权范数外推方法有效性验证

仿真中将利用  $h_1$  上的  $17 \times 17$  点的声压数据(白色矩形框以内部分),运用加权范数外推方法计算  $h_2$  上  $25 \times 25$  点的声压估计值,并与理论值进行比较,以验证加权范数外推方法的有效性. 为了使仿真更接近于实际情况,计算过程中向输入声压数据添加了随机噪声,信噪比为 30 dB. 同时,为了全面地考察本文方法在不同频率下的的外推性能,仿真中对不同激励频率(200 Hz, 600 Hz, 1000 Hz)下

的简支钢板产生的声压场进行了外推计算,结果如下:

图 2(a)为激励力频率  $f = 200$  Hz 时由 Ralyiegh 第一积分计算所得的  $h_2$  上全息声压理论值,图 2(b)为利用  $h_1$  上的  $17 \times 17$  点的声压数据采用加权范数外推方法获得的  $h_2$  上全息声压估计值.对比图 2(a)和(b)可知,外推结果与理论值非常相似,左下角的主辐射区,右上角的次辐射区位于  $h_1$  都被完整地恢复了出来.这说明本文提出的全息声压加权范数外推方法是很有效的.

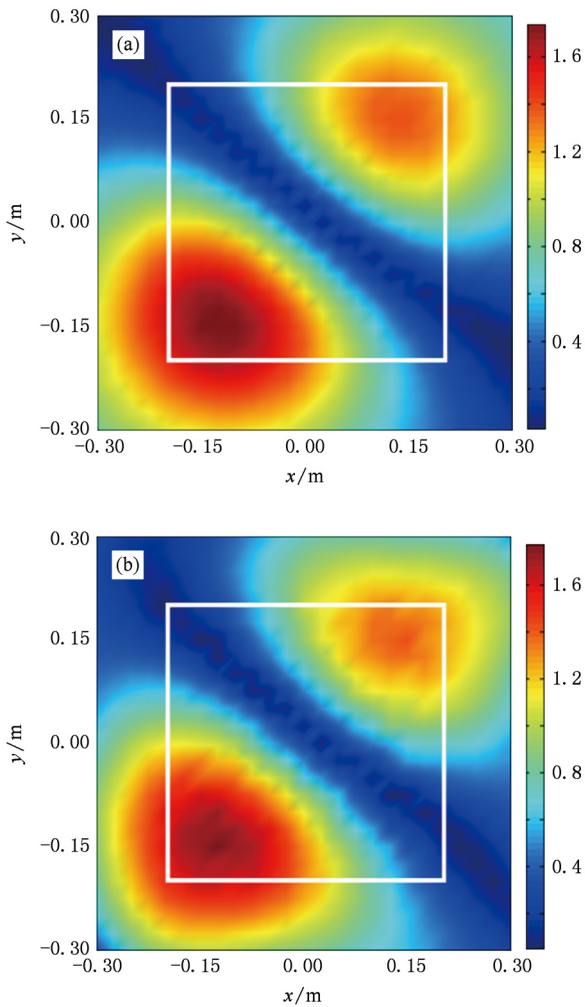


图 2 激励频率  $f = 200$  Hz 时外推结果与理论值的对比 (a)  $h_2$  上的理论声压幅值;(b)外推获得的  $h_2$  上的全息声压幅值

图 3(a)为激励力频率  $f = 600$  Hz 时  $h_2$  上全息声压理论值,图 3(b)是相应的外推结果.显然,图 3(a)和(b)也符合得很好,并且从图 3 中可以看出,左上方和右下方两个椭圆形的声压峰值区域完全位于  $h_1$  区域以外,加权范数外推方法将这两个峰值

区域准确地恢复出来,并且峰值位置,区域大小形状均与理论值非常相似.

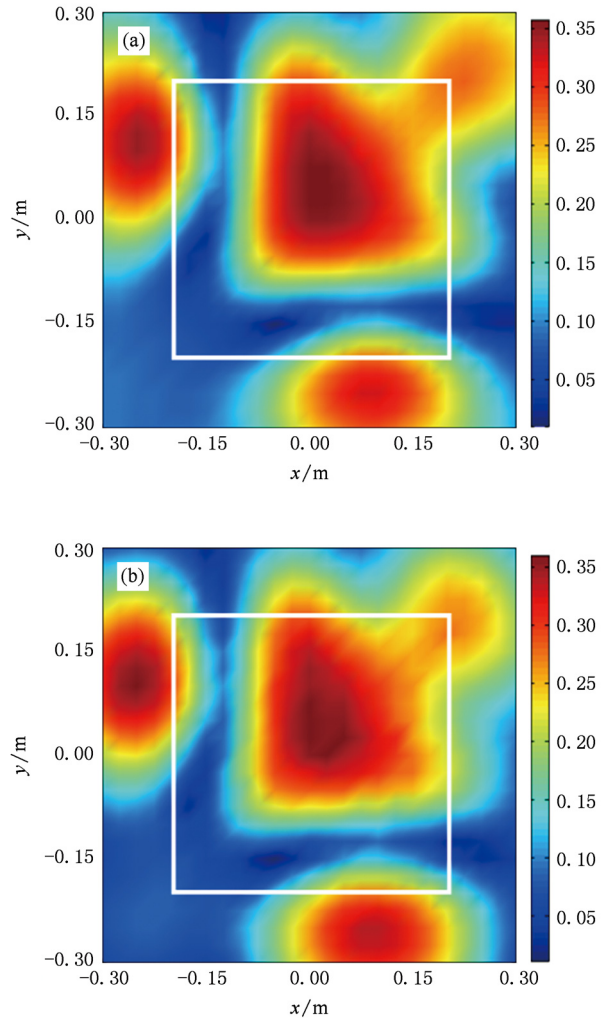


图 3 激励频率  $f = 600$  Hz 时外推结果与理论值的对比 (a)  $h_2$  上的理论声压幅值;(b)外推获得的  $h_2$  上的全息声压幅值

图 4(a)为激励力频率  $f = 1000$  Hz 时  $h_2$  上全息声压理论值,图 4(b)是采用加权范数外推方法获得的外推结果.随着激励频率的升高,  $h_2$  上全息声压幅值分布变得更加复杂,同时由于声波波长减小,单位波长内的测点数减少了,这将导致输入数据信息量的减少,从而影响外推精度.从外推结果来看,边缘处的外推精度确实有少许降低,但从总体上讲,外推结果与理论值还是很相似的.

上面的仿真中通过不同频率的外推声压幅值与理论声压幅值的对比,验证了本文提出的加权范数外推方法的有效性.为了定量地反映出两者间的近似程度,按

$$\eta = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M |a_i - \bar{a}_i|^2}{\sum_{i=1}^M |\bar{a}_i|^2}} \quad (13)$$

计算外推声压与理论声压的相对均方根误差,式中  $M$  为全息面上外推节点总数,  $a_i$  和  $\bar{a}_i$  分别为第  $i$  个节点处计算值和理论值,结果见表 1.

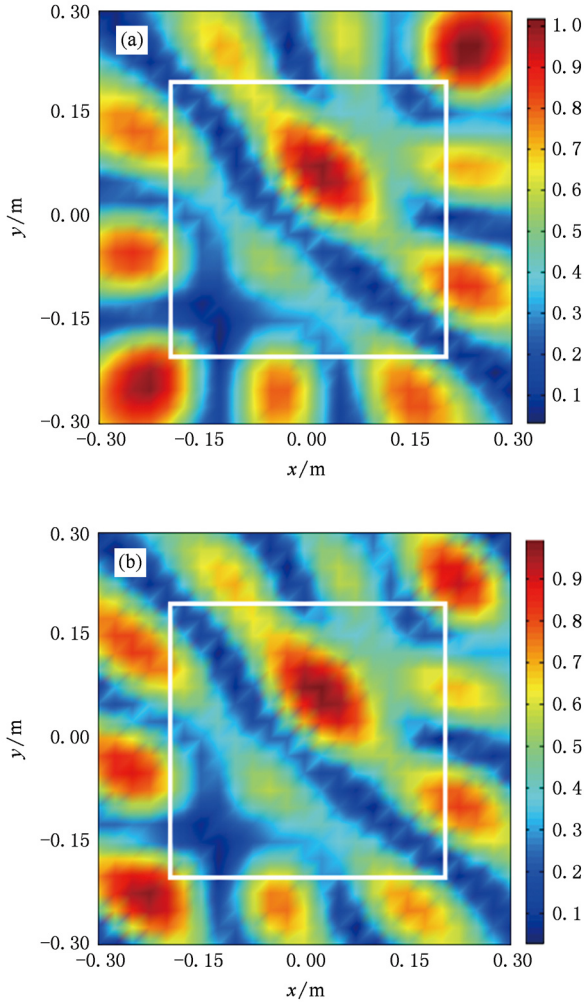


图 4 激励频率  $f = 1000\text{Hz}$  时外推结果与理论值的对比 (a)  $h_2$  上的理论声压幅值; (b) 外推获得的  $h_2$  上的全息声压幅值

表 1 仿真中不同频率处的外推误差

频率/Hz	200	600	1000
外推误差/%	6.2	6.3	13.2

由表 1 可见,虽然随着频率的增加,外推误差有着增大的趋势,但从总体上来看加权范数外推方法在不同频率下都保持了较高的外推精度,具备良好的性能.

#### 4.2. 加权范数外推方法的优越性验证

为了说明加权范数外推方法的优越性,将加权

范数外推方法与经典的波数域外推方法<sup>[1,2]</sup>进行了性能比较.图 5 是 600 Hz 时采用波数域外推方法获得的结果,计算过程中优化选择了滤波器截止波数,以使波数域外推法获得最佳的性能.仿真中,波数域外推法收敛条件取为:相邻两次迭代所得声压之差的 2 范数小于  $3 \times 10^{-5}$  时认为算法已收敛.

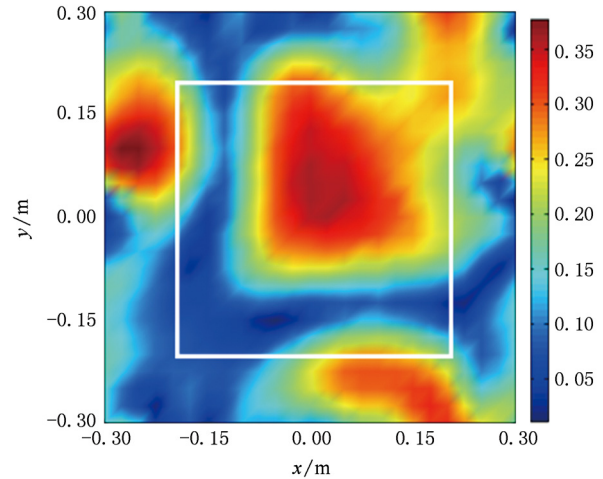


图 5 波数域外推方法获得的外推结果

将加权范数外推方法所得结果(图 4(b))与图 5 进行比较,很明显,采用加权范数外推方法获得的外推结果与理论值(图 4(a))更为一致,而采用波数域外推方法获得的结果(图 5)在边缘处产生了较为严重的畸变,以至于右下方的椭圆形峰值区域形状完全改变,最大峰值位置也移了位.从对比可以说明本文提出的全息声压加权范数外推方法具有更高的外推精度.

表 2 给出了两种方法在各频率处的比较结果,同时列出了两种方法在同一计算平台上各自消耗的计算时间.

首先,从外推误差上看:在上述各频率处本文提出的全息声压加权范数外推方法的精度都优于传统的波数域外推方法,特别在频率较低时,前者的误差仅为后者的一半左右;随着频率的提高,两种算法的误差都有所增加,但加权范数外推方法的误差始终小于波数域外推方法,这说明加权范数外推方法具有更高的外推精度.其次,从计算耗时上看:本文方法具有非常明显的计算速度优势,由于对每个频率都仅进行 3 次迭代,算法耗时固定为 0.7 s 左右,而传统的波数域外推方法收敛速度较慢,最少也需要 20 s,并且随着频率的增加,声场分布更加复杂,波数域外推方法所需的时间也进一步

增加,在 1400 Hz 时竟需要 113 s,为本文方法的 160 倍. 上述结果充分说明了全息声压加权范数外推方法在外推精度和计算效率方面的优势,因此更适合用于全息声压的近场外推计算.

上述结果是在输入声压数据为  $17 \times 17$  点的情况下得到的,为了研究本文方法在测量数据较少的小全息孔径条件下的外推性能,又进行了下述仿真计算:仿真中其余条件不变,将输入声压减少

到  $13 \times 13$  点,通过  $13 \times 13$  点声压数据外推全息面上  $25 \times 25$  点声压,并与经典的波数域外推方法进行性能比较,结果如表 3 所示. 需要说明的是,由于输入信息量的减少,波数域外推法收敛的很慢,因此需对收敛条件进行调整,否则在个别频率处计算时间太长,因此将其调整为:相邻两次迭代所得声压之差的 2 范数小于  $1.5 \times 10^{-4}$  时认为算法已收敛.

表 2 加权范数外推法与波数域外推法的性能对比(输入声压数据为  $17 \times 17$  点)

频率/Hz	外推误差/%		计算耗时/s	
	加权范数外推法	波数域外推法	加权范数外推法	波数域外推法
200	6.2	15.8	0.708	25.010
600	6.3	12.0	0.690	20.085
1000	13.2	24.8	0.708	35.949
1400	17.2	21.5	0.702	113.993

表 3 加权范数外推法与波数域外推法的性能对比(输入声压数据为  $13 \times 13$  点)

频率/Hz	外推误差/%		计算耗时/s	
	加权范数外推法	波数域外推法	加权范数外推法	波数域外推法
200	17.4	29.3	0.534	48.135
600	9.8	42.0	0.543	8.807
1000	34.7	49.6	0.523	17.115
1400	32.4	35.3	0.543	42.66

由于此时输入声压数据量仅为原来的 58% 左右,输入信息量的减少导致两种方法的外推精度都有所下降,但很明显,本文提出的全息声压加权范数外推方法的精度下降的较少,在各个计算频率上其外推精度都要优于传统的波数域外推方法,例如在 600 Hz 处的本文方法外推误差仍保持在 10% 以内,而此时数域外推方法的外推误差已经达到了 42%;同时在计算速度的比较上,本文方法的优势显得更加明显了,由于输入数据的减少,需要外推的点数增多,传统的波数域外推方法需要进行更多的迭代才能达到收敛,虽然我们已将收敛条件数值提高了 5 倍(由  $3 \times 10^{-5}$  提高到了  $1.5 \times 10^{-4}$ ),但波数域外推方法耗时仍然远远大于本文方法;相比之下本文方法仍仅需进行 3 次迭代,并且由于输入数据量减少导致需要进行的数据准备工作减少,计算耗时反而有所下降,从 0.7 s 左右减少到了 0.53 s 左右. 这样的结果表明,本文方法在输入声压数据较少的情况下,仍然能保持相对较高的外推精度和计算效率,进一步验证了本文方法所具有的优势.

## 5. 实验研究

为了验证本文提出的全息声压加权范数外推方法在实际中的效果,进行了全息声压外推实验. 整个实验在半消声室中进行,实验中采用的声源为固定在刚性箱体上表面的薄钢板,箱体保持密封,箱体内放置标准声源通过声音激励薄钢板,使之振动发声.

实验采用的刚性箱体由 Q235 钢加工而成. 作为声源的薄钢板通过螺栓紧固在箱体四边壁上,钢板实际振动面积为  $800 \text{ mm} \times 650 \text{ mm}$ ,厚度为 1 mm. 为了防止实验中箱体其他壁面振动,箱体的其他壁面都设计的非常厚,以提高刚度,防止其振动:底板厚度设计为 30 mm,四周围板厚均为 20 mm. 箱体内部采用 12 面体标准声源进行激励,实验中,以 LMS 公司的 Test. Lab 作为信号发生和数采装置,采用 13 个 PCB1/4 英寸传声器组成的线阵进行声压测量,整个实验装置布置如图 6 所示.

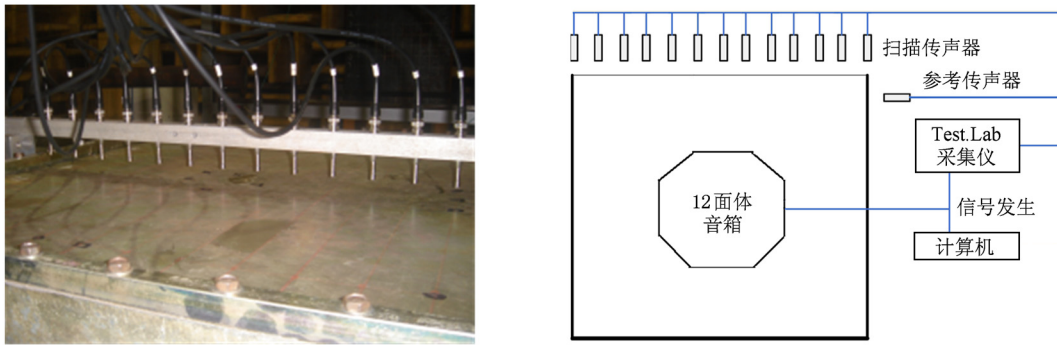


图6 实验装置示意图

实验中采用 100 Hz 单频正弦激励,全息面位于钢板上方 0.05 m 处,尺寸为 650 mm × 650 mm,  $x, y$  方向的测量间隔均取为 0.05 m, 因此全息面上均布 13 × 13 个测点. 实验中首先测出全息面上各点声压,并以此为参考声压,然后从测得的 13 × 13 点声压中取出中间 9 × 9 点声压作为输入量,采用本文提出的外推方法进行声场外推计算,并将外推结果与实际测得的声压以及传统波数域外推方法所得结果进行比较,以验证本文方法在实际中的性能,如图 7 所示.

图 7(a) 为全息面上 13 × 13 点实测声压,图 7(b) 和 (c) 分别为加权范数外推法和波数域外推法的外推结果, (图中白色矩形框以内为 9 × 9 点实测区域,以外为外推区域). 通过比较可发现,图 7(b) 中采用加权范数外推法获得的外推声压与实测声压(图 7(a)) 间具有更好的一致性,特别是位于下方的两个声压峰值区域,外推计算后被较好地恢复了出来,并且形状也非常一致;而采用波数域外推方法虽然也恢复出了声压峰值区域,但峰值区域形状却发生了很大的畸变,与实测声压有较大区别. 这表明本文方法在实际中可以取得更好的外推效果.

为了进一步验证本文方法的性能,在 300 Hz, 500 Hz 处重复了上述实验. 各测量和计算参数与前面相同. 同样,将外推结果与实测声压以及波数域外推方法所得结果进行了比较,如图 8、图 9 所示

图 8 是激励频率  $f = 300$  Hz 时的实验结果,其中图 8(a) 为实测全息声压,由于 300 Hz 时声压峰值区域位于右下角,处于测量区域(白色矩形框)

以外,所以实际上此次测量没有覆盖主要声源,缺失了声压峰值信息,在这种情况下进行外推的难度是比较大的,因此更能检验外推算法的性能. 图 8(b) 和 (c) 分别为加权范数外推法和波数域外推法的外推结果. 从所得结果看来,加权范数外推算法获得的结果虽然在左下角峰值区域与实测声压有所不同,但总体上声压分布形状以及幅值大小与实测声压还是很相似的;而传统的波数域外推法所得结果相比之下就逊色许多了,其左上方边缘处产生了许多实际中并不存在的伪峰,最大声压幅值也达到了 0.71 Pa,比实际值大了很多.

图 9 是激励频率  $f = 500$  Hz 时的实验结果. 很明显,本文提出的加权范数外推算法所得结果(图 9(b)) 与实测声压分布(图 9(a)) 无论是在大小、分布形状上都非常一致;而波数域外推法所得结果(图 9(c)) 随着频率的升高,四周边缘处产生幅值巨大的伪峰,这些伪峰的幅度甚至超过了中心处的主辐射区域,因此与实测声压分布差别很大. 这一点从声压的幅值大小上也能清楚的看出来,实测声压和加权范数外推算法的结果的最大声压幅值都在 0.57 Pa 左右,而波数域外推法所得结果最大声压幅值却达到 0.7 Pa.

上述实验结果直观地表明:本文提出的全息声压加权范数外推法在实际中具有比传统的全息声压波数域外推法更高的外推精度. 为了定量地比较两种外推方法的性能,下面按(13)式分别计算了两种方法在各个频率下的外推误差;同时,为了更加全面地比较两种算法在实验中的性能,表中还给出了两种算法各自消耗的计算时间,结果如表 4 所示.

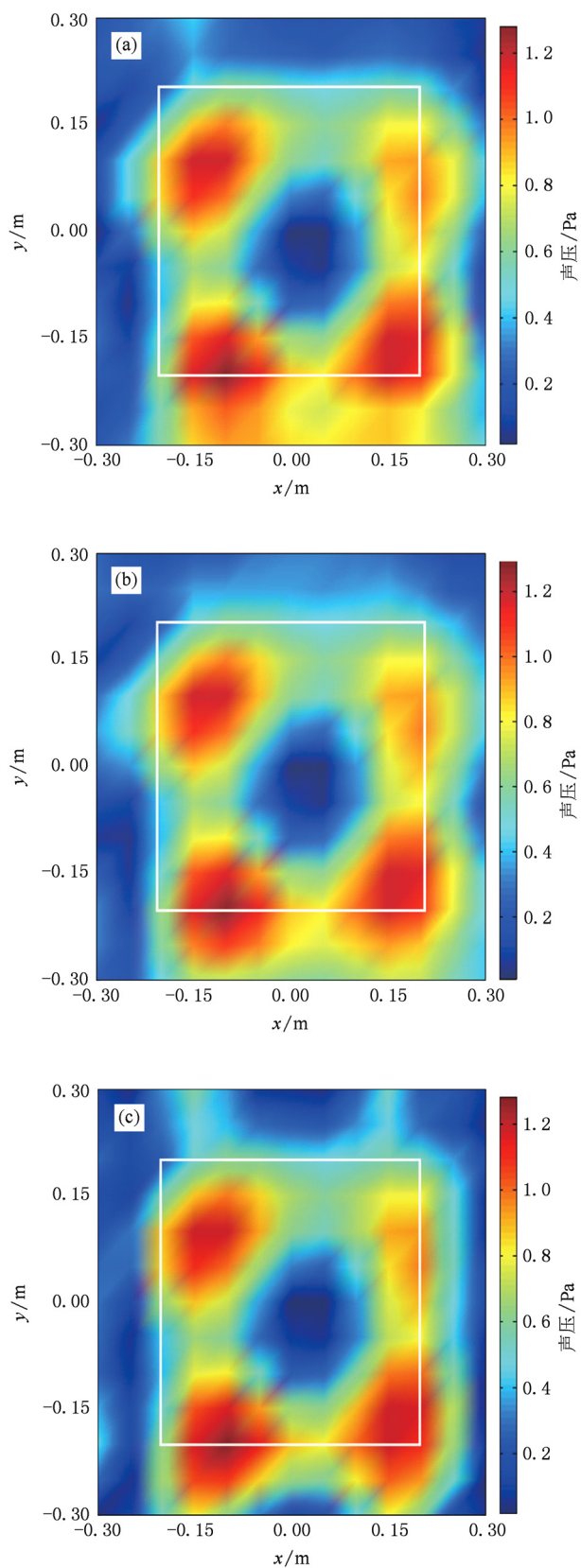


图7 激励频率 $f=100$  Hz 时外推声压与实测值的对比 (a)全息面上的实测声压幅值;(b)加权范数外推获得的全息面声压幅值;(c)波数域外推法获得的全息面声压幅值

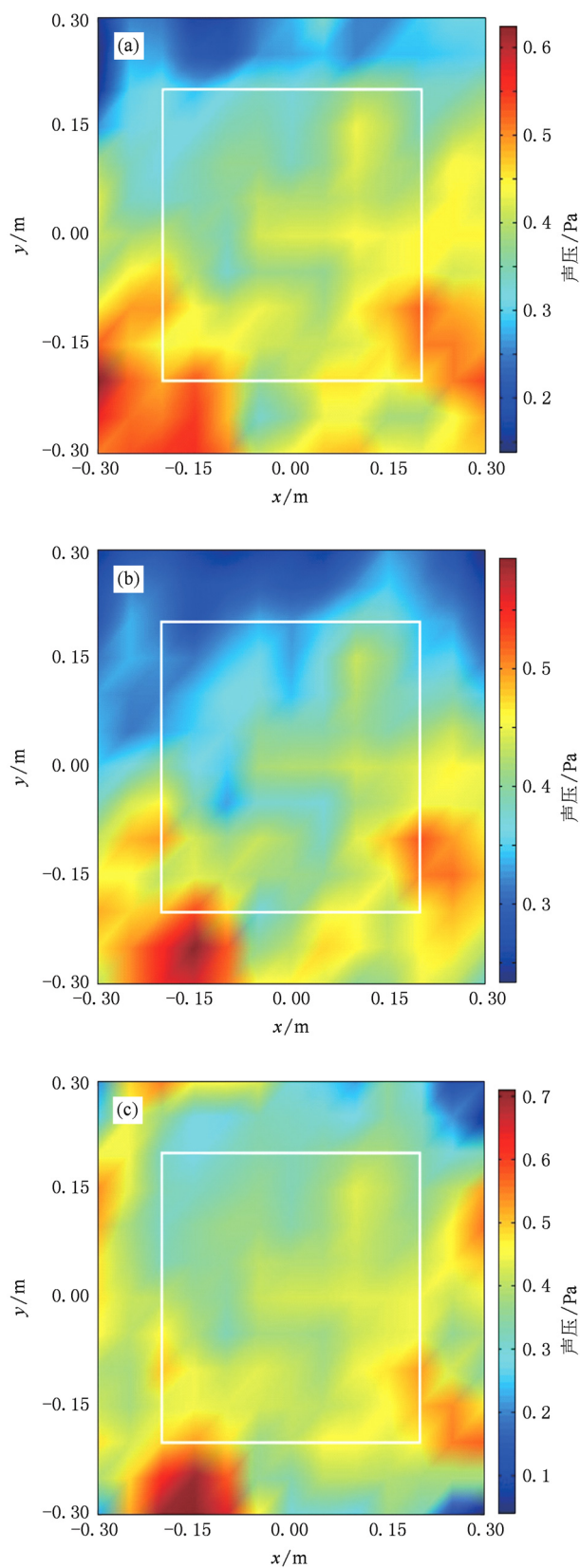


图8 激励频率 $f=300$  Hz 时外推声压与实测值的对比 (a)全息面上的实测声压幅值;(b)加权范数外推获得的全息面声压幅值;(c)波数域外推法获得的全息面声压幅值



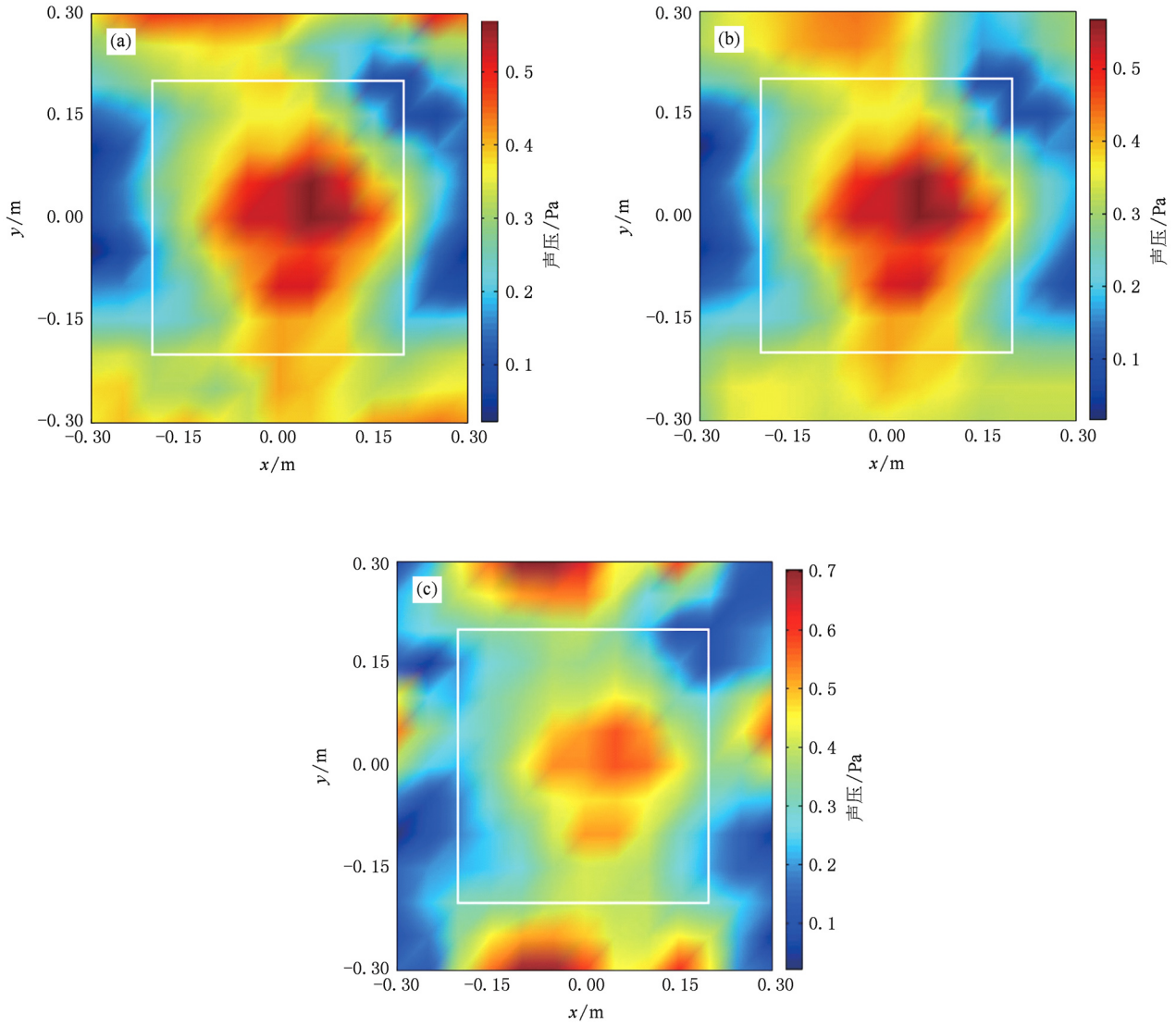


图9 激励频率 $f=500$  Hz 时外推声压与实测值的对比 (a)全息面上的实测声压幅值;(b)加权范数外推获得的全息面声压幅值;(c)波数域外推法获得的全息面声压幅值

表4 实验中加权范数外推法与波数域外推法的性能对比

频率/Hz	外推误差/%		计算耗时/s	
	加权范数外推法	波数域外推法	加权范数外推法	波数域外推法
100	8.23	15.7	0.063	4.344
300	6.72	18.9	0.063	11.453
500	10.45	37.06	0.062	3.587

由表4可见,本文提出的全息声压加权范数外推方法与传统的波数域外推方法相比具有明显的精度优势,实验中本文方法的外推误差在11%以内,而相同频率下波数域外推法的误差达到了本文方法误差的2—3倍,这表明本文方法在实际应用中

可以获得更高的声压外推精度.其次在计算耗时方面,由于实验中本文方法迭代次数固定为3次,且数据点数为 $13 \times 13$ 点比仿真中 $25 \times 25$ 点要小,因此耗时仅为0.063 s左右,而波数域外推方法耗时远远高于本文方法,为本文方法耗时的57—181倍,这

表明本文提出的全息声压加权范数外推法在应用中具有非常明显的计算效率优势,更适合于工程应用.

## 6. 结 论

本文提出了一种基于加权范数外推的全息面声压外推方法,该方法通过实测声压数据估计声压信号功率谱,并将其作为一种频域先验信息用于构造频域加权范数,最后通过极小化频域加权范数实现全息声压外推.由于该方法在外推过程中不但保留了实测声场数据的波数谱带宽信息,而且保存了实测数据的波数谱形状信息,因此可以获得比带限

外推方法更高的外推精度.

为了验证本文方法的有效性和实用性,进行了数值仿真和实验研究.在数值仿真研究中,将本文方法与经典的波数域外推方法进行了比较.结果表明:本文方法具有很高的外推精度,在不同频率下的外推结果精度均优于波数域外推方法,并且在相同条件下所需的计算时间远小于波数外推方法.为了验证本文方法在实际中的有效性,在半消声室中进行了全息声压外推实验;实验中本文方法在不同的频率处均获得了良好的效果,其计算精度和计算效率都明显优于传统的全息声压波数域外推法,实验结果表明本文方法具备良好的算法性能和实用性.

- 
- [1] Saijyou K, Yoshikawa S 2001 *J. Acoust. Soc. Am.* **110** 2007  
 [2] Williams E G 2003 *J. Acoust. Soc. Am.* **113** 1273  
 [3] Williams E G, Houston B H, Herdic P C 2003 *J. Acoust. Soc. Am.* **114** 1322  
 [4] Williams E G 2003 *Pro. Internoise*, Jeju Korea, August 25—28, 2003 p2187  
 [5] Saijyou K, Uchida H 2004 *J. Acoust. Soc. Am.* **115** 785  
 [6] Lee M Y, Bolton J S 2005 *J. Acoust. Soc. Am.* **118** 3721  
 [7] Lee M Y, Bolton J S 2007 *J. Acoust. Soc. Am.* **122** 1662  
 [8] Xu L, Bi C X, Chen J, Chen X Z 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 2776 (in Chinese) [徐亮、毕传兴、陈剑、陈心昭 2007 物理学报 **56** 2776]  
 [9] Bi C X, Yuan Y, He C D, Xu L 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 8646 (in Chinese) [毕传兴、袁燕、贺春东、徐亮 2010 物理学报 **59** 8646]  
 [10] Cabrera S D, Parks T W 1991 *IEEE Trans. Sign. Proc.* **39** 842  
 [11] Gorodnitsky L F, Rao B D 1993 ICASSP-93 Minneapolis, USA, April 27—30, 1993 p456  
 [12] Brito A E, Chan S H, Cabrera S D 1999 Proceedings of the SPIE Algorithm for SAR Radar Imagery VI, Orlando, USA, April 5—9 1999, p78  
 [13] Hayes M H 1996 *Statistical Digital Signal Processing and Modeling* (New York: John Wiley & Sons, Inc) p393  
 [14] Lim J S 1990 *Two-Dimensional Signal and Image Processing* (Englewood Cliffs: Prentice-Hall) p202,213

## Hologram pressure field weighted norm extrapolation method\*

Xu Liang<sup>1)†</sup> Bi Chuan-Xing<sup>1)</sup> Wang Hui<sup>2)‡</sup> Xu Bin<sup>1)</sup> Chen Xin-Zhao<sup>1)</sup>

1) (*Institute of Sound and Vibration Research, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China*)

2) (*Institute of Intelligent Machines, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, China*)

(Received 6 December 2010; revised manuscript received 8 January 2011)

### Abstract

Hologram pressure extrapolation is a key process of Patch nearfield acoustic holography. In this paper, a pressure extrapolation method based on the weighted norm extrapolation is proposed, in which the auto-power spectrum of hologram pressure estimated by the measured data is used as a weighting function to build the weighted norm, and the hologram pressure extrapolation is realized by minimizing the weighted norm. Because both the spectrum shape and the bandwidth information about hologram pressure are utilized during the extrapolation, a more accurate extrapolated result can be achieved. The validity of the proposed method is proved by a numerical simulation and an experiment study. The simulation results show that the proposed method has obviously advantages in accuracy and computational efficiency compared with the classic wave number domain extrapolation method. Furthermore, the proposed method is used to extrapolate a pressure field generated by a camped steel plate in experiment and a satisfactory result is obtained.

**Keywords:** nearfield acoustic holography, hologram pressure extrapolation, weighted norm

**PACS:** 43. 35. Sx, 43. 60. Sx

---

\* Project supported by National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10974040, 11004045), the Program for New Century Excellent Talents in University (Grand No. NCET-08-0767), the Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education, China (Grand No. 20100111110007), and the Natural Science Foundation of Anhui Province, China (Grand No. 11040606Q35).

† Corresponding author. E-mail: hf\_xl307@ sina.com

‡ Corresponding author. E-mail: wanghui@ iim. ac. cn