

点缺陷阵列对声子晶体波导定向辐射性能的影响*

魏琦 程莹 刘晓峻†

(南京大学声学研究所, 南京 210093)

(2011年1月10日收到; 2011年7月28日收到修改稿)

将点缺陷阵列应用于声子晶体波导, 提出一种具有高定向辐射性能的复合声子晶体波导. 基于有限元法的数值分析表明, 附加到声子晶体波导表面的点缺陷阵列可激发出作为次级声源的谐振模. 谐振模辐射的声波与波导出射端口直接辐射的声波相互干涉, 可以使声子晶体波导的法向辐射声压提高 161.21%、发散角减小 85.35%. 当点缺陷的数目增大到一定程度后, 波导的定向辐射性能不再有明显的改善. 该研究为改善波导的定向辐射性能提供了一种新方法.

关键词: 声子晶体波导, 点缺陷, 谐振模, 定向辐射

PACS: 43.20.Dk, 43.20.Ks, 43.20.Mv, 43.35.Gk

1. 引言

近年来, 弹性波在声子晶体中的传播特性受到了广泛关注^[1-9]. 声子晶体是具有弹性波禁带的周期结构声学功能材料, 由 Kushwaha 等^[1]于 1993 年在传统晶体和光子晶体的基础上提出. 声子晶体通常由基体材料以及在基体材料中周期性排列的散射体复合而成. 由于声子晶体中存在禁带, 频率位于禁带范围内的弹性波不能在声子晶体中传播, 因此声子晶体在减振、降噪、集成声学器件等领域有着广阔的潜在应用前景^[1-5]. 当声子晶体中存在点缺陷或线缺陷时, 会在声子晶体内引入缺陷带. 因为缺陷带处于原禁带范围内, 缺陷带内的弹性波将被局域在点缺陷内或只能沿线缺陷传播^[6-9]. 正是由于线缺陷可以将缺陷带内的弹性波局域在线缺陷内, 并使其只能沿着线缺陷方向传播, 这种带线缺陷的声子晶体结构又被称为声子晶体波导. 与传统的媒质波导相比, 声子晶体波导传输损耗很低, 模式和色散可以通过结构来控制. 但由于波导出射端口尺寸与波导内传播声波的波长相当, 根据经典的衍射理论^[10], 透射声波将发生衍射, 形成较大的发散角, 从而降低声子晶体波导的定向辐射性能, 给声子晶体波导的集成与应用带来不利.

近年来电磁波领域的一些研究结果表明, 通过某些附加结构可以减小波导透射波的发散角, 例如可在光子晶体波导的出射端面上引入周期性褶皱结构^[11], 或加入点缺陷阵列^[12]及线缺陷阵列^[13]. 周期性褶皱结构激发出的表面模、点缺陷激发出的谐振模以及线缺陷分离出的光束均可视作次级辐射源, 它们辐射出的电磁波与光子晶体波导口直接辐射出的电磁波相互干涉, 从而增强光子晶体波导的定向辐射性能. 在声学领域, Christensen 等^[14]在二维狭缝出射端面上引入周期性褶皱结构, 理论计算结果表明这种结构能够明显减小波导透射波的发散角, 并使声波能量汇聚在出射方向上. 文献^[15, 16]对带周期性褶皱结构的二维声子晶体波导进行了理论和实验研究, 其结果也表明褶皱结构激发出的表面模所辐射的声波与声子晶体波导口直接辐射的声波相互干涉, 使声波能量汇聚在一个很窄的波束范围内, 从而减小透射波的发散角. 迄今为止, 利用点缺陷阵列来改善声子晶体波导定向辐射性能的相关工作作者还未见报道. 本文将点缺陷阵列引入到二维固体/流体声子晶体波导的出射端面上, 提出一种复合声子晶体波导结构. 计算结果表明, 该结构能减小透射声波的发散角, 具有良好的定向辐射性能.

* 国家自然科学基金(批准号:11074124, 10904052, 10874088, 11104319)和江苏省自然科学基金(批准号:BK2011542)资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: liuxiaojun@nju.edu.cn

2. 理论模型

将圆形钢柱(密度 $\rho_1 = 7800 \text{ kg/m}^3$, 纵声速 $c_1 = 6100 \text{ m/s}$)按正方形点阵排列于空气(密度 $\rho_2 = 1.29 \text{ kg/m}^3$, 纵声速 $c_2 = 340 \text{ m/s}$)基体中, 形成简单正方晶格声子晶体. 然后, 移除 $x = 0$ 直线上的钢柱, 从而引入线缺陷, 形成声子晶体波导. 最后, 移除 $z = 9a$ 直线上偶数行处的钢柱, 引入相互耦合的点缺陷阵列, 构成复合声子晶体波导, 如图 1 所示. 幅值声压为 1 Pa 的简谐点声源位于 $(x, z) = (0, 0)$ 处, 其发出的声波将只能沿着波导向 $+z$ 方向传播. 声子晶体的晶格常数 $a = 0.1 \text{ m}$, 钢柱半径 $r = 0.35a$, $2 \times N$ 个点缺陷对称地分布在波导出射口两旁. 在 $z = 9a$ 处设置一条检测线 D_1 用以计算各个点缺陷的谐振强度, 并在以波导出射端口为圆心、 $9a$ 为半径的圆弧上设置另一条检测线 D_2 用以计算透射声压随角度 θ 的变化.

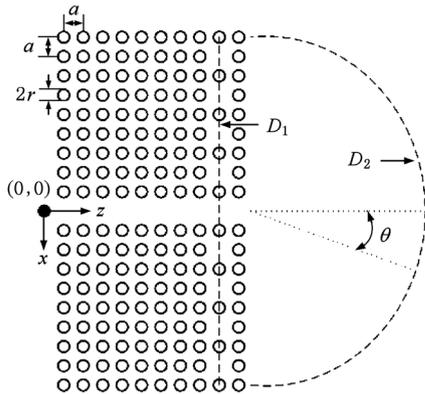


图 1 含点缺陷阵列的二维复合声子晶体波导

在图 1 所示的二维固体/流体声子晶体波导中, 由于钢柱声阻抗 ($\rho_1 c_1 = 4.76 \times 10^7 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$) 远大于空气声阻抗 ($\rho_2 c_2 = 4.39 \times 10^2 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$), 钢柱内部不存在声传播, 空气与钢柱的接触界面可近似为理想的硬边界. 理想流体中的声波方程为

$$\frac{1}{\rho c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \nabla \cdot \left(-\frac{1}{\rho} (\nabla p) \right) = q, \quad (1)$$

式中 p 为声压, ρ 为流体密度, c 为流体中的声速, q 为声源的强度. 本文采用有限元数值计算方法对声波的传播问题进行求解. 于是连续的声波方程(1)可离散化为

$$[M] \{\ddot{P}\} + [K] \{P\} = \{Q\}, \quad (2)$$

式中 $[M]$, $[K]$ 和 $\{Q\}$ 分别为系统质量矩阵、刚度矩

阵和声源强度矩阵. 通过求解这一线性代数方程组, 可得到各个单元节点上的声压矩阵 $\{P\}$, 而单元任意位置的声压则可由各节点上的声压 $\{P\}$ 进行插值得到.

3. 结果及讨论

声子晶体波导的定向辐射性能可通过法向辐射声压及透射波束的发散角两项参数来表征. 法向辐射声压定义为检测线 D_2 上 $\theta = 0^\circ$ 处的声压幅值, 而发散角则定义为检测线 D_2 上声压主瓣的半高全宽.

图 2 中所示的计算结果表明, 不含任何缺陷的简单正方晶格声子晶体在 z 方向有一个明显的禁带, 频率为 $1115\text{--}2115 \text{ Hz}$. 引入波导后, 晶格周期性遭到破坏, 因此在原禁带内出现了一个频率为 $1860\text{--}2060 \text{ Hz}$ 的通带, 频率落在此通带内的声波将只能沿着波导向 $+z$ 方向传播. 再引入 2×4 个点缺陷后, 复合声子晶体波导的法向辐射声压在 $1870\text{--}2020 \text{ Hz}$ 频率范围内均高于不含点缺陷阵列的声子晶体波导, 并在 1980 Hz 达到最大. 下面在讨论复合声子晶体波导的定向辐射性能时均使用 1980 Hz 的声波.

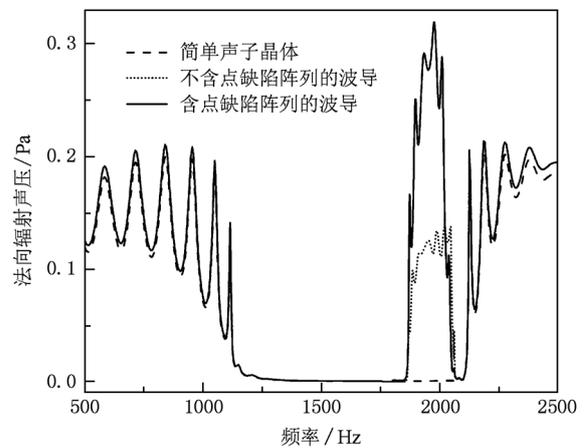


图 2 不含缺陷的简单声子晶体、不含点缺陷阵列的声子晶体波导及含点缺陷阵列 (2×4) 的声子晶体波导的法向辐射声压随频率的变化

图 3 所示为含点缺陷阵列 (2×4) 的复合声子晶体波导及不含点缺陷阵列 (2×0) 的声子晶体波导的声压幅值分布. 从图 3 可以发现, 复合声子晶体波导的透射声波波束较窄, 在 $\theta = 0^\circ$ 方向上有明显的声波汇聚现象, 而不含点缺陷阵列的声子晶体

波导透射的声波具有很大的发散角. 因此, 点缺陷阵列的引入能明显减小声子晶体波导透射波束的

发散角, 使大部分声波能量汇聚在 $\theta = 0^\circ$ 方向上一个很窄的波束范围内.

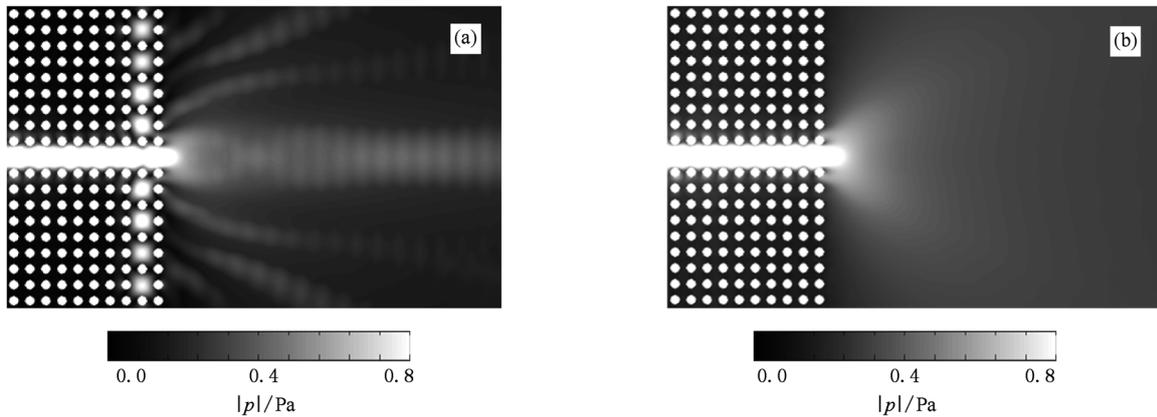


图3 声子晶体波导的声压幅值分布 (a) 含点缺陷阵列(2×4)的声子晶体波导, (b) 不含点缺陷阵列(2×0)的声子晶体波导

当改变复合声子晶体波导中点缺陷的数目后, 检测线 D_2 上的声压幅值随 θ 的分布情况如图 4 所示. 对于不含点缺陷阵列的声子晶体波导 ($N=0$), 法向辐射声压为 0.1222 Pa, 发散角为 131.36° . 当点缺陷阵列为 2×1 ($N=1$) 时, 法向辐射声压为 0.1713 Pa, 发散角为 28.02° . 当点缺陷阵列为 2×4 ($N=4$) 时, 法向辐射声压为 0.3192 Pa, 发散角为 19.24° ; 与 $N=0$ 时相比, 法向辐射声压增加 161.21%, 发散角减小 85.35%. 由此表明, 点缺陷数目的增加能使法向辐射声压变大, 发散角减小, 从而提高声子晶体波导的定向辐射性能. 当 $N=7$ 时, 法向辐射声压为 0.3334 Pa, 发散角为 18.37° ; 相对于 $N=4$ 而言, 法向辐射声压仅增加 4.45%, 发

散角仅减小 4.52%. 因此当点缺陷数目达到一定程度后 ($N \geq 4$), 点缺陷数目的增加对波导定向辐射性能的改善不大. 图 5 所示为 $N=4$ 和 $N=7$ 两种复合声子晶体波导的声压幅值分布. 从图 5 可以发现, 这两种复合声子晶体波导的定向辐射性能确无明显差别.

最后, 讨论点缺陷的数目对声子晶体波导定向辐射性能产生影响的原因. 当传播于复合声子晶体波导管内的声波抵达出射口时, 大部分声波直接向前辐射, 此时波导的出射口可以看作一个次级声源, 其辐射性能近似于无限大障板上同尺寸的活塞辐射. 另一部分声波通过耦合作用, 由波导管传播到点缺陷并在点缺陷内部激发共振. 由于复合声子晶体波导结构中的点缺陷紧邻波导的出射面, 因此点缺陷的谐振模能量会向外传播, 这些谐振模也可视作一系列的次级声源. 当 $N=7$ 时, 计算得到的复合声子晶体波导中各个点缺陷的谐振模强度如图 6 所示. 从图 6 可以发现: $x=0$ 处的强度为 0.9317 Pa 且最大, 它代表波导出射口的直接辐射强度; 而 7 对点缺陷的谐振模对称地分布在 $x=0$ 两旁, 且强度逐渐减小, 分别为 0.5446, 0.5345, 0.4683, 0.4586, 0.2470, 0.1770 和 0.1492 Pa. 在 7 对谐振模中, 最靠近波导的 4 对谐振模强度较大, 分别为波导出射口直接辐射强度的 58.45%, 57.37%, 50.27% 和 49.22%; 距波导较远的 3 对谐振模强度迅速减小, 分别为波导出射端口直接辐射强度的 26.51%, 19.00% 和 16.01%. 谐振模辐射的声波与波导出射口直接辐射的声波在波导外的空间中相互干涉, 并

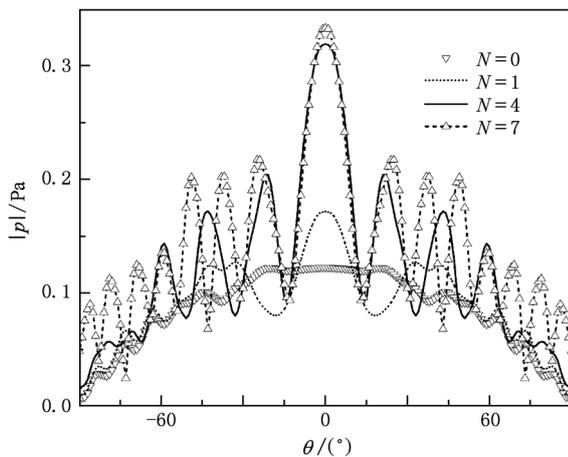


图4 含 $2N$ 个点缺陷的复合声子晶体波导 D_2 上声压幅值随 θ 的分布

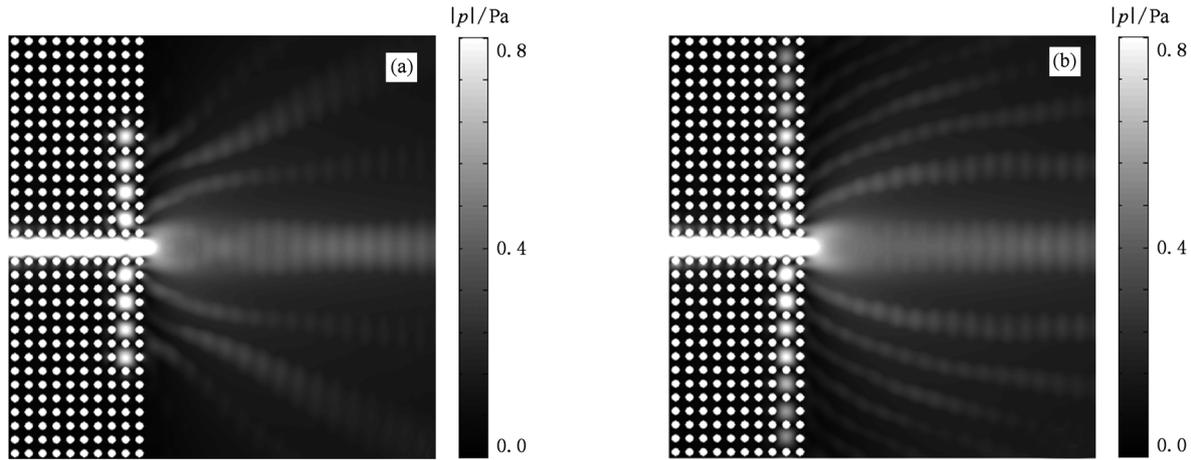


图5 含 $2N$ 个点缺陷的复合声子晶体波导的声压幅值分布 (a) $N=4$, (b) $N=7$

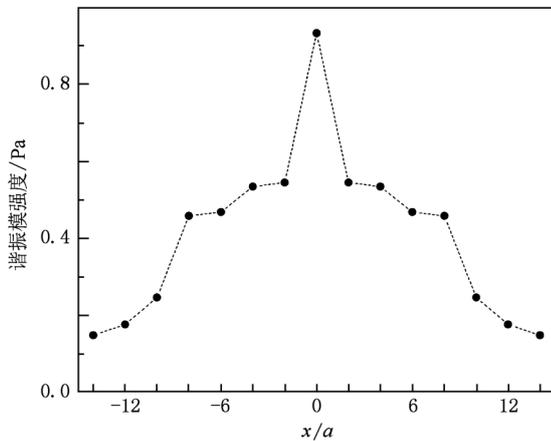


图6 复合声子晶体波导(点缺陷阵列为 2×7)中各缺陷的谐振模强度

使声波能量向 $\theta = 0^\circ$ 方向汇聚,从而提高了声子晶体波导的定向辐射性能. 由于后 3 对谐振模的强度

比前 4 对谐振模的强度小很多,因此前 4 对谐振模对复合声子晶体波导定向辐射性能的影响较大.

4. 结 论

本文研究了表面点缺陷阵列对声子晶体波导定向辐射性能的影响. 有限元数值计算结果表明,引入的点缺陷可以激发出谐振模. 这些谐振模辐射的声波与波导出射口直接辐射的声波相互干涉,并使声波能量向法向汇聚,从而提高声子晶体波导的定向辐射性能. 随着引入点缺陷数目的增加,波导的定向辐射性能增强. 但当点缺陷数目增加到一定程度后,波导定向辐射性能不再明显改善. 因此,有限数目点缺陷的使用可以明显提高声子晶体波导的定向辐射性能,在声聚焦、近场声学 and 集成声学等方面具有潜在的应用价值.

[1] Kushwaha M S, Halevi P, Dobrzynski L, Djafari-Rouhani B 1993 *Phys. Rev. Lett.* **71** 2022
 [2] Martinezsala R, Sancho J, Sanchez J V, Gomez V, Llinares J, Meseguer F 1995 *Nature* **378** 241
 [3] Wen J H, Wang G, Yu D L, Zhao H G, Liu Y Z 2005 *J. Appl. Phys.* **97** 114907
 [4] Wang G, Wen J H, Han X Y, Zhao H G 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1943 (in Chinese) [王 刚、温激鸿、韩小云、赵宏刚 2003 物理学报 **52** 1943]
 [5] Gao G Q, Ma S L, Jin F, Kim T B, Lu T J 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 393 (in Chinese) [高国钦、马守林、金 峰、金东范、卢天健 2010 物理学报 **59** 393]

[6] Sigalas M M 1998 *J. Appl. Phys.* **84** 3026
 [7] Kafesaki M, Sigalas M M, Garcia N 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 4044
 [8] Wu F G, Liu Y Y 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1434 (in Chinese) [吴福根、刘有延 2002 物理学报 **51** 1434]
 [9] Khelif A, Choujaa A, Djafari-Rouhani B, Wilm M, Ballandras S, Laude V 2003 *Phys. Rev. B* **68** 214301
 [10] Bethe H A 1944 *Phys. Rev.* **66** 163
 [11] Moreno E, Garcia-Vidal F J, Martin-Moreno L 2004 *Phys. Rev. B* **69** 121402
 [12] Zhu Z H, Ye W M, Ji J R, Yuan X D, Zen C 2007 *Appl. Phys. B* **86** 327

- [13] Wang Q, Cui Y P, Yan C C, Zhang L L, Zhang J Y 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1020 (in Chinese) [王 琼、崔一平、闫长春、张玲玲、张家雨 2009 物理学报 **58** 1020]
- [14] Christensen J, Fernandez-Dominguez A I, De Leon-Perez F, Martin-Moreno L, Garcia-Vidal F J 2007 *Nat. Phys.* **3** 851
- [15] Zhao D G, Liu Z Y, Qiu C Y, He Z J, Cai F Y, Ke M Z 2007 *Phys. Rev. B* **76** 144301
- [16] Jia H, Ke M Z, He Z J, Peng S S, Liu G Q, Mei X F, Liu Z Y 2009 *J. Appl. Phys.* **106** 044512

The influence of point defect array on directional emission of phononic crystal waveguide*

Wei Qi Cheng Ying Liu Xiao-Jun[†]

(*Institute of Acoustics, Nanjing University, Nanjing 210093, China*)

(Received 10 January 2011; revised manuscript received 28 July 2011)

Abstract

A novel composite waveguide is proposed to improve the directional emission of phononic crystal waveguide by introducing a point defect array. The finite element simulations indicate that the point defects attached to the output surface of phononic crystal waveguide produce resonant modes, which act as secondary radiation sources. The interferences of sound wave radiated from these radiation sources and waveguide can enhance the normal radiation intensity by 161.21% and reduce the half-power angular width by 85.35%. In addition, when the number of the point defects is large enough, the directivity approaches a steady value. The investigation provides a new method to improve the directional emission of phononic crystal waveguide.

Keywords: phononic crystal waveguide, point defect, resonant mode, directional emission

PACS: 43.20.Dk, 43.20.Ks, 43.20.Mv, 43.35.Gk

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11074124, 10904052, 10874088, 11104319) and the Natural Science Foundation of Jiangsu Province, China (Grant No. BK2011542).

[†] Corresponding author. E-mail: liuxiaojun@nju.edu.cn