

## 强耦合光机械腔中的简正模式分裂和冷却\*

陈华俊 米贤武†

(吉首大学物理科学与信息工程学院, 吉首 416000)

(2011年1月8日收到; 2011年8月9日收到修改稿)

研究由辐射压力与驱动 Fabry-Perot 光学腔相耦合而产生的腔光机械动力学行为. 通过量子朗之万方程具体研究了机械振子的涨落光谱、机械阻尼与共振频移和基态冷却. 随着输入激光功率的增加, 振子的涨落光谱呈现简正模式分裂的现象, 并且数值模拟结果和实验结果相符合. 同时推导了有效机械阻尼和共振频移. 红移边带导致了机械模的冷却, 蓝移边带引起了机械模的放大. 此外, 引入一种近似机制来研究振子的基态冷却, 并且考虑在解析边带机制下简正模式分裂对机械振子冷却的影响. 最后, 数值讨论了初始浴温度、输入激光功率和机械品质因数这三个因素对机械振子冷却的影响.

**关键词:** 腔光机械, 辐射压力, 简正模式分裂, 冷却

**PACS:** 42.50.Wk, 03.65.Ta, 07.10.Cm

## 1. 引言

光机械系统在量子光学和信息科学中有着广泛的应用价值. 目前对光机械系统的研究已经得到了快速发展<sup>[1]</sup>, 例如光机械系统在超高精度的位移探测<sup>[2,3]</sup>、质量探测<sup>[4]</sup>、引力波探测<sup>[5]</sup>以及光机械系统中经典行为和量子行为的转变<sup>[6-8]</sup>研究中已经取得了重大进展. 然而, 由于光机械系统中的很多现象被热涨落所掩盖<sup>[9]</sup>, 因此很难直接观测. 为了深入研究光机械系统中的现象, 首先需要对光机械系统进行冷却, 最近已经可以把腔光机械系统中的机械振子冷却到很低的温度<sup>[10-13]</sup>. 辐射压力诱导动力学反作用冷却是主要的冷却方案<sup>[10,14-16]</sup>, 它已经在光机械的各种设计方案中被证实<sup>[9-12,17-19]</sup>. 实验表明, 通过辐射压力冷却光机械系统是一个很有希望达到基态的冷却方案<sup>[17-22]</sup>. 虽然稀释冷冻技术<sup>[23]</sup>可以预冷却库温度, 却无法达到低于 1 mK 的温度. 与此同时通过辐射压力诱导动力学反作用的量子理论冷却机械振子的技术得到了发展<sup>[15,16]</sup>. 文献<sup>[24,25]</sup>提出在一维传输线共振器中通过类似于腔辐射压力, 用量子论描述声子数态来研究机械振子的冷却. 最近有人在腔光机械系统中观测到机械振子呈现简正模式分裂的现象, 这一现象

论证了腔光子与机械振子之间的强耦合作用<sup>[26]</sup>. 事实上, 此前文献<sup>[27]</sup>就曾提出在解析边带机制下用光机械振子来实现简正模式分裂. 而后 Huang 等<sup>[28]</sup>提出把一个光学参量放大器放到光机械腔中来增强简正模式分裂. 然而在腔中没有原子或其他介质的条件下, 简正模式分裂作为完全由辐射压力诱导腔场与机械振子相互作用而产生的一个纯粹的结果却很少有人研究. 本文引入一个简洁的推导方法来研究有效机械阻尼和共振频移, 讨论光学弹性效应, 分析了简正模式分裂是否会影响到光机械冷却. 同时用一种近似机制推导了最终声子占有数, 讨论了操控光机械冷却的三个关键因素.

为了研究光机械系统中机械振子的冷却, 本文推导了有效机械阻尼和共振频移. 红移边带引起的反斯托克斯散射通过湮没振子的一个声子来实现机械振子的冷却, 而蓝移边带引起的斯托克斯散射通过产生一个声子导致机械放大. 在强耦合条件下, 振子的光谱随着输入激光功率的增大呈现简正模式分裂的现象, 数值模拟结果与实验结果<sup>[26]</sup>符合. 此外, 通过量子朗之万方程具体研究了辐射压力引起的机械振子的冷却. 引入了一种更为直观的方法获得了声子占有数, 并以此讨论了基态冷却<sup>[24]</sup>. 所有讨论要求在解析边带机制下(腔线宽  $\kappa$

\* 国家自然科学基金(批准号:10647132)和湖南省教育厅科研基金(批准号:10A100)资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: xwmi@yahoo.com.cn

远小于机械振子频率  $\omega_m$ ) 进行. 本文采用标准稀释冷冻技术对系统预冷却来实现较低的初始浴温度, 初始温度很低时可以实现基态冷却, 并且初始浴温度越低冷却效果越好. 还讨论了机械品质因数对机械振子冷却效果的影响, 机械品质因数越大, 光机械冷却越好. 同时也考虑了输入激光功率这一影响基态冷却的因素.

## 2. 模型和哈密顿量

腔光机械系统原理如图 1(a) 所示, 系统由频率为  $\omega_L$  的激光所驱动<sup>[8,24]</sup>. 考虑单模光学腔, 腔长为  $L$ , 腔频率为  $\omega_c$ , 腔线宽为  $\kappa$ . 可移动镜可看作质量为  $m$ 、共振频率为  $\omega_m$  的简单机械振子. 能量衰减率  $\gamma_m$  与热浴温度  $T$  相关.

系统的哈密顿量有如下形式<sup>[16,29]</sup>:

$$H = \hbar\Delta_0 c^\dagger c + \hbar g_0 c^\dagger c q + \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega_m^2 q^2 + i\hbar\varepsilon(c^+ - c). \quad (1)$$

方程(1)右边第一项是腔场的能量, 其中  $c$  和  $c^\dagger$  是腔场的产生和湮没算符,  $\Delta_0 = \omega_c - \omega_L$  是激光失谐; 第二项来自辐射压力引起的振子与腔场的能量交换,  $g_0 = \omega_c/L$  是腔场与振子之间的耦合常数; 第三项和第四项代表机械模能量, 其中  $p$  是振子的动量,  $q$  是振子的位移,  $m$  是振子的质量; 最后一项描述输入激光场和腔场的耦合,

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{2\kappa P}{\hbar\omega_L}},$$

其中  $P$  是相应的输入激光功率,  $\kappa = \frac{\pi c}{2FL}$  是腔衰减率, 取决于光子通过固定的半透半反镜的泄漏,  $F$  是腔精细度(常数).

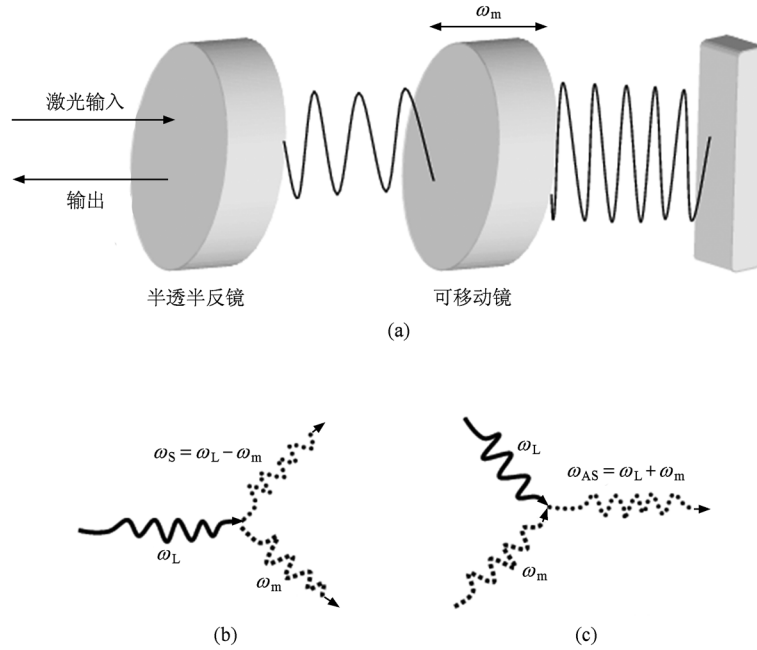


图1 腔光机械系统原理和两个光学散射过程示意图 (a) 系统原理示意图, (b) 斯托克斯散射产生一个声子频率  $\omega_m$ , (c) 反斯托克斯过程湮没一个声子频率  $\omega_m$

通过海森堡运动方程  $i\hbar \frac{\partial \rho}{\partial t} = [\rho, H]$  ( $\rho$  代表  $q(t), p(t), c(t)$ ) 及增加相应的阻尼项和噪声项, 得到非线性量子朗之万方程

$$\begin{aligned} \dot{q}(t) &= p(t)/m, \\ \dot{p}(t) &= -\hbar g_0 c(t) c^\dagger(t) - m\omega_m^2 q(t) \\ &\quad - \gamma_m p(t) + \xi(t), \\ \dot{c}(t) &= -(\kappa - i\Delta)c(t) - ig_0 c(t) q(t) \end{aligned}$$

$$+ \sqrt{2\kappa} c_{in}(t).$$

(2)

这里  $c_{in}$  是平均值为零的输入真空噪声算符, 其相关函数<sup>[30]</sup>

$$\langle c_{in}(t) c_{in}^\dagger(t') \rangle = \delta(t - t').$$

布朗噪声算符  $\xi$  来自可移动镜与热浴的耦合, 其平均值为零, 在环境温度为  $T$  时有布朗相关函数<sup>[31]</sup>

$$\langle \xi(t)\xi(t') \rangle = \frac{\hbar\gamma_m m}{2\pi} \int \omega e^{-i\omega(t-t')} \left[ 1 + \coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right) \right] d\omega,$$

其中  $k_B$  是玻尔兹曼常数. 由于方程(2)是非线性的, 需要考虑系统的涨落. 假定非线性很弱, 我们着重讨论稳态系统附近小的涨落. 把每个算符分成稳态平均值和与时间有关的小涨落两部分<sup>[28,32]</sup>, 即

$$\begin{aligned} q &= q_s + \delta q, \\ p &= p_s + \delta p, \\ c &= c_s + \delta c, \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} p_s &= 0, \\ q_s &= \frac{\hbar g_0 |c_s|^2}{m\omega_m^2}, \\ c_s &= \frac{\varepsilon}{\kappa + i\Delta}, \\ \Delta &= \omega_c - \omega_L - g_0 q_s \\ &= \Delta_0 - g_0 q_s. \end{aligned} \quad (3)$$

上述方程中参数的选择必须满足稳态条件, 同时本文中的参量值也都满足稳态条件. 稳态条件可由罗斯-霍尔维茨准则推出<sup>[33]</sup>,

$$\begin{aligned} &\frac{2\hbar g_0^2 \Delta c_s^2}{m} (2\kappa + \gamma_m)^2 + \kappa \gamma_m \{ \Delta^4 + 2\Delta^2 [2\kappa^2 + \gamma_m^2 \\ &- 2\omega_m^2 + 2\kappa\gamma_m] + (\kappa^2 + \omega_m^2)(\kappa^2 + \omega_m^2 + 2\kappa\gamma_m) \\ &+ \kappa^2 \gamma_m^2 \} > 0, \end{aligned}$$

$$\omega_m^2 (\kappa^2 + \Delta^2) - 2\hbar \frac{g_0^2 \Delta c_s^2}{m} > 0. \quad (4)$$

### 3. 机械阻尼与共振频移

首先, 具体推导有效机械阻尼和共振频率. 把方程(2)线性化得到

$$\begin{aligned} &m(\delta\ddot{q}(t) + \gamma_m \delta\dot{q}(t) + \omega_m^2 \delta q(t)) \\ &= -\hbar g_0 c_s (\delta c(t) + \delta c^*(t)) + \delta F(t), \\ \delta\dot{c}(t) &= (i\Delta - \kappa) \delta c(t) - i g_0 c_s \delta q(t) \\ &+ \sqrt{2\kappa} c_{in}(t), \end{aligned} \quad (5)$$

式中  $\delta F$  是由外界环境引起施加在机械振子上的外力(如热涨落引起的朗之万力). 通过傅里叶变换, 在频域中容易解出方程(5). 如果不考虑输入真空噪声  $c_{in}(\omega)$ , 腔场和机械振子的涨落只与辐射压力

有关. 腔场小的涨落可以在频域内得到, 并且非零位移振幅  $\delta q(\omega)$  在傅里叶频域内引起的反斯托克斯和斯托克斯边带振幅分别为

$$\begin{aligned} \delta c(\omega) &= \frac{i g_0 c_s}{i(\omega + \Delta) - \kappa} \delta q(\omega), \\ \delta c^*(\omega) &= \frac{-i g_0 c_s}{i(\omega - \Delta) - \kappa} \delta q(\omega). \end{aligned} \quad (6)$$

因此内腔能级被调制. 这时辐射压力为

$$\begin{aligned} \delta F_{\text{rp}}(\omega) &= -\hbar g_0 c_s (\delta c(\omega) + \delta c^*(\omega)) \\ &= -\hbar g_0^2 c_s^2 \left( \frac{\omega + \Delta}{\kappa^2 + (\omega + \Delta)^2} + \frac{\omega - \Delta}{\kappa^2 + (\omega - \Delta)^2} \right) \\ &\quad \times \delta q(\omega) + i \hbar g_0^2 c_s^2 \left( \frac{\kappa}{\kappa^2 + (\omega + \Delta)^2} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\kappa}{\kappa^2 + (\omega - \Delta)^2} \right) \delta q(\omega). \end{aligned} \quad (7)$$

作用在机械振子上的额外力改变了振子的动力学行为. 将(7)式代入(5)式, 可以得到外力引起振子的修饰涨落为

$$\delta q(\omega) = \chi_{\text{eff}}(\omega) \delta F(\omega),$$

其中  $\chi_{\text{eff}}$  为有效磁化率,

$\chi_{\text{eff}}(\omega)^{-1} = m(-\omega^2 - i\omega(\gamma_m + \Gamma_m) + (\omega_m^2 + k))$ . 动力学反作用引起的阻尼和弹性常数分别表示如下<sup>[34]</sup>:

$$\begin{aligned} \Gamma_m(\omega) &= \frac{\hbar g_0^2 c_s^2}{m\omega} \left( \frac{\kappa}{\kappa^2 + (\omega + \Delta)^2} - \frac{\kappa}{\kappa^2 + (\omega - \Delta)^2} \right), \\ k(\omega) &= \frac{\hbar g_0^2 c_s^2}{m\omega} \left( \frac{\omega + \Delta}{\kappa^2 + (\omega + \Delta)^2} + \frac{\omega - \Delta}{\kappa^2 + (\omega - \Delta)^2} \right). \end{aligned} \quad (8)$$

如果机械振子所感应的辐射压力引起的变化很小, 振子仍然表现为阻尼简谐振动. 此时有效阻尼和共振频移可分别表示为<sup>[13]</sup>

$$\begin{aligned} \Gamma_{\text{eff}}(\omega_m) &= \gamma_m + \frac{\hbar g_0^2 c_s^2}{m\omega_m} \left( \frac{\kappa}{\kappa^2 + (\omega_m + \Delta)^2} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\kappa}{\kappa^2 + (\omega_m - \Delta)^2} \right), \\ \omega_{\text{eff}}(\omega_m) &= \omega_m + \frac{\hbar g_0^2 c_s^2}{2m\omega_m} \left( \frac{\omega_m + \Delta}{\kappa^2 + (\omega_m + \Delta)^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\omega_m - \Delta}{\kappa^2 + (\omega_m - \Delta)^2} \right). \end{aligned} \quad (9)$$

### 4. 涨落光谱和振子的冷却

为了研究简正模式分裂和冷却, 首先需要给出振子涨落光谱. 对方程(2)进行线性变换, 通过傅里

叶变换在频域内解方程组<sup>[16,29]</sup>,得到振子的位置和动量涨落,即

$$\begin{aligned}\delta q(\omega) &= \frac{C(\omega)\delta c_{\text{in}}^\dagger(\omega) + C^*(-\omega)\delta c_{\text{in}}(\omega) + [\Delta^2 + (\kappa - i\omega)^2]\xi(\omega)}{B(\omega)}, \\ \delta p(\omega) &= -im\omega\delta q(\omega).\end{aligned}\quad (10)$$

这里

$$B(\omega) = -2\hbar g_0^2 |c_s|^2 \Delta + m(\omega_m^2 - \omega^2 + i\gamma_m\omega)[(\kappa + i\omega)^2 + \Delta^2],$$

$$C(\omega) = i\hbar c_s \sqrt{2\kappa} g_0 (\omega - i\kappa + \Delta).$$

定义机械振子位置和动量涨落光谱为<sup>[24,28]</sup>

$$\begin{aligned}\langle \delta q(\omega)\delta q(\Omega) \rangle &= 2\pi S_q(\omega)\delta(\omega + \Omega), \\ \langle \delta p(\omega)\delta p(\Omega) \rangle &= 2\pi S_p(\omega)\delta(\omega + \Omega).\end{aligned}\quad (11)$$

为了计算振子光谱,需要经过傅里叶变换把真空噪声相关函数和布朗噪声相关函数变换到频域<sup>[28,31]</sup>

$$\begin{aligned}\langle \delta c_{\text{in}}(\omega)\delta c_{\text{in}}^\dagger(-\Omega) \rangle &= 2\pi\delta(\omega + \Omega), \\ \langle \xi(\omega)\xi(\Omega) \rangle &= 2\pi\hbar\gamma_m m\omega \left[ 1 + \coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right) \right] \\ &\quad \times \delta(\omega + \Omega).\end{aligned}\quad (12)$$

由(10)–(12)式,得到机械振子的光谱,

$$\begin{aligned}S_q(\omega) &= |\chi_{\text{eff}}(\omega)|^2 [S_{\text{th}}(\omega) + S_{\text{rp}}(\omega)], \\ S_p(\omega) &= m^2\omega^2 S_q(\omega).\end{aligned}\quad (13)$$

这里

$$S_{\text{th}}(\omega) = \hbar\gamma_m m\omega \left[ 1 + \coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right) \right]$$

是由布朗运动引起的热噪声光谱;

$$S_{\text{rp}}(\omega) = \frac{\hbar m [(\omega - \Delta)^2 + \kappa^2]}{2\Delta} \Gamma_{\text{rp}}(\omega)$$

是由腔场与振子耦合而诱导的辐射压力噪声光谱;

$$\Gamma_{\text{rp}}(\omega) = \frac{4\hbar\Delta g_0^2 |c_s|^2 \kappa}{m |\Delta^2 + (\kappa + i\omega)^2|^2}$$

是由光机械耦合而引起的额外阻尼项。

由(13)式可得到稳态声子占有数<sup>[24,35]</sup>

$$n_m^{\text{f}} = \frac{\langle \delta p^2 \rangle}{2\hbar m\omega_m} + \frac{m\omega_m \langle \delta q^2 \rangle}{2\hbar} - \frac{1}{2}.\quad (14)$$

这里位置和动量的涨落分别为

$$\begin{aligned}\langle \delta q^2 \rangle &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_q(\omega) d\omega, \\ \langle \delta p^2 \rangle &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_p(\omega) d\omega.\end{aligned}\quad (15)$$

振子的最终声子占有数可以直接通过数值积分得到,然而表达式相当繁杂,并且从积分所得到的结

果中无法得出影响腔场和振子耦合的因素和影响振子冷却的因素. 因此,用近似解来推导最终声子占有数. 考虑有效机械阻尼 $|\gamma_m^{\text{eff}}(\omega)|$ 小于机械频率 $\omega_m$ 和腔线宽 $\kappa$ <sup>[15,16]</sup>,得到涨落的近似表达式

$$\langle \delta q^2 \rangle \approx \frac{S'_{\text{th}}(\omega_m) + S'_{\text{rp}}(\omega_m)}{2m^2\omega_m^2 |\gamma_m^{\text{eff}}(\omega)|}.\quad (16)$$

这里有效热噪声光谱 $S'_{\text{th}}(\omega)$ 和诱导噪声光谱 $S'_{\text{rp}}(\omega)$ 分别是 $S_{\text{th}}(\omega)$ 和 $S_{\text{rp}}(\omega)$ 的近似表述,即

$$\begin{aligned}S'_{\text{th}}(\omega) &= \hbar\gamma_m m\omega \coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right), \\ S'_{\text{rp}}(\omega) &= \frac{\hbar m(\omega^2 + \Delta^2 + \kappa^2)}{2\Delta} \Gamma_{\text{rp}}(\omega).\end{aligned}\quad (17)$$

同样,有

$$\langle \delta p^2 \rangle = (m\omega_m)^2 \langle \delta q^2 \rangle.\quad (18)$$

诱导噪声光谱使振子加热,而有效阻尼率增大时( $|\gamma_m^{\text{eff}}(\omega_m)| > \gamma_m$ ),振子被冷却,且诱导噪声光谱引起的热效应被抑制. 考虑在正失谐条件和有效阻尼率很大的情况下,最终声子占有数的近似表达式为

$$n_m^{\text{f}} = \frac{\gamma_m n_m + \Gamma_{\text{rp}}(\omega_m) n_{\text{mc}}}{\gamma_m + \Gamma_{\text{rp}}(\omega_m)},\quad (19)$$

式中 $n_{\text{mc}}$ 为腔场与振子耦合引起的平均声子数<sup>[15]</sup>,

$$n_{\text{mc}} = \kappa^2 / (16\omega_m^2);$$

$n_m$ 是振子的初始平均热激发声子数,

$$n_m = 1 / (e^{\hbar\omega_m / (k_B T)} - 1).$$

## 5. 数值结果及讨论

数值模拟中所采用的参数值取自观测简正模式分裂的实验<sup>[26]</sup>,输入激光波长 $\lambda = 1064$  nm,腔长 $L = 25$  mm,振子有效质量 $m = 145$  ng,振子频率 $\omega_m = 2\pi \times 947 \times 10^3$  Hz,腔线宽 $\kappa = 0.227\omega_m$ ,能量衰减率 $\gamma_m = 2\pi \times 140$  Hz. 在最简单的情况下,两个独立的简谐振子通过一个额外的连接弹簧构成一对非耦合的振子,即是所谓的简正模式. 考虑到振子具有相同的频率,当耦合足够大时这两个模式就会产生分裂. 简正模式分裂不是一个新奇的物理现象,

已经在经典物理和量子物理中得到证实,是由于当时间尺度比每个模式的去相干快时,随着能量的交换两个简并模耦合所致. 真空拉比分裂是简正模式分裂的一个重要例子,它源于原子与腔模的强相互作用. 简正模式分裂也出现在声光相互作用中和人造原子在电路量子电动力学中<sup>[36]</sup>. 所有这些简正模式分裂相应于耦合双模系统的能量光谱分裂必须通过线性响应. 然而在光机械系统中,简正模式分裂所包含的驱动两个参数耦合的非简并模并不在平衡位置. 因此,研究模式分裂是通过涨落光谱而不是直接通过腔的透射. 这就是在研究光谱时考虑振子小涨落的原因. 事实上,腔场的涨落光谱和机械振子一样表现出简正模式分裂现象,这里只研究机械振子的涨落光谱. 图 2 给出了在正失谐和负失谐条件下,不同输入激光功率时振子的光谱呈现出简正模式分裂行为. 辐射压力作用在振子上导致可移动镜在其平衡位置振动(图 1),其行为像一个二能级原子放在腔中一样. 在强耦合机制下,腔中的二能级原子导致拉比分裂<sup>[37]</sup>,在探测光和抽运光驱动下,三能级原子系统表现出动力学斯塔克分裂,即是所谓的电磁诱导透明<sup>[38]</sup>. 与这两种情形相

比,本文所讨论的腔光机械系统的简正模式分裂产生于一个空腔内,这种分裂不依赖于腔中的材料类型,它是纯粹光腔与机械振子相耦合的结果. 从图 2 (a)可以看出:在正失谐条件下,当光学抽运功率较小时光谱中只有一个峰值. 然而当抽运光功率提高后,光谱分裂为两个边带峰值,这是强耦合的确凿证据. 我们的数值模拟结果与实验结果<sup>[26]</sup>相符合. 但在负失谐时,同样的条件下光谱中没有简正模式分裂现象. 这里需要说明的是,在观测简正模式分裂的实验中<sup>[26]</sup>,给出的有效失谐  $\Delta = 1.02\omega_m$ . 由(3)式可知,对应不同的输入激光功率,有效失谐不同. 我们具体计算出下列四个不同输入激光功率所对应的有效失谐值:当  $P = 0.6 \text{ mW}$  时,  $\Delta = 1.08897336\omega_m$ ;当  $P = 3.8 \text{ mW}$  时,  $\Delta = 1.07\omega_m$ ;当  $P = 6.9 \text{ mW}$  时,  $\Delta = 1.05\omega_m$ ;当  $P = 10.7 \text{ mW}$  时,  $\Delta = 1.0235\omega_m$ . 图 2 (a) 中的振子光谱与实验结果很相符. 然而在数值计算时,只考虑有效失谐  $\Delta = 1.02\omega_m$  情况下所得到的数值模拟结果与实验结果有细微的差别. 尽管简正模式分裂本身不能作为相干动力学一个有力证据,但在光机械中简正模式分裂的论证是将来量子实验的一个必要条件.

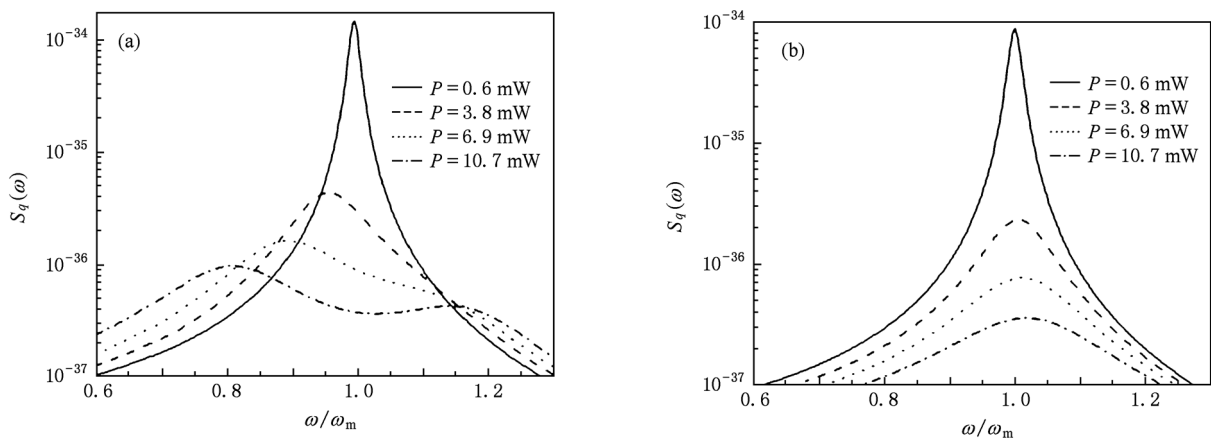


图 2 不同输入激光功率所对应的机械振子的涨落光谱 (a) 正失谐时, (b) 负失谐时

在光机械系统中,只有在解析边带机制下基态冷却才有可能实现. 由于光机械腔中的简正模式分裂发生在机械边带冷却条件下,因而需要考虑在解析边带条件下的简正模式分裂是否会影响到冷却. 如在光学腔中所讨论的反作用光机械冷却机制,红移边带引起的反斯托克斯散射通过湮没振子的一个声子而引起机械振子的冷却(图 1 (c)),而蓝移边带引起的斯托克斯散射通过产生

一个声子导致了加热(图 1 (b)). 当有效失谐  $\Delta > 0$  时,斯托克斯散射过程被抑制,冷却产生. 这两种过程导致了机械振子在其平衡位置振动,进而引起腔场振幅的变化. 这就是机械振子和腔场涨落表现为简正模式分裂的原因,同时也是在正失谐时导致振子冷却的物理原因. 在高品质腔限制下( $\kappa < \omega_m$ ),反斯托克斯引起的冷却过程占主导地位. 尤其对于最佳有效失谐  $\Delta \approx \omega_m$ ,光机械腔频

率与反斯托克斯边带共振导致了光学冷却. 以下所研究的光机械冷却就是在最佳有效失谐条件下进行的. 初始环境温度可以通过当前的冷冻技术来降低, 然而要达到量子基态的温度, 这样的冷冻技术是不可行的. 这里结合解析边带冷却和冷冻预冷却技术<sup>[23]</sup>一起研究光机械冷却. 本文分别讨论以下三个因素操控振子的冷却: 第一个是初始浴温度, 第二个是输入激光功率, 第三个是机械品质因数. 在研究振子的冷却之前, 首先讨论有效机械阻尼和共振频移.

图3所示为有效机械阻尼和频移作为失谐  $\Delta$  的函数. 光学谐振腔中, 大的循环光学功率通过辐

射压力使共振腔的光学模和机械模相耦合. 当输入光学功率的波长对于光学振子共振失谐, 辐射压力产生的一个恢复力修饰机械模的有效硬度和有效机械损耗因子. 光机械腔中循环光的光学吸收导致光学双稳态的产生. 图3中的负失谐(相对于光学模是激光场红失谐)产生了机械阻尼的辐射成分, 通过减少机械模的布朗运动导致了机械模的冷却. 在正失谐时蓝移运动使边带增强, 结果引起机械放大<sup>[8,14,23]</sup>. 机械频移即光学弹性效应被用于减少机械模的占有数和增加动力学寿命<sup>[39]</sup>, 通过光学弹性效应可以抑制光机械动力学系统的不稳定性和检查系统不受外力影响的量子行为.

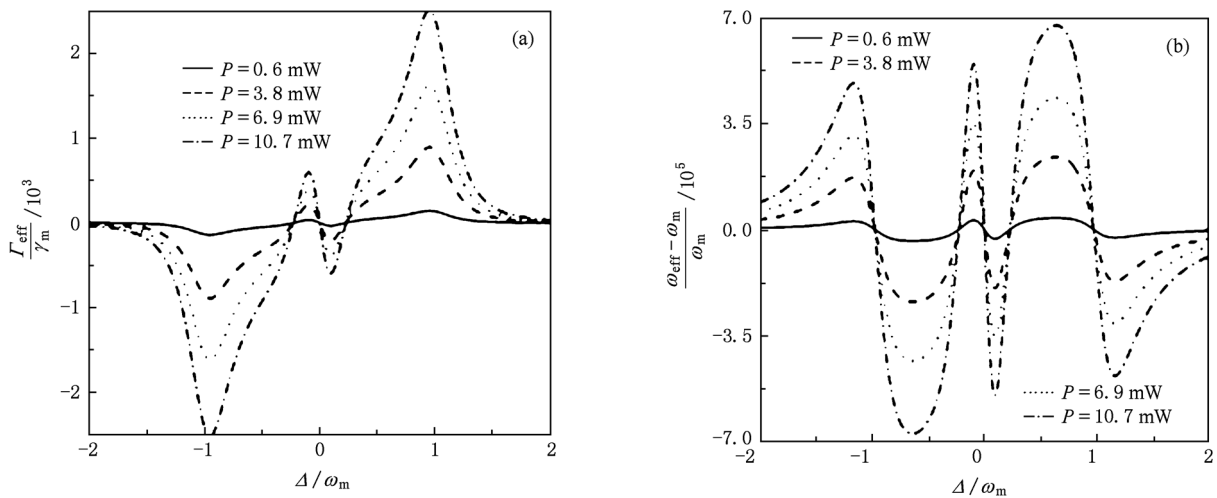


图3 失谐  $\Delta$  与有效机械阻尼和共振频移的关系 (a)  $\Delta$  与有效机械阻尼的关系, (b)  $\Delta$  与共振频移的关系

图4所示为不同的初始温度下有效失谐  $\Delta$  与最终声子占有数  $n_m^f$  的关系. 实验给出的初始热浴温度  $T = 300 \text{ mK}$ <sup>[26]</sup>, 图4(a)中用冷冻技术实现另外三个初始温度, 即  $T = 100 \text{ mK}$ ,  $T = 30 \text{ mK}$  和  $T = 10 \text{ mK}$ . 随着初始温度从  $T = 300 \text{ mK}$  降低到  $T = 10 \text{ mK}$ , 最终声子占有数分别是  $n_m^f = 3.643, 1.226, 0.3765, 0.1339$ . 要达到基态冷却, 最终声子占有数必须小于1 ( $n_m^f < 1$ ). 结果表明, 只有当初始温度小于  $100 \text{ mK}$  时, 基态冷却才可以实现, 并且初始温度越低冷却效果越好. 由于辐射压力与腔中光子数有关, 高输入激光功率导致了辐射压力的增强, 进而增强腔场和机械振子之间的耦合. 图4(b)示出了不同的输入激光功率对振子冷却的影响. 由于实验给出的初始温度是  $T = 300 \text{ mK}$ , 单纯改变输入激光功率不能够实现基态冷却. 如果初始浴温度很低时, 改变输入激光功率就很容易实现基态冷却(图

中没有给出).

图5所示为不同机械品质因数  $Q$  对最终声子占有数  $n_m^f$  的影响. 文献[26]实验中的机械品质因数是  $Q = 6700$ , 本文所考虑的机械品质因数还有  $Q = 10^4, 10^5, 7.6 \times 10^5$ , 其中  $Q = 7.6 \times 10^5$  通过 Fabry-Perot 光学腔实验<sup>[40]</sup>得到. 在机械品质因数为  $Q = 6700, 10^4, 10^5, 7.6 \times 10^5$  时, 对应的最终声子占有数  $n_m^f$  的最小值分别为  $3.652, 2.451, 0.2568, 0.04498$ . 结果表明, 只有当机械品质因数足够大 ( $Q \geq 2.4 \times 10^4$ ) 时, 振子才能接近基态. 如果振子的初始温度为  $T = 10 \text{ mK}$ , 基态冷却远比初始温度  $T = 300 \text{ mK}$  时要好, 并且当  $T = 10 \text{ mK}$  时的声子最终占有数  $n_m^f$  可以达到  $0.01$ . 此外, 当初始温度为  $T = 10 \text{ mK}$  时, 尽管机械品质因数不是很大 ( $Q = 6700$ ), 基态冷却仍然可以得到.

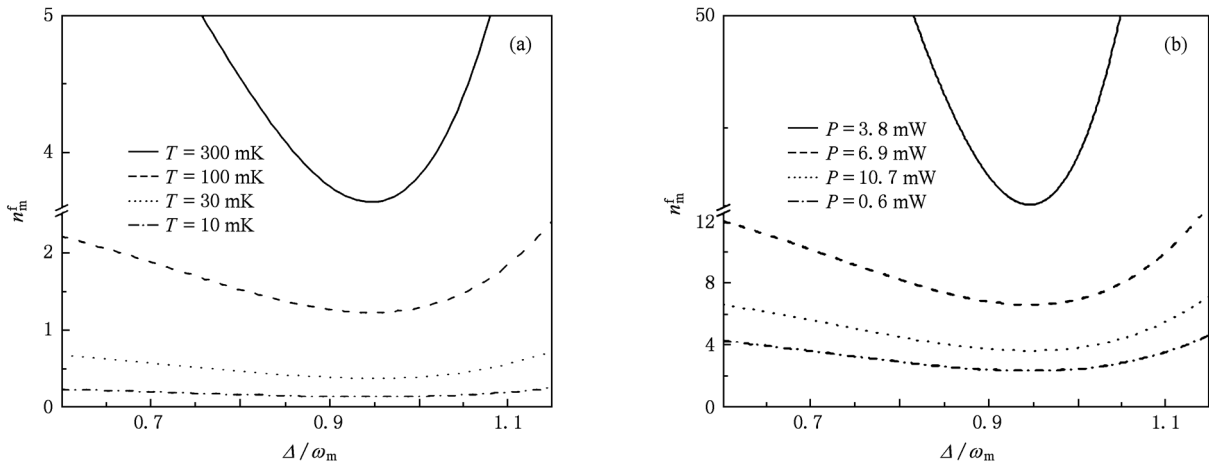


图4 失谐  $\Delta$  与最终声子占有数  $n_m^f$  的关系 (a) 初始温度为  $T = 300, 100, 30, 10$  mK 时对应的最终声子占有数, (b) 在  $T = 300$  mK 时不同输入激光功率所对应的最终声子占有数

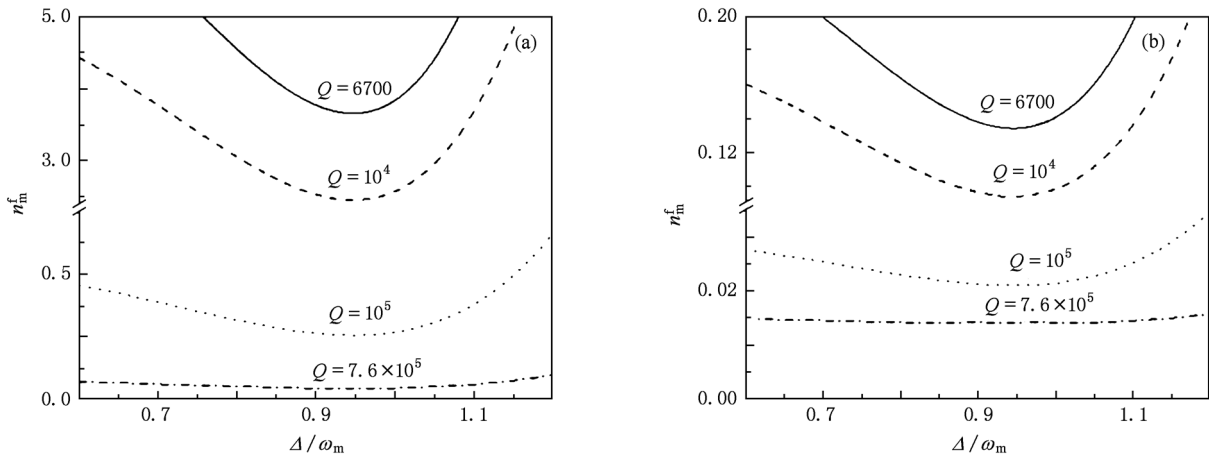


图5 在不同机械品质因数下失谐  $\Delta$  随最终声子占有数  $n_m^f$  的变化 (a) 初始温度  $T = 300$  mK, (b) 初始温度  $T = 10$  mK

## 6. 结 论

本文研究了振子光谱随着输入激光功率的增加而呈现简正模式分裂现象, 数值模拟结果与实验结果符合. 同时也讨论了有效机械阻尼和共振

频移. 红移边带导致机械模的冷却, 蓝移边带导致机械模的放大. 并且在解析边带机制下用量子朗之万方程具体研究了腔辅助辐射压力冷却光机械振子. 结果表明, 在低初始温度、高输入激光功率和高机械品质因数条件下光机械振子可以被冷却到基态.

[1] Aspelmeyer M, Groblacher S, Hammerer K, Kiesel N 2010 *J. Opt. Soc. Am. B* **27** A189  
 [2] La Haye M D, Buu O, Camarota B, Schwab K C 2004 *Science* **304** 74  
 [3] Ekinci K L, Yang Y T, Roukes M L 2004 *J. Appl. Phys.* **95** 2682

[4] Caves C M 1980 *Phys. Rev. Lett.* **45** 75  
 [5] Schwab K C, Roukes M L 2005 *Phys. Today* **58** 36  
 [6] Leggett A J 2002 *J. Phys: Condens. Matter* **14** R415  
 [7] Marshall W, Simon C, Penrose R, Bouwmeester D 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 130401  
 [8] Kippenberg T J, Vahala K J 2008 *Science* **321** 1172

- [9] Gigan S, Böhm H R, Paternostro M, Blaser F, Langer G, Hertzberg J B, Schwab K C, Bauerle D, Aspelmeyer M, Zeilinger A 2006 *Nature* **444** 67
- [10] Kleckner D, Bouwmeester D 2006 *Nature* **444** 75
- [11] Poggio M, Degen C L, Mamin H J, Rugar D 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 017201
- [12] Arcizet O, Cohadon P F, Briant T, Pinard M, Heidmann A 2006 *Nature* **444** 71
- [13] Bhattacharya M, Meystre P 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 073601
- [14] Schliesser A, Del'Haye P, Nooshi N, Vahala K L, Kippenberg T J 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 243905
- [15] Wilson-Rae I, Nooshi N, Zwerger W, Kippenberg T J 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 093901
- [16] Marquardt F, Chen J P, Clerk A, Girvin S M 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 093902
- [17] Ma R, Schliesser A, Del'Haye P, Dabirian A, Anetsberger G, Kippenberg T J 2007 *Opt. Lett.* **32** 2200
- [18] Thompson J D, Zwickl B M, Jayich A M, Marquardt F, Girvin S M, Harris J G E 2008 *Nature* **452** 72
- [19] Wilson-Rae I, Nooshi N, Dobrindt J, Kippenberg T J, Zwerger W 2008 *New J. Phys.* **10** 095007
- [20] Metzger C H, Karrai K 2004 *Nature* **432** 1002
- [21] Corbitt T, Chen Y, Innerhofer E, Muller-Ebhardt H, Ottaway D, Rehbein H, Sigg D, Whitcomb S, Wipf C, Mavalvala N 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 150802
- [22] Schliesser A, Riviere R, Anetsberger G, Arcizet O, Kippenberg T J 2008 *Nat. Phys.* **4** 415
- [23] Park Y S, Wang H L 2009 *Nat. Phys.* **5** 489
- [24] Li Y, Wang Y D, Xue F, Bruder C 2008 *Phys. Rev. B* **78** 134301
- [25] Tian L 2009 *Phys. Rev. B* **79** 193407
- [26] Gröblacher S, Hammerer K, Vanner M R, Aspelmeyer M 2009 *Nature* **460** 724
- [27] Dobrindt J M, Wilson-Rae I, Kippenberg T J 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 263602
- [28] Huang S M, Agarwal G S 2009 *Phys. Rev. A* **80** 033807
- [29] Paternostro M, Gigan S, Kim M S, Blaser F, Böhm H R, Aspelmeyer M 2006 *New J. Phys.* **8** 107
- [30] Gardiner C W, Zoller P 1991 *Quantum Noise* (Berlin: Springer-Verlag) p50
- [31] Giovannetti V, Vitali D 2001 *Phys. Rev. A* **63** 023812
- [32] Walls D F, Milburn G J 1994 *Quantum Optics* (Berlin: Springer) p296
- [33] DeJesus E X, Kaufman C 1987 *Phys. Rev. A* **35** 5288
- [34] Teufel J D, Regal C A, Lehnert K W 2008 *New J. Phys.* **10** 095002
- [35] Genes C, Vitali D, Tombesi P, Gigan S, Aspelmeyer M 2008 *Phys. Rev. A* **77** 033804
- [36] Wallraff A, Schuster D I, Blais A, Frunzio L, Huang R S, Majer J, Kumar S, Girvin S M, Schoelkopf R J 2004 *Nature* **431** 162
- [37] Thompson R J, Rempe G, Kimble H J 1992 *Phys. Rev. Lett.* **68** 1132
- [38] Fleischhauer M, Imamoglu A, Marangos J P 2005 *Rev. Mod. Phys.* **77** 633
- [39] Corbitt T, Wipf C, Bodiya T, Ottaway D, Sigg D, Smith N, Whitcomb S, Mavalvala N 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 160801
- [40] Verlot P, Tavernarakis A, Briant T, Cohadon P F, Heidmann A 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 133602



# Normal mode splitting and cooling in strong coupling optomechanical cavity\*

Chen Hua-Jun Mi Xian-Wu<sup>†</sup>

(College of Physics Science and Information Engineering, Jishou University, Jishou 416000, China)

(Received 8 January 2011; revised manuscript received 9 August 2011)

## Abstract

A model describing optomechanical dynamics via radiation-pressure coupling with a driven optical cavity is investigated by a linearized quantum Langevin equation. The spectrum of the oscillator presents normal mode splitting with the increase of the input laser power in strong coupling regime and our results are in good agreement with the experimental results. The effective mechanical damping and the resonance frequency shift are derived. The redshifted sideband leads to the cooling of the mechanical oscillator, and the blueshifted motional sideband results in amplification. Furthermore, an approximate mechanism is introduced to analyze the cooling of the mechanical oscillator. Since both the normal mode splitting and cooling require working in the resolved sideband regime, whether the normal mode splitting influences the cooling of the mirror is considered. Meanwhile, we give three key factors influencing the cooling of mechanical oscillator, these being initial bath temperature, input laser power and mechanical quality factor.

**Keywords:** cavity optomechanics, radiation pressure, normal mode splitting, cooling

**PACS:** 42.50.Wk, 03.65.Ta, 07.10.Cm

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10647132) and the Scientific Research Foundation of the Education Bureau of Hunan Province, China (Grant No. 10A100).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: xwmi@yahoo.com.cn