

不同功率下无工质微波推力器的推力预估*

杨涓[†] 李鹏飞 杨乐

(西北工业大学航天学院, 西安 710072)

(2010年12月27日收到; 2011年8月3日收到修改稿)

基于经典电动力学理论,从麦克斯韦方程组和麦克斯韦张量出发,推导出无工质微波推力器的推力计算方程.应用有限元分析软件,计算了特定谐振模式下的特定圆台谐振腔在不同功率条件下的电磁场分布;根据推导出的理论计算公式,计算了不同功率条件下推力器的总推力.计算结果表明:推力与功率成正比,而且磁场力决定着总推力的大小;圆台谐振腔消耗20—200 W电磁波功率时所产生的推力在20—250 mN范围内.

关键词: 电磁波, 麦克斯韦张量

PACS: 4110H, 0350D

1. 引言

无工质微波推力器是一种仅利用电磁波辐射场就可以产生推力的新概念推进装置,这种推进装置的推力来源于辐射电磁场在推力器内形成的电磁压差.该装置具有如下优点:不需要工作介质,没有高温燃气流的烧蚀、冲刷和传热等问题,能大幅度降低飞行器的质量并提高有效载荷;只要电功率输入稳定,推进装置的工作状态不受飞行高度影响;理论分析表明,采用不同的推力器结构材料在1 kW微波功率条件下可以获得很宽的推力范围;结构简单、可靠性高、寿命长.由此可见,这种推进装置可广泛地应用于卫星、深空探测器和近空间飞行器.

对于无工质微波推力器的推力计算,目前所使用的其中一种方法是量子力学方法^[1].这种方法对推力器圆台谐振腔进行近似处理,把圆台谐振腔等效为若干个直径不同的圆柱腔,在每个圆柱腔内把电磁场量子化,再根据电磁场和壁面相互作用后的动量变化来计算净推力.在计算过程中,忽略非轴向电磁力,因而这种方法可以精确计算圆柱型腔体的电磁力.对于圆台谐振腔,在扩张角度不是很大的情况下,用这种方法可以进行近似计算;对于扩张角很大的圆台谐振腔,这种方法会引起较大的误

差.另外一种计算无工质微波推力器推力的方法是采用经典的电动力学方法.这种方法首先从麦克斯韦方程出发,利用有限元方法数值模拟圆台谐振腔内的电磁场分布,再根据麦克斯韦电磁应力张量的概念计算圆台谐振腔壁面的电磁压强并获得作用在腔体上的电磁力.由于这种方法建立在数值模拟的基础上,因而可以计算任何形状的圆台谐振腔,不需要忽略任何方向上的力,可以准确预估任何尺寸圆台谐振腔产生的推力^[2].本文针对第二种方法,通过分析电磁场的能量和动量方程,从麦克斯韦方程组和麦克斯韦张量出发,推导出推力的理论计算公式;采用大型有限元分析软件计算特定谐振模式下的特定圆台谐振腔在不同功率条件下的电磁场分布;根据推导出的理论公式,计算不同功率条件下无工质微波推力器的总推力.

2. 无工质微波推力器的结构和原理

无工质微波推力器装置如图1所示.该装置由微波源、波导、圆台谐振腔、环形器和散热负载组成.微波源把电能转换为微波能并通过波导和环形器入射到圆台谐振腔内,当腔内电磁场谐振时,微波反射功率最小,并且在腔体内任何一点处入射电磁波和反射电磁波都为等相位,因而电磁场振幅在腔体内产生叠加效应,微波能量也叠加增强,从而

* 国家自然科学基金(批准号:90716019)资助的课题.

[†] E-mail: yangjuan@nwpu.edu.cn

在腔体内产生较强的电磁压差并形成沿腔体轴向的净推力. 腔内能量叠加的程度还取决于腔体材料, 如果所选材料使微波的壁面损耗越小, 则微波能量叠加程度越高, 净推力越大.

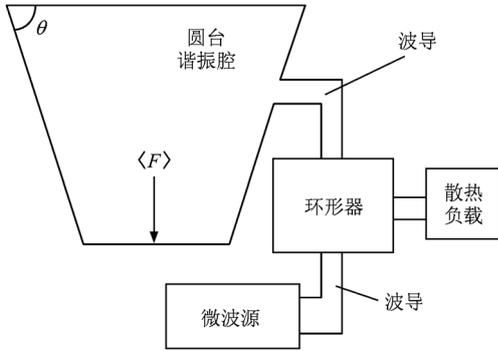


图1 无工质微波推力器装置示意图

3. 无工质微波推力器推力来源的经典电动力学理论解释

3.1. 电磁辐射场电磁力的理论解释

假设电磁场中存在带电粒子, 电磁力的作用使带电粒子获得动量和动能, 即

$$\frac{\partial \mathbf{g}_p}{\partial t} = \rho \mathbf{E} + \mathbf{J} \times \mathbf{B}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial w_p}{\partial t} = \mathbf{J} \cdot \mathbf{E}, \quad (2)$$

其中 \mathbf{g}_p 为粒子的动量密度, w_p 为粒子的能量密度, ρ 为粒子的电荷密度, \mathbf{J} 为粒子的电荷电流, \mathbf{E} 为电场强度, \mathbf{B} 为磁感应强度. 从麦克斯韦方程出发, 可以推出

$$\oint_s \mathbf{S} \cdot \mathbf{n} ds = - \frac{\partial}{\partial t} \int_V (w_p + w_f) dV, \quad (3)$$

其中 V 为控制体的体积, s 为控制体的表面积, $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$ 为电磁场能流密度矢量或坡印亭矢量, w_f 为电磁场能密度, 且

$$w_f = \frac{1}{2} \mathbf{E} \cdot \mathbf{D} + \frac{1}{2} \mathbf{H} \cdot \mathbf{B}.$$

(3)式右端的积分项为零, 因而有

$$\int_V (w_p + w_f) dV = \text{const}. \quad (4)$$

对坡印亭矢量进行微分, 同时考虑麦克斯韦方程, 有如下的方程:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\mu_0 \varepsilon_0 \mathbf{S} + \mathbf{g}_p) = - \nabla \cdot \left[\left(\frac{1}{2} \varepsilon_0 \mathbf{E}^2 + \frac{1}{2} \mu_0 \mathbf{H}^2 \right) \mathbf{I} - \varepsilon_0 \mathbf{E} \mathbf{E} - \mu_0 \mathbf{H} \mathbf{H} \right]. \quad (5)$$

由于 \mathbf{g}_p 为带电粒子动量密度, 因而方程(5)中的 $\mu_0 \varepsilon_0 \mathbf{S}$ 也代表了电磁场的动量密度, $\frac{1}{2} (\varepsilon_0 \mathbf{E}^2 + \mu_0 \mathbf{H}^2) \mathbf{I} + \varepsilon_0 \mathbf{E} \mathbf{E} + \mu_0 \mathbf{H} \mathbf{H}$ 代表了电磁场动量流密度张量 $-\mathbf{T}$, 其中 \mathbf{T} 为麦克斯韦应力张量. 因而方程(5)可以改写为

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V (\mathbf{g}_f + \mathbf{g}_p) dV = \oint_s \mathbf{n} \cdot \mathbf{T} dS. \quad (6)$$

方程(6)的左端为控制体内场和粒子的动量随时间的变化率. 根据牛顿定律, 方程(6)右端的 $\mathbf{n} \cdot \mathbf{T}$ 和 $\oint_s \mathbf{n} \cdot \mathbf{T} dS$ 必然代表了辐射电磁场在控制体表面上产生的法线方向电磁压强和电磁力. 从麦克斯韦应力张量的形式看, 电磁力和控制体内的电荷没有关系, 即控制体内即使 $\mathbf{g}_p = 0$, 辐射电磁场也会存在电磁力.

3.2. 无工质微波推力器圆台谐振腔电磁力来源的理论解释

图2为圆台谐振腔截面示意图. 在圆台谐振腔内壁任一点 A 处定义坐标系 (x, y, z) 和坐标单位矢量 $(\mathbf{i}_x, \mathbf{i}_y, \mathbf{i}_z)$, 则该点处壁面法线方向单位矢量为 $\mathbf{n} = \mathbf{i}_x$; 电场只有 x 轴方向分量, 即 $\mathbf{E} = E \mathbf{i}_x$. 麦克斯韦应力张量电场分量为

$$\begin{aligned} T_e &= \varepsilon_0 E \mathbf{i}_x E \mathbf{i}_x - \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 (\mathbf{i}_x \mathbf{i}_x + \mathbf{i}_y \mathbf{i}_y + \mathbf{i}_z \mathbf{i}_z) \\ &= \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 (\mathbf{i}_x \mathbf{i}_x - \mathbf{i}_y \mathbf{i}_y - \mathbf{i}_z \mathbf{i}_z), \end{aligned} \quad (7)$$

A 点处的壁面法线方向电场压强

$$p_e = T_e \cdot \mathbf{n} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 \mathbf{i}_x.$$

因而, 整个圆台谐振腔内壁上电场力沿轴线方向的合力为

$$F_e = \iint_{s_1-s_2} \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 ds + \iint_{s_3} \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 \cos \theta ds,$$

其中 s_1, s_2 和 s_3 分别为圆台谐振腔的两端和侧壁表面积.

对于时谐电磁波, 电场强度随时间变化规律已知. 为了消除时间变化因子, 引入电场强度的复振幅矢量 $\dot{\mathbf{E}}$, 则瞬时电场强度和复振幅矢量之间关系为

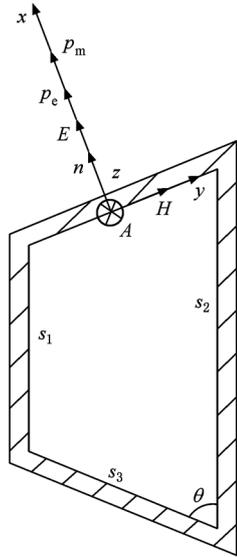


图2 圆台谐振腔截面图

$$\mathbf{E}(r, t) = \text{Re}[\dot{\mathbf{E}}(r) e^{i\omega t}],$$

其中 $\text{Re}[\cdot]$ 表示取复数的实部. 因而根据电动力学理论^[3], 作用在圆台谐振腔内壁面沿轴线方向的合电场力 F_e 在周期内的时均值为

$$\begin{aligned} \langle F_e \rangle &= \iint_{s_1-s_2} \frac{1}{4} \epsilon_0 \text{Re}(\dot{\mathbf{E}} \cdot \dot{\mathbf{E}}^*) ds \\ &+ \iint_{s_3} \frac{1}{4} \epsilon_0 \text{Re}(\dot{\mathbf{E}} \cdot \dot{\mathbf{E}}^*) \cos\theta ds, \quad (8) \end{aligned}$$

其中 $\dot{\mathbf{E}}^*$ 为 $\dot{\mathbf{E}}$ 的共轭复数矢量. 同理可以得到作用在圆台谐振腔内壁面沿轴线方向的磁场合力 F_m 在周期内的时均值为

$$\begin{aligned} \langle F_m \rangle &= \iint_{s_1-s_2} \frac{1}{4} \mu_0 \text{Re}(\dot{\mathbf{H}} \cdot \dot{\mathbf{H}}^*) ds \\ &+ \iint_{s_3} \frac{1}{4} \mu_0 \text{Re}(\dot{\mathbf{H}} \cdot \dot{\mathbf{H}}^*) \cos\theta ds, \quad (9) \end{aligned}$$

其中 $\dot{\mathbf{H}}^*$ 为 $\dot{\mathbf{H}}$ 的共轭复数矢量. 当电磁波被辐射进无工质微波推力器的圆台谐振腔并处于谐振状态时, 电磁波在其内形成驻波, 腔体内任一点处入射波和反射波等相位. 所以总的场强是入射波场强和反射波场强的直接叠加, 因而电磁场振荡的振幅被放大, 腔内储存的电磁能量被放大. 该现象可以借助图3所示的并联 RLC 谐振电路进行解释. 当 RLC 电路中的感抗和容抗相等时, 电路发生谐振, 通过电容和电感的电流大小相等、方向相反(图4)^[3], 外界加给 RLC 电路上的功率仅仅消耗在电阻上. 根据 RLC 电路品质因数 Q 定义 ($Q = R/L$, 其中 R 为电

阻, L 为感抗) 可知, 通过电感或电容的电流为电路总电流的 Q 倍, 电容或电感储存的能量是电路总能量的 Q 倍, 即

$$UI_L = UI_C = QUI = QUI_R,$$

其中 I_L, I_C 和 I_R 分别为通过电感、电容和电阻的电流. 如图5所示, 如果逐渐提高谐振频率就应增加电容极板距离并同时减小电感线圈匝数, 则电容 C 和电感 L 逐渐降低, RLC 电路最后逐渐演化为微波谐振腔. 这时电阻消耗的电功率、电容储存功率和电感储存功率分别转化为谐振腔趋肤深度内消耗的微波功率 P_R 、谐振腔内的电场储能 P_E 和磁场储能 P_H , 外界加给谐振腔的能量仅仅消耗在趋肤深度内, 并有

$$P_E = P_H = QP_R = QP_{in},$$

其中 P_{in} 为输入圆台谐振腔的微波功率, P_E 和 P_H 就是谐振腔内壁面上电磁力的来源. 由此可知, 当外界向谐振腔输入固定功率的电磁辐射场时, 用于产生电磁力的微波功率是输入微波功率的 Q 倍. 因而计算谐振腔内壁面沿轴线方向的总电磁力公式为

$$\begin{aligned} \langle F \rangle &= Q \iint_{s_1-s_2} \frac{1}{4} [\epsilon_0 \text{Re}(\dot{\mathbf{E}} \cdot \dot{\mathbf{E}}^*) + \mu_0 \text{Re}(\dot{\mathbf{H}} \cdot \dot{\mathbf{H}}^*)] ds \\ &+ Q \iint_{s_3} \frac{1}{4} [\epsilon_0 \text{Re}(\dot{\mathbf{E}} \cdot \dot{\mathbf{E}}^*) \\ &+ \mu_0 \text{Re}(\dot{\mathbf{H}} \cdot \dot{\mathbf{H}}^*)] \cos\theta ds. \quad (10) \end{aligned}$$

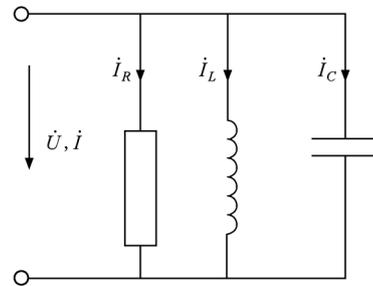


图3 RLC 谐振电路

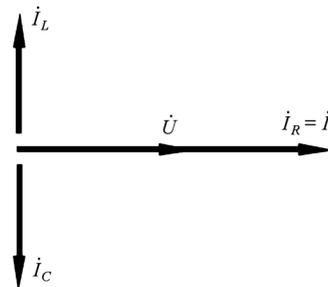


图4 谐振电路中电流和电压的相位关系

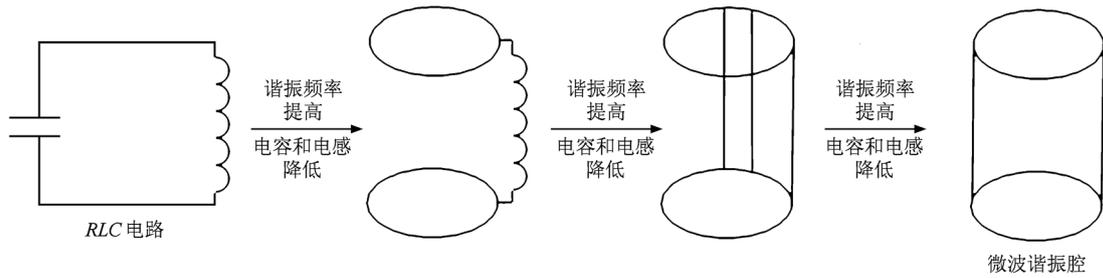


图5 RLC电路向微波谐振腔的演化

4. 圆台谐振腔电磁计算分析

为了对无工质微波推力器的推力进行预估,必须进行推力器圆台谐振腔的电磁分析. 文献[2]已对工作于2.45 GHz频率下的无工质微波推力器圆台谐振腔进行了模态分析,发现具有轴对称场结构且沿轴向和径向分别只存在一个最大场强的横电波模态为最佳谐振模态,该模态类似于圆波导谐振腔的 TE_{011} 模. 而且针对此模态,通过计算不同结构圆台谐振腔的推力,确定了性能最优的腔体结构. 这里针对该结构,计算不同电磁波功率条件下的推力变化规律.

首先采用电磁分析的有限元数值模拟程序^[4]进行谐振电磁场分布计算. 计算时以金属铜为腔体材料,忽略腔内空气损耗,电磁波频率为2.45 GHz,将壁面设为理想电导体边界;在腔体计算域内进行自适应网格划分,而且在每计算迭代步中网格数根据计算残差要求自动加密. 采用电磁分析有限元程序进行自适应计算时,从设定的初始网格开始,每一步计算结束后,会自动比较两次计算得到的残差,检验是否达到设定的范围. 如果没有达到,则按照设定的网格细化比例再进行下一次计算直到满足要求为止. 选取初始自适应网格数为1012个,每一步网格数加密比例为30%,残差设为 2×10^{-5} . 图6给出计算残差随迭代计算步数的变化曲线. 从图6可以看出:在第18迭代步时,残差就小于设定值. 最后在第20迭代步时,残差降低到 1.6462×10^{-5} ,这时网格数增加至82264.

图7和图8分别给出300和2500 W的电磁波输入功率条件下腔体内的电磁场强度分布,两图显示出相似的电磁场强分布规律,而且与文献[2]的分析结果相符. 电场呈轴对称分布,最大强度区域位于轴线和侧表面的中间区域,而且沿轴线和径

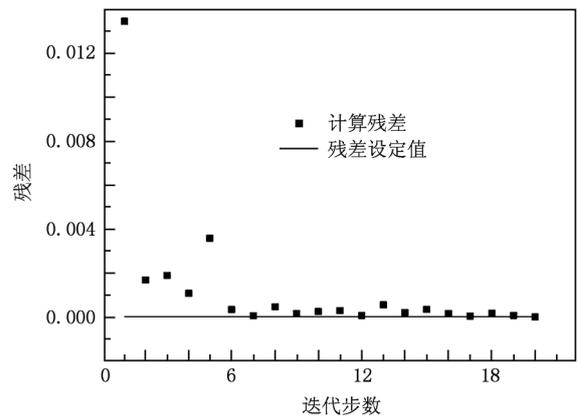


图6 圆台谐振腔电磁分析的自适应求解收敛过程

向最大的电场强度值只有一个;磁场呈轴对称分布,最大强度区域位于腔体侧表面,而且沿轴向和径向最大的磁场强度值只有一个. 这种谐振模态类似于圆柱波导谐振腔的 TE_{011} 模. 忽略谐振腔内空气的能量损耗,可以由如下的公式计算腔体的品质因数:

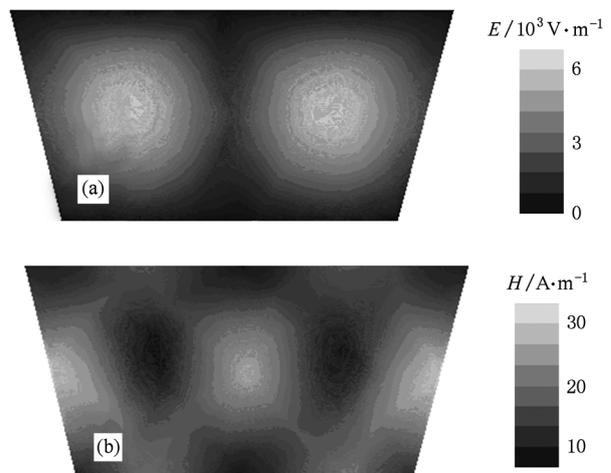


图7 300 W微波功率输入条件下圆台谐振腔内电磁场分布 (a)电场强度,(b)磁场强度

$$Q = \iiint_V \left(\frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \mu_0 H^2 \right) dv$$

$$\div \left[\delta \oint_{s_1+s_2+s_3} \left(\frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \mu_0 H^2 \right) ds \right]. \quad (11)$$

这里 δ 为壁面趋肤深度,

$$\delta = 1 / \sqrt{2f\mu\rho},$$

其中 μ 和 ρ 分别为腔体的磁导率和电阻率. 利用 (11) 式计算得到, 在 300 和 2500 W 输入电磁波功率条件下圆台谐振腔的品质因素都为 320400.

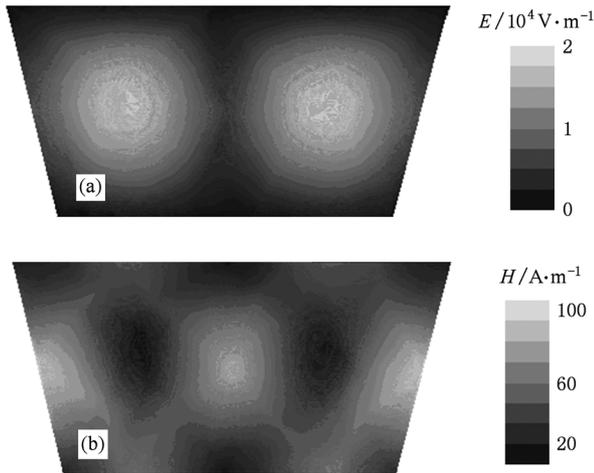


图 8 2500 W 微波功率输入条件下圆台谐振腔内电磁场分布 (a) 电场强度, (b) 磁场强度

5. 推力计算结果及分析

计算得出圆台谐振腔内电磁场分布规律后, 就可以根据 (10) 式计算无工质微波推力器的电磁推力. 在不同微波输入功率条件下, 电磁波在推力器圆台谐振腔大小端面以及侧壁面沿轴线方向形成的电磁力如图 9—图 11 所示, 图 12 为圆台谐振腔沿轴线方向的电磁合力随功率的变化规律. 电磁力的计算结果表明: 在圆台谐振腔大小端面上, 磁场力比电场力高出两个数量级; 在侧壁面上, 磁场力是电场力的 1—3 倍. 这是因为腔体内真空或空气的介电常数比其磁导率低 5 个数量级, 分别为 8.85×10^{-12} F/m 和 $4\pi \times 10^{-7}$ H/m. 虽然由图 7 和图 8 可知圆台谐振腔内的电场强度值比磁场强度值高出 1—3 个数量级, 但是 (8) 和 (9) 式给出的电场力和磁场力理论计算表明电场力要比磁场力低得多. 电磁波在圆台谐振腔壁面上形成的电磁合力方向沿小端面外法线. 计算结果同时还表明, 圆台谐振

腔消耗 20—200 W 电磁波功率时所产生的推力分布在 20—250 mN 范围内.

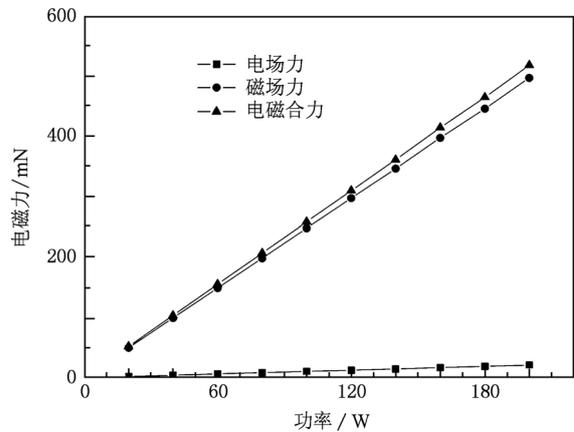


图 9 圆台谐振腔大端面沿表面外法线方向的电磁力

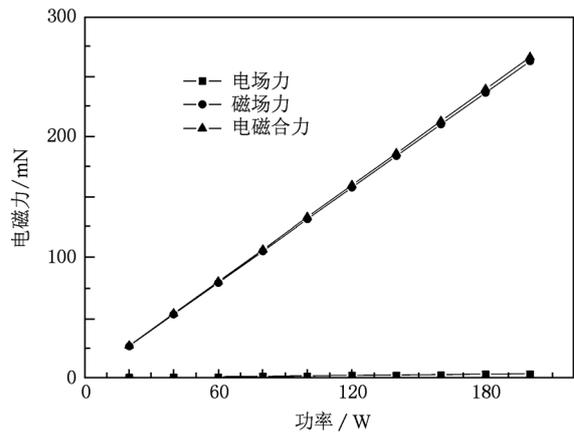


图 10 圆台谐振腔小端面沿表面外法线方向的电磁力

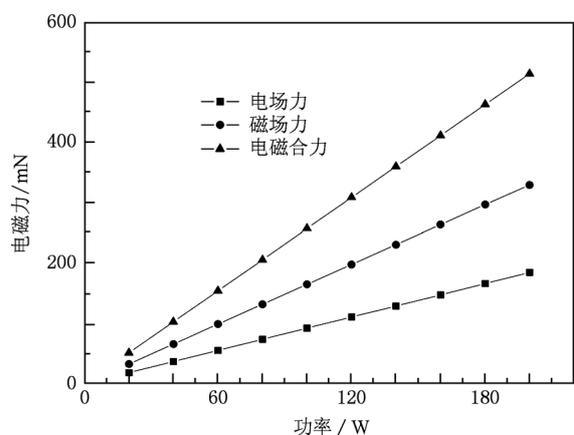


图 11 圆台谐振腔侧壁沿小端表面外法线方向的电磁力

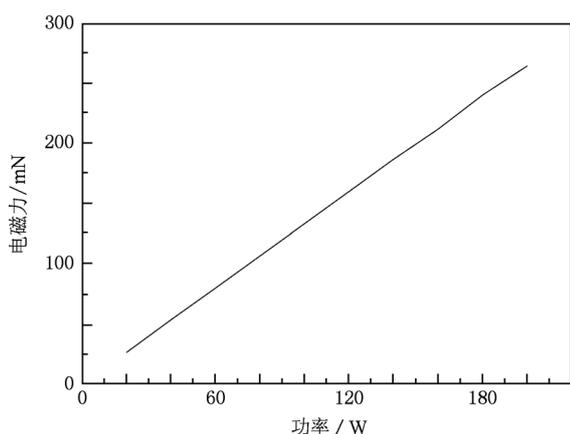


图 12 圆台谐振腔沿小端表面外法线方向的电磁合力

6. 结 论

基于经典的电动力学理论,本文推出无工质微波推力器推力的理论计算方法,从理论上解释了无工质微波推力器的推力来源. 采用有限元分析软件,以文献[4]给出的结论为依据,数值模拟了推力器推力最高时特定圆台谐振腔和在特定谐振模式及不同电磁波功率条件下的电磁场分布规律. 结果表明,圆台谐振腔内的谐振电磁场分布类似于圆波导谐振腔内的 TE_{011} 模. 利用本文推出的计算方法,计算了推力器总推力随电磁波功率的变化规律. 研究表明,在大小端面上电场力比磁场力小 1—2 个数量级,在侧壁面上磁场力是电场力的 1—3 倍;推力器总推力方向沿小端面外法线方向而且与电磁波功率成正比.

- [1] Zhu Y, Yang J, Ma N 2008 *J. Astron.* **29** 1612 (in Chinese)
[朱雨、杨涓、马楠 2008 宇航学报 **29** 1612]
- [2] Yang J, Yang L, Zhu Y, Ma N 2010 *J. Northwestern Polytechn. Univ.* **28** 807 (in Chinese) [杨涓、杨乐、朱雨、马楠 2010 西北工业大学学报 **28** 807]
- [3] Zhang Y, Wang Y M 2009 *Fundamentals of Electric Circuits* (Beijing: Petroleum Industry Press) (in Chinese) [张晔、王

- 玉民 2009 电路基础 (北京:石油工业出版社)]
- [4] Xie Y J, Wang P, Li L, Zhou J H, Lei Z Y 2007 *Fundamentals and Application of Ansoft HFSS* (Xi'an: Xidian University Press) (in Chinese) [谢拥军、王鹏、李磊、周建华、雷振亚 2007 Ansoft HFSS 基础及应用 (西安:西安电子科技大学出版社)]

Thrust prediction of propellantless microwave thruster operating on variational power^{*}

Yang Juan[†] Li Peng-Fei Yang Le

(College of Astronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

(Received 27 December 2010; revised manuscript received 3 August 2011)

Abstract

Based on classical electrodynamics theory, the theoretical prediction equations for calculating the thrust of propellantless microwave thruster is deduced according to Maxwell equation and stress tensor. With the calculated electromagnetic fields by using finite element analysis software, the electromagnetic field distribution of a defined thruster cavity operating in a specific resonant mode under different electromagnetic powers is calculated to predict its thrust according to the deduced method. It is found that the thrust increases with the increase of the electromagnetic power and the total thrust is determined by the magnetic thrust. The net thrust will range from 20 to 250 mN in a power range from 20 to 200 W.

Keywords: electromagnetic waves, Maxwell stress tensor

PACS: 4110H, 0350D

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 90716019).

[†] E-mail: yangjuan@nwpu.edu.cn