

# 基于碰撞能量模型的非线性碰摩评估研究\*

从飞云 陈进<sup>†</sup> 董广明

(上海交通大学机械系统与振动国家重点实验室, 上海 200240)

(2011年1月9日收到; 2011年7月18日收到修改稿)

提出了一种用于评估非线性碰摩的碰撞能量模型(IEM), 根据模型特性可得出 IEM 指标  $\eta$  用于评估碰摩故障的严重程度或发生概率. 通过对在不同阻尼比  $\zeta$  状态下 IEM 指标  $\eta$  随转速比  $\Omega$  的响应变化趋势研究, 给出了  $\eta$  随  $\zeta$  和  $\Omega$  的响应联合分布. 结合 IEM 模型特性提出了“敏感区域”的概念. 此区域概念的提出, 不仅对于转子设备的操作运行具有较大的参考价值, 对于转子系统的设计更有重要的指导意义.

**关键词:** 碰撞能量模型, 碰摩, 转子系统, 故障诊断

**PACS:** 43.40.Kd, 05.45.-a

## 1. 引言

旋转机械在当今社会的应用越来越广泛. 转子与定子间的碰摩是旋转机械系统常见的故障之一, 它不仅能使设备产生很大的振动, 在碰摩强度较大时, 甚至会导致断轴等恶性事故, 造成重大经济损失<sup>[1,2]</sup>. 国内外众多学者对转子系统的碰摩故障进行了大量的研究, 文献[3—6]详细讨论了微转子机械系统的非线性碰摩故障现象及相关特征, 其中包括转子碰摩的动力学特征、转子碰摩的系统稳定性以及碰摩故障的诊断方法等.

目前对于转子系统的碰摩故障研究, 大部分都采用 Jeffcott 转子模型, 用碰摩力的方法描述碰摩过程, 对其进行定性分析或数值模拟, 以揭示碰摩引起的复杂振动<sup>[7]</sup>. 同时, 大多关于转子碰摩故障的研究主要着力于非线性响应现象以及运动稳定性的研究. 文献[3, 8—12]对各类转子系统非线性碰摩故障进行了研究, 着重分析了各类转子系统非线性碰摩故障的运动可靠性、不同状态条件下的振动现象以及交叉混沌等现象. 目前很少有文献着力于转子碰摩故障的严重程度或者不同状态下的故障发生概率问题的研究. 本文在 Jeffcott 转子模型的基础上, 提出了转子碰摩的碰撞能量模型(IEM).

此模型可利用转子系统的运行参数有效地对转子碰摩故障在不同状态下故障程度以及故障变化趋势进行有效的评估, 从而为转子系统的运行以及设计提供良好的参考.

## 2. 转子碰摩故障模型及分析

图 1 所示为 Jeffcott 转子系统的力学模型, 其中  $m$  为圆盘质量,  $\omega$  为转速,  $k_s$  为定子径向刚度,  $k$  为转子刚度系数. 图 2 为转子系统碰摩力示意图, 其中  $F_n$  和  $F_r$  分别代表径向和切向碰摩力, 根据库仑摩擦定理, 可得到碰摩力学方程. 当  $u > \delta$  时,

$$\begin{aligned} F_n &= k_s(u - \delta), \\ F_r &= fF_n. \end{aligned} \quad (1)$$

当  $u < \delta$  时,

$$\begin{aligned} F_n &= 0, \\ F_r &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

这里  $u = \sqrt{X^2 + Y^2}$  表示转子径向位移, 其中  $X$  和  $Y$  分别表示  $x$  和  $y$  方向的绝对位移,  $f$  和  $\delta$  为转子与定子之间的摩擦系数和初始间隙. 根据公式(1), (2) 和图 2 可得转子碰摩力学方程为

$$\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos\varphi & \sin\varphi \\ -\sin\varphi & -\cos\varphi \end{bmatrix} \begin{pmatrix} F_n \\ F_r \end{pmatrix}$$

\* 国家自然科学基金重点项目(批准号:51035007)、国家自然科学基金(批准号:50875162)和国家高技术研究发展计划(批准号:2006AA04Z175)资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯联系人. E-mail: jinchen@sjtu.edu.cn

$$= -\frac{k_s(u-\delta)}{u} \begin{bmatrix} 1 & -f \\ f & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}. \quad (3)$$

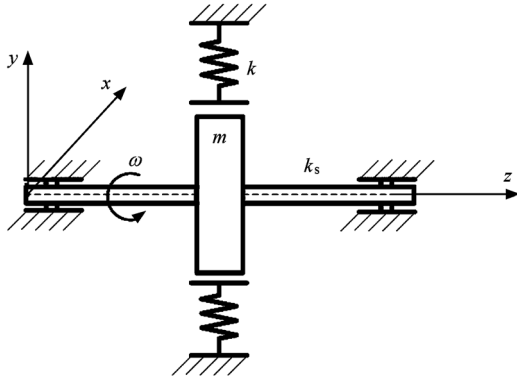


图1 Jeffcott 转子系统的力学模型

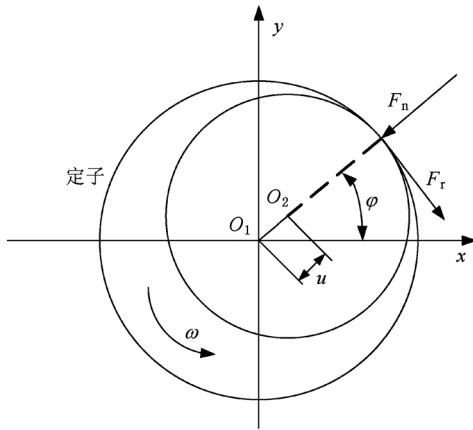


图2 转子碰摩力示意图

由达朗贝尔原理可得到当转子发生碰摩 ( $u > \delta$ ) 时, 由不平衡量引起的转动力学子轴心运动方程为

$$\begin{aligned} m\ddot{X} + c\dot{X} + kX + k_s \frac{u-\delta}{u} (X - fY) &= me\omega^2 \cos\omega t, \\ m\ddot{Y} + c\dot{Y} + kY + k_s \frac{u-\delta}{u} (fX + Y) &= me\omega^2 \sin\omega t. \end{aligned} \quad (4)$$

为了便于分析, 对(4)式中的变量进行如下处理:

$$\begin{aligned} x &= \frac{X}{\delta}, \\ y &= \frac{Y}{\delta}, \\ \dot{x} &= \frac{dX}{d\tau}, \end{aligned}$$

$$\dot{y} = \frac{dY}{d\tau},$$

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_0},$$

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m},$$

$$v = \frac{u}{\delta},$$

$$\rho = \frac{e}{\delta},$$

$$\tau = \omega_0 t,$$

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{mk}},$$

$$\beta = \frac{k}{k_s},$$

其中  $\Omega$  为转速比,  $\zeta$  为衰减阻尼比. 根据上述变量定义, 可分别得到发生及未发生碰摩故障的运动方程. 当发生碰摩 ( $v > 1$ ) 时,

$$\ddot{x} + 2\zeta\dot{x} + x + \beta\left(1 - \frac{1}{v}\right)(x - fy) = \rho\Omega^2 \cos\Omega t,$$

$$\ddot{y} + 2\zeta\dot{y} + y + \beta\left(1 - \frac{1}{v}\right)(fx + y) = \rho\Omega^2 \sin\Omega t. \quad (5)$$

当未发生碰摩 ( $v < 1$ ) 时,

$$\begin{aligned} \ddot{x} + 2\zeta\dot{x} + x &= \rho\Omega^2 \cos\Omega t, \\ \ddot{y} + 2\zeta\dot{y} + y &= \rho\Omega^2 \sin\Omega t. \end{aligned} \quad (6)$$

### 3. IEM

方程(6)为转子系统未发生碰摩故障的运动方程, 可得其解为

$$A = \frac{\rho}{\sqrt{\left(\frac{1}{\Omega}\right)^4 + (4\zeta^2 - 2)\left(\frac{1}{\Omega}\right)^2 + 1}}. \quad (7)$$

方程所得解  $A$  为转子的振动幅值, 它是一个关于参数  $\Omega$  和  $\zeta$  的非线性函数. 由方程(7)中性质可得到振幅  $A$  的驻点表达式为

$$\Omega = \sqrt{\frac{1}{1 - 2\zeta^2}}. \quad (8)$$

方程(7)的应用前提为转子系统未发生碰摩故障, 因此在提出碰撞能量模型前, 首先理论假设系统中定子不存在, 则方程(7)在任何时间均可满足前提条件. 如图3所示, 将转子振幅  $A$  与初始间隙  $\delta$  比较, 定义  $\Delta A = A - \delta$ ,  $\Delta A$  即表示了当系统返回假设

前存在定子时,转子与定子之间的碰撞强度. 为表示碰摩故障的能量大小,根据胡克定律以及图 1 所示的力学模型,可得到转子在临近碰摩前的径向运动能量. 引入能量表述  $E_i$  来表示碰撞能量的大小,其数学定义如下:

$$E_i = \frac{1}{2}mk(A^2 - \delta^2) = \frac{1}{2}mk(2\Delta A\delta + \Delta A^2). \quad (9)$$

将方程(7)代入(9)式,可得碰撞能量  $E_i$  的表达式为

$$E_i = \frac{1}{2}mk \left( \frac{\rho^2}{\left(\frac{1}{\Omega}\right)^4 + (4\zeta^2 - 2)\left(\frac{1}{\Omega}\right)^2 + 1} - \delta^2 \right). \quad (10)$$

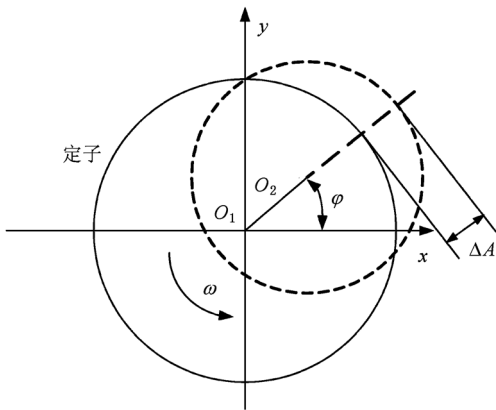


图 3 IEM 示意图

对于某一个转子系统,参数  $m, k$  和  $\delta$  一般都是确定不变的. 因此,为了更好地研究碰撞能量随参数  $\zeta$  和  $\Omega$  的变化规律,引入碰撞能量指标  $\eta$ ,此指标为相对能量表述,表示碰摩故障的严重程度或发生概率大小.  $\eta$  定义如下:

$$\eta = \frac{2E_i}{mk} + \delta^2. \quad (11)$$

在实际的转子系统运行中,由于存在着不对中、滑动涡动、随机干扰等影响<sup>[13]</sup>,即使当计算所得  $A$  小于初始间隙  $\delta$  时,也有可能产生碰摩故障,但此时  $\Delta A$  仍然能够反映碰摩故障发生概率的大小. 若  $\Delta A$  已经很小,则一个小的扰动变化就能引起碰摩,因而发生碰摩概率较大. 因此,指标  $\eta$  不仅能够很好地反映碰摩故障严重程度随转速变化的趋势,还能够反映出其发生概率随转速变化的大小.

## 4. IEM 数值分析与仿真

### 4.1. 驻点位置

根据方程(7)可知,振幅  $A$  关于转速比  $\Omega$  的增减性能和(8)式所表示驻点的位置有关. 考察方程(7)可知,当  $\Omega$  小于驻点时,振幅  $A$  将随着  $\Omega$  递增,而当  $\Omega$  大于驻点时,振幅  $A$  将随着  $\Omega$  递减. 因此,驻点位置对于 IEM 模型的响应评估非常重要. 由于驻点影响了该模型的增减性,利用方程(7)可得到驻点位置的临界点,即

$$\alpha = -\frac{4\zeta^2 - 2}{2} = 1 - 2\zeta^2 = 0. \quad (12)$$

(12)式中当  $\zeta > \frac{\sqrt{2}}{2}$  时,临界点  $\alpha < 0$ ,由于转速比  $\Omega > 0$ ,可知振动幅值函数将会连续递增;当  $\zeta < \frac{\sqrt{2}}{2}$  时,其会有一个增大再减小的变化过程. 图 4 给出了驻点位置随参数  $\zeta$  和  $\Omega$  变化. 由图 4 可知,当  $\zeta < \frac{\sqrt{2}}{2}$  时,驻点将随着阻尼比  $\zeta$  的增大而增大,特别是在  $\zeta$  接近  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  时,其变化灵敏度将变大.

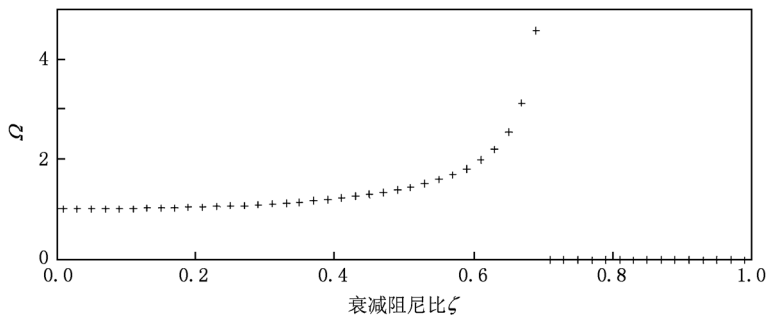


图 4 驻点位置随参数  $\zeta$  和  $\Omega$  的分布

### 4.2. 当 $\zeta > \frac{\sqrt{2}}{2}$ 时的 IEM 响应

以上已经指出,当  $\zeta > \frac{\sqrt{2}}{2}$  时,其振动幅值函数将具有连续递增特性,而由于本文提出的指标  $\eta$  与振

幅函数具有单调特性,因此可得出随着转速比  $\Omega$  的增加, $\eta$  将持续增加,即转子系统发生碰摩故障的概率也将一直增加. 图 5 给出了当  $\zeta = 0.7, 0.9, 1.2, 1.5$  时的 IEM 指标  $\eta$  随  $\Omega$  的变化响应. 由图 5 可知其仿真结果与上述分析一致.

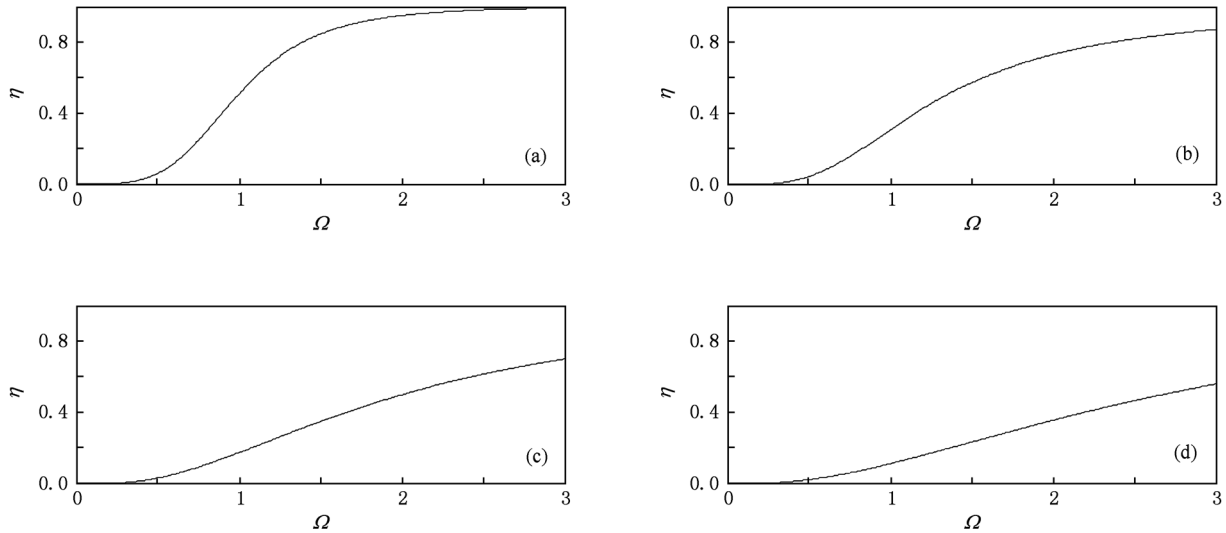


图 5 当阻尼比  $\zeta > \frac{\sqrt{2}}{2}$  时,  $\eta$  随转速比  $\Omega$  的变化响应 (a)  $\zeta = 0.7$ , (b)  $\zeta = 0.9$ , (c)  $\zeta = 1.2$ , (d)  $\zeta = 1.5$

### 4.3. 当 $\zeta < \frac{\sqrt{2}}{2}$ 时的 IEM 响应

当  $\zeta < \frac{\sqrt{2}}{2}$  时,根据数学模型得出了  $\eta$  将有一个增大再减小的过程,图 6 给出了当  $\zeta = 0.03, 0.07,$

$0.09, 0.2, 0.4, 0.6$  时 IEM 指标  $\eta$  随转速比  $\Omega$  的变化响应. 从图 6 可以看出,随着阻尼比  $\zeta$  的增大, $\eta$  的最大值不断减小,特别是当  $\zeta$  从 0.03 增加到 0.07 时, $\eta$  的最大值降低了近 80%,而且  $\zeta$  越小, $\eta$  值越大. 根据 IEM 模型理论,此时将很有可能发生碰摩

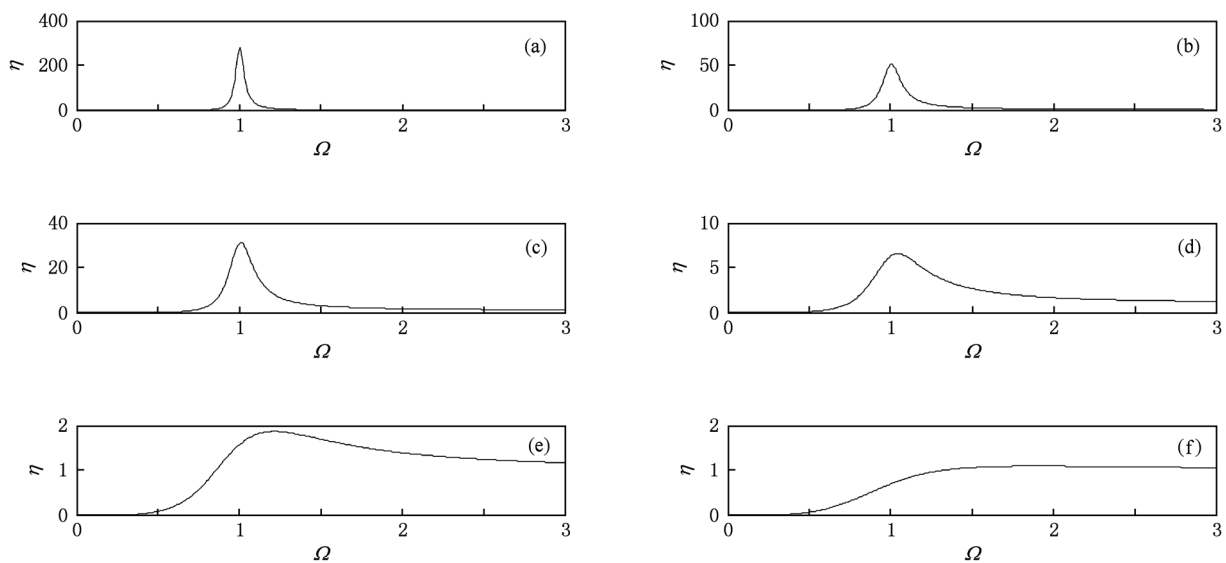


图 6 当阻尼比  $\zeta < \frac{\sqrt{2}}{2}$  时,  $\eta$  随转速比  $\Omega$  的变化响应 (a)  $\zeta = 0.03$ , (b)  $\zeta = 0.07$ , (c)  $\zeta = 0.09$ , (d)  $\zeta = 0.2$ , (e)  $\zeta = 0.4$ , (f)  $\zeta = 0.6$

故障.但是应当注意,此时因为 $\zeta$ 很小,其驻点位置将非常接近于1,在实际转子运行过程中此处为一阶临界转速区域,其运行工况不会停留此处,因此可忽略此处的极大点.根据所得的 IEM 变化响应图,可为转子系统的运行提供很好的参考.当转子转速小于驻点时,若此时的运行转速正在增加,则必须注意发生碰摩故障的概率将不断加大;若此时转速已经超过临界转速,则随着转速的增加,碰摩故障发生概率或者其严重程度将下降.由此可降低转子设备在升降速过程中的风险,提高对转子特性的认识.

#### 4.4. IEM 的联合响应分布

由以上所述可知,在不同的转速比 $\Omega$ 和阻尼比 $\zeta$ 下,IEM 指标 $\eta$ 将表现出不同的情况,这说明系统的碰摩故障概率也将不同.通过考察 $\Omega$ 和 $\zeta$ 在常见范围内 $\eta$ 的变化情况,可得出 $\eta$ 随着参数 $\Omega$ 和 $\zeta$ 的联合响应分布,结果如图7所示.根据图7我们可

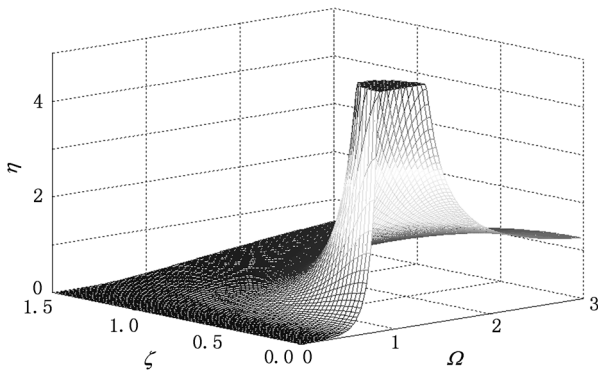


图7 IEM 指标 $\eta$ 随 $\Omega, \zeta$ 的联合响应分布

以得到在任意阻尼比下转子系统随转速比 $\Omega$ 的响应变化.从图7可以看出,中间存在一个 IEM 指标 $\eta$ 相对较大区域,大概区间为 $\Omega$ 在0.6—1.6, $\zeta$ 在0—0.3,我们定义此区间为“敏感区域”,在此区域内,转子系统将更容易发生碰摩故障.因此,转子设备应尽量避免运行在敏感区域.

“敏感区域”的提出对于转子系统的设计也具有重要的参考价值.当转子设计完成后,可根据相关的设计参数获得 IEM 联合分布响应图,检验所设计的转子是否运行于敏感区域,结合相关条件决定是否对转子系统进行设计调整,以尽量避开系统运行于敏感区域.

## 5. 结 论

本文提出了一种转速控制的 IEM 用于转子系统的非线性碰摩故障研究,利用该模型得出的 IEM 指标 $\eta$ 可对不同转速状态下碰摩故障的发生概率或严重程度的变化趋势进行评估.详细讨论了在不同的衰减阻尼比条件下 $\eta$ 随转速比 $\Omega$ 的变化趋势,同时,利用模型特性给出了 IEM 指标 $\eta$ 随 $\Omega, \zeta$ 的联合响应分布.根据联合响应分布提出了“敏感区域”的概念,此区域概念的提出,可有效指导转子设备的运行操作.在转子系统升降速过程中根据 IEM 指标的变化趋势来跟踪转子的碰摩故障情况.同时,联合响应分布图对转子系统设计也具有较大的参考价值,通过对设计结果与敏感区域的比较,可使设备运行工况避免处于敏感区域,最后综合评估是否需要对此转子进行设计调整.

[1] Lei Y G, He Z J, Zi Y Y 2009 *Mech. Syst. Sign. Proces.* **23** 1327  
 [2] Cong F Y, Chen J, Dong G M 2010 *Proc. Inst. Mech. Eng. C* **224** 2289  
 [3] Zhang W M, Meng G, Li H G 2005 *Microelectron. Reliab.* **45** 1230  
 [4] Zhang W M, Meng G, Chen D, Zhou J B, Chen J Y 2008 *J. Sound Vib.* **309** 756  
 [5] Zhang W M, Meng G, Zhou J B, Chen J Y 2009 *Microsyst. Technol.* **15** 953  
 [6] Yang Y F, Wu Y F, Ren X M, Qiu Y 2010 *Acta Phys. Sin.* **59**

3778 (in Chinese) [杨永锋、吴亚锋、任兴民、裴 焱 2010 物理学报 **59** 3778]  
 [7] Liu Y Z, Hu N Q 2001 *J. Vib. Eng.* **14** 96 (in Chinese) [刘耀宗、胡芑庆 2001 振动工程学报 **14** 96]  
 [8] Cao J Y, Ma C B, Jiang Z D, Liu S G 2011 *Commun. Nonlin. Sci. Numer. Simul.* **16** 1443  
 [9] Chu F L, Lu W X 2005 *J. Sound Vib.* **283** 621  
 [10] Ehrich F F 1988 *J. Vib. Acoust. Stress Reliab. Des.* **110** 9  
 [11] Zhang W M, Meng G 2005 *Microsyst. Technol.* **11** 438  
 [12] Zhang W M, Meng G 2006 *Sens. Actuators A* **127** 163  
 [13] Jiang J, Ulbrich H 2001 *Nonlin. Dyn.* **24** 269

# Impact energy model based research of nonlinear rub-impact assessment \*

Cong Fei-Yun Chen Jin<sup>†</sup> Dong Guang-Ming

(State Key Laboratory of Mechanical System and Vibration, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China)

(Received 9 January 2011; revised manuscript received 18 July 2011)

## Abstract

An impact energy model (IEM) is proposed for the research of nonlinear rub-impact assessment in this paper. According to the characteristic of the model, IEM index is given to evaluate the severity or probability of rub-impact fault. We investigate the trend of variation of IEM index response to the rotation speed ratio  $\Omega$  under the condition of different values of damping ratio  $\zeta$ , and then acquire a joint distribution of IEM response with the parameters of  $\zeta$  and  $\Omega$ . Combining the IEM model, a concept of “sensitive area” is proposed. The “sensitive area” provides an excellent reference for operating rotor system and a guidance and assessment for designing rotor system.

**Keywords:** impact energy model, rub-impact, rotor system, fault diagnosis

**PACS:** 43.40.Kd, 05.45.-a

---

\* Project supported by the Key Program of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51035007), the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 50875162), and the National High Technology Research and Development Program of China (Grant No. 2006AA04Z175).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: jinchen@sjtu.edu.cn