

霍尔推进器中磁化二次电子对鞘层特性的影响*

段萍¹⁾²⁾ 李肸^{2)†} 鄂鹏³⁾ 卿绍伟⁴⁾

1)(大连海事大学物理系,大连 116026)

2)(大连大学物理科学与技术学院,大连 116622)

3)(哈尔滨工业大学电气工程系,哈尔滨 150001)

4)(哈尔滨工业大学能源科学与工程学院,哈尔滨 150001)

(2011年5月20日收到;2011年9月16日收到修改稿)

为进一步研究霍尔推进器壁面二次电子发射对推进器性能的影响,采用流体模型数值模拟了二次电子磁化效应的等离子体鞘层特性. 得到二次电子磁化鞘层的玻姆判据. 讨论了不同的磁场强度和方向、二次电子发射系数以及不同种类等离子体推进器的鞘层结构. 结果表明:随器壁二次电子发射系数的增大,鞘层中粒子密度增加,器壁电势升高,鞘层厚度减小;鞘层电势及粒子密度随着磁场强度和方位角的增加而增加;而对于不同种类的等离子体,壁面电势和鞘层厚度也不同. 这为霍尔推进器的磁安特性实验提供了理论解释.

关键词: 霍尔推进器, 磁鞘, 二次电子

PACS: 52.40. Kh, 52.40. Hf, 52.65. Kj

1. 引言

霍尔推进器是一种先进的电推进装置^[1,2],被广泛应用于卫星位置保持和姿态控制领域,并以其高比冲、高效率等优点成为空间飞行器的首选推进装置之一. 由于霍尔推进器通道壁面表面积与容积之比很大,故通道等离子体与器壁的相互作用很强^[3-6]. 等离子体与固体壁面发生作用时会形成等离子体鞘层,穿越鞘层的电子轰击固体器壁产生二次电子发射,推进器放电通道磁场通过洛伦兹力作用于电子,约束电子横越磁场的传导^[6-8],改变电子近壁传导电流,直接影响等离子体鞘层特性,进而影响推进器的效率、比冲等性能指标.

1967年,Hobbs和Wesson^[9]首先采用流体模型研究了器壁二次电子发射对等离子体鞘层的影响. Ahedo^[10,11]的进一步研究发现,霍尔推进器中二次电子发射增强了电子沉积在器壁的能量损失,限制了推进器通道内电子可达到的最高温度. 目前对普通等离子体鞘层的研究大多考虑离子磁化^[12-15],而对伴有二次电子发射的霍尔推进器等离子体鞘层

的研究则采用动力学模型或离子与电子均不磁化的流体模型^[6,16,17]. 所以有必要对推进器壁面磁化二次电子对等离子体鞘层的影响进行深入研究,进而为提高推进器性能、延长使用寿命、降低发射成本提供理论指导. 本文假设器壁发射的二次电子初速度沿着电场方向,数值模拟在不同的磁场强度和方向、不同种类等离子体条件下二次电子发射系数对鞘层特性的影响.

2. 鞘层模型

考虑到鞘层厚度远小于器壁尺度,在霍尔推进器靠近器壁处建立一维坐标空间和三维速度空间的等离子体磁鞘模型,如图1所示. 等离子体中性区域与鞘层边界位于 $x=0$ 处,绝缘器壁位于 $x=x_w$ 处. 外加磁场在 $x-z$ 平面内,并且与 x 轴的夹角为 θ ,磁感应强度 B 的单位为T. 等离子体磁鞘中不仅包含电子、离子还有高能电子撞击器壁产生的二次电子.

采用流体模型,假设电子遵从玻尔兹曼分布,即

$$n_e = n_{e0} \exp(e\phi/T_e), \quad (1)$$

* 国家自然科学基金(批准号:10975026,10875024,11005025)、辽宁省教育厅科研计划(批准号:2009A047)和国家重点基础研究发展计划(批准号2009GB105004,2009GB106002)资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: lxdqyouxiang@163.com

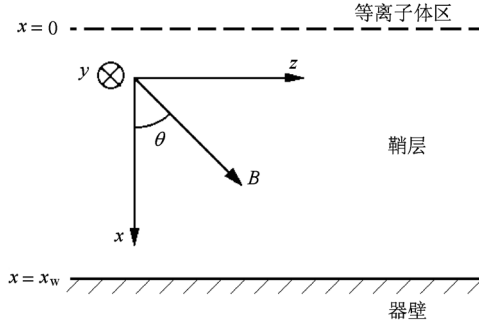


图1 器壁处等离子体磁鞘模型示意图

式中 n_e 为电子数密度, n_{e0} 为鞘层边界处电子数密度, T_e 为电子温度, ϕ 为静电势.

对于稳态等离子体,在不考虑碰撞和电离的情况下,离子和二次电子均满足连续性方程

$$\nabla \cdot (n_\alpha v_{\alpha x}) = 0 \quad (\alpha = i, s), \quad (2)$$

式中 n_i, n_s 和 v_{ix}, v_{sx} 分别为离子数密度、二次电子数密度及其在 x 方向的速度.若忽略鞘层中粒子间的碰撞并认为离子不磁化,则离子满足运动方程

$$m_i v_{ix} \frac{\partial v_{ix}}{\partial x} = -e \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad (3)$$

式中 m_i 为离子质量.二次电子由高能电子撞击器壁产生并满足下列运动方程^[18]:

$$m_s v_{sx} \frac{\partial v_{sx}}{\partial x} = -\frac{T_s}{n_s} \frac{\partial n_s}{\partial x} + e \frac{\partial \phi}{\partial x} - e[\mathbf{v}_s \times \mathbf{B}], \quad (4)$$

式中 m_s 和 T_s 分别为二次电子的质量和温度, \mathbf{v}_s 为二次电子的三维速度矢量.定义二次电子发射系数为

$$\gamma = \frac{j_{sw}}{j_{ew}}, \quad (5)$$

式中 j_{ew} 和 j_{sw} 分别为电子和二次电子在器壁处的电流密度. γ 为器壁 $x = x_w$ 处二次电子的发射系数, γ 的值取决于带电粒子的温度和器壁材料.在绝缘器壁 $x = x_w$ 处电流密度守恒,即

$$j_i + j_s = j_e, \quad (6)$$

式中 j_i, j_s 和 j_e 分别为离子、二次电子和电子的电流密度.在 $x = 0$ 处,等离子体的准中性条件为

$$n_{i0} = n_{e0} + n_{s0}, \quad (7)$$

式中 n_{i0} 和 n_{s0} 分别为在鞘边处离子数密度和二次电子数密度.整个鞘层区域满足泊松方程

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = -\frac{e}{\epsilon_0} (n_i - n_s - n_e), \quad (8)$$

式中 ϵ_0 为真空介电常数.

为了简化方程,引入如下无量纲量:

$$\Phi = -e\phi/T_e,$$

$$\xi = x/\lambda_D,$$

$$N_\alpha = n_\alpha/n_{\alpha 0} \quad (\alpha = i, e, s),$$

$$\delta = n_{s0}/n_{i0},$$

$$\mathbf{u}_\alpha = \mathbf{v}_\alpha/c_{is},$$

$$J_\alpha = j_\alpha/(n_{i0}c_{is}),$$

$$m_{is} = m_i/m_s,$$

$$t_s = T_s/T_e,$$

并令

$$\beta = B \frac{ec_{is}\lambda_D}{T_e}.$$

这里 c_{is} 为离子声速,

$$c_{is} = (T_e/m_i)^{1/2};$$

λ_D 为电子德拜长度,

$$\lambda_D = [\epsilon_0 T_e / (n_{i0} e^2)]^{1/2}.$$

对上述方程进行无量纲化后,方程(1),(3),(8)分别简化为

$$N_e = \exp(-\Phi), \quad (9)$$

$$u_{ix} \frac{\partial u_{ix}}{\partial \xi} = \frac{\partial \Phi}{\partial \xi}, \quad (10)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} = N_i - (1 - \delta)N_e - \delta N_s. \quad (11)$$

方程(2)可变为

$$N_i = \frac{u_{ix0}}{u_{ix}}, \quad (12)$$

$$N_s = \frac{u_{sx0}}{u_{sx}}. \quad (13)$$

取磁感应强度

$$\mathbf{B} = B(\hat{x}\cos\theta + \hat{z}\sin\theta),$$

对方程(4)无量纲化并展开为

$$\frac{u_{sx}}{m_{is}} \frac{\partial u_{sx}}{\partial \xi} = -t_s \frac{\partial \ln N_s}{\partial \xi} - \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} - \beta u_{sy} \sin\theta, \quad (14)$$

$$\frac{u_{sx}}{m_{is}} \frac{\partial u_{sy}}{\partial \xi} = \beta(u_{sx} \sin\theta - u_{sz} \cos\theta), \quad (15)$$

$$\frac{u_{sx}}{m_{is}} \frac{\partial u_{sz}}{\partial \xi} = \beta u_{sy} \cos\theta. \quad (16)$$

引入 Sagdeev 势^[19],则方程(11)变为

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} \equiv -\frac{dV(\Phi)}{d\Phi}, \quad (17)$$

式中 $V(\Phi)$ 为 Sagdeev 势.对方程(17)积分,利用在 $\Phi = 0$ 处 $V(\Phi) = 0$ 的边界条件,可以求出函数

$V(\Phi)$. 因 $\left. \frac{d^2 V(\Phi)}{d\Phi^2} \right|_{\Phi=0} \leq 0$, 将方程(9),(10),

(12), (13) 分别对 Φ 求导, 再结合方程 (11), (17) 得到

$$- (1 - \delta) + \delta \frac{\frac{u_{s0} \sin \theta}{\beta} + 1}{\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right|_{\xi=0}} + \frac{1}{u_{is}^2} \leq 0. \quad (18)$$

若取 u_{s0} 为二次电子在鞘层边界处的漂移速度, 将

$$u_{s0} = - \left. \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right|_{\xi=0} \frac{\sin \theta}{\beta}$$

代入方程 (18) 得

$$1 - \delta - \delta \frac{\cos^2 \theta}{-t_s + u_{s0}^2/m_{is}} - \frac{1}{u_{is}^2} \geq 0. \quad (19)$$

方程 (19) 为二次电子磁化等离子体鞘层结构的玻姆判据. 由于采用一维平板等离子体鞘层模型, 且电子、离子和二次电子在鞘层边界处满足准中性条件, 同时由于磁场的存在使二次电子磁化, 因而增加了离子进入鞘层时需达到的速度.

方程 (5) 无量纲化为

$$\gamma = \frac{\delta \exp(\Phi_w)}{\delta - 1} \sqrt{2\pi/m_{is}} u_{s0}. \quad (20)$$

方程 (6) 无量纲化为

$$u_{s0} = \frac{\gamma/\delta}{\gamma - 1} u_{is0}. \quad (21)$$

由二次电子的能量守恒可知

$$u_{s0} = - (u_{sw} + 2m_{is}\Phi_w)^{1/2}. \quad (22)$$

这里 u_{sw}, u_{s0} 和 Φ_w 分别为二次电子从器壁发射出来的初速度、到达鞘层边界的速度和器壁电势. 方

程 (19) — (22) 反映了鞘边的离子玻姆速度 u_{is0} 、器壁电势 Φ_w 以及 δ 之间的相互关系. 采用龙格-库塔方法对方程 (9) — (16) 进行数值求解, 可得到鞘层中离子数密度、电子数密度、二次电子数密度分布及鞘层电势分布.

3. 数值结果及讨论

数值计算中取如下等离子体参数: 鞘层边界 $x = 0$ 处电场 $(\partial\Phi/\partial\xi)|_{\xi=0} = 0.01$, 无量纲量 $t_s = 0.01$, 等离子体数密度 $n_0 = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$, 器壁处的鞘层厚度 $\xi_w = x_w/\lambda_D$, 原子质量 $M_A = m_{is}/1836$, 认为在鞘边二次电子速度的 y 分量为其漂移速度 $u_{s0} = -(\partial\Phi/\partial\xi)|_{\xi=0} \sin\theta$, z 分量为 0.

3.1. 磁场强度对鞘层特性的影响

图 2 所示为磁感应强度 B 与鞘层厚度 ξ_w 及二次电子数密度 N_s 的关系. 由图 2(a), (b) 可以看出, 随着磁场的增大, 鞘层厚度增加, 二次电子数密度增加. 由于器壁电势不变, 鞘层厚度的增加使二次电子在鞘层中输运过程变长, 场强减小, 导致电子输运减弱. 由连续性方程 (2) 可知, 二次电子数密度增加, 二次电子在 x 方向速度减小. 由于二次电子发射系数 γ 取 0.5, 故随磁场的增大, 鞘层厚度和二次电子数密度增加均较小.

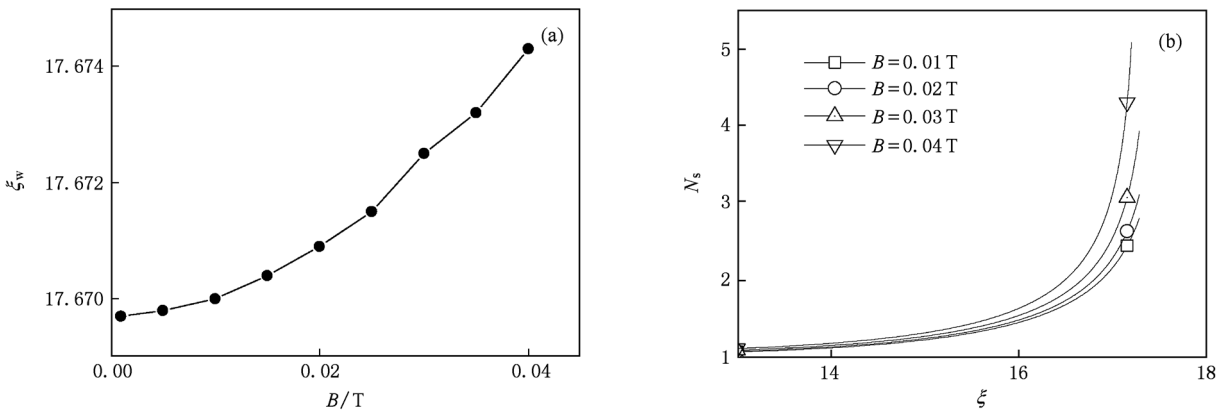


图 2 磁感应强度 B 与鞘层厚度 ξ_w 及二次电子数密度 N_s 的关系 $m_{is} = 1836 \times 131, \theta = 30^\circ, \gamma = 0.5, \Phi_w = -4.582$. (a) 磁感应强度 B 与 ξ_w 的关系, (b) 磁感应强度 B 与 N_s 的关系

3.2. 磁场方向对鞘层特性的影响

图 3 和图 4 分别示出了磁场方位角 θ 与鞘层电

势 Φ 和粒子数密度的关系, $\Delta\Phi_1 = \Phi_{60} - \Phi_{30}$ 表示磁场方位角 $\theta = 60^\circ$ 与 $\theta = 30^\circ$ 的电势差, $\Delta\Phi_2 = \Phi_{80} - \Phi_{60}$ 表示磁场方位角 $\theta = 80^\circ$ 与 $\theta = 60^\circ$ 的电势差;

$\Delta N_{e1} = N_{e60} - N_{e30}$, $\Delta N_{e2} = N_{e80} - N_{e60}$ 和 $\Delta N_{i1} = N_{i60} - N_{i30}$, $\Delta N_{i2} = N_{i80} - N_{i60}$ 表示取不同方位角时的电子数密度之差和离子数密度之差. 由图 3 和图 4 可以看出, 随着磁场方位角 θ 的增加, 鞘层电势和粒子数密度均增加. 由方程(14)可知, 随着磁场方位角 θ 的变大, 二次电子 x 方向的速度减小. 根据连续性方程(2), 二次电子速度减小但数密度增加, 从而电子

数密度增加, 而由器壁处电流密度守恒可知, 离子数密度也会相应增大. 但由图 3(a), (b) 可知, 由于模型中只考虑二次电子磁化, 故随磁场方位角 θ 的增大鞘层电势及粒子数密度的增量在 10^{-3} 数量级, 影响较小, 同时由图 3(b), (d) 可以看出, 电势及粒子数密度增量曲线出现非单调增加. 这一现象是由于磁场对鞘层的非线性作用引起的.

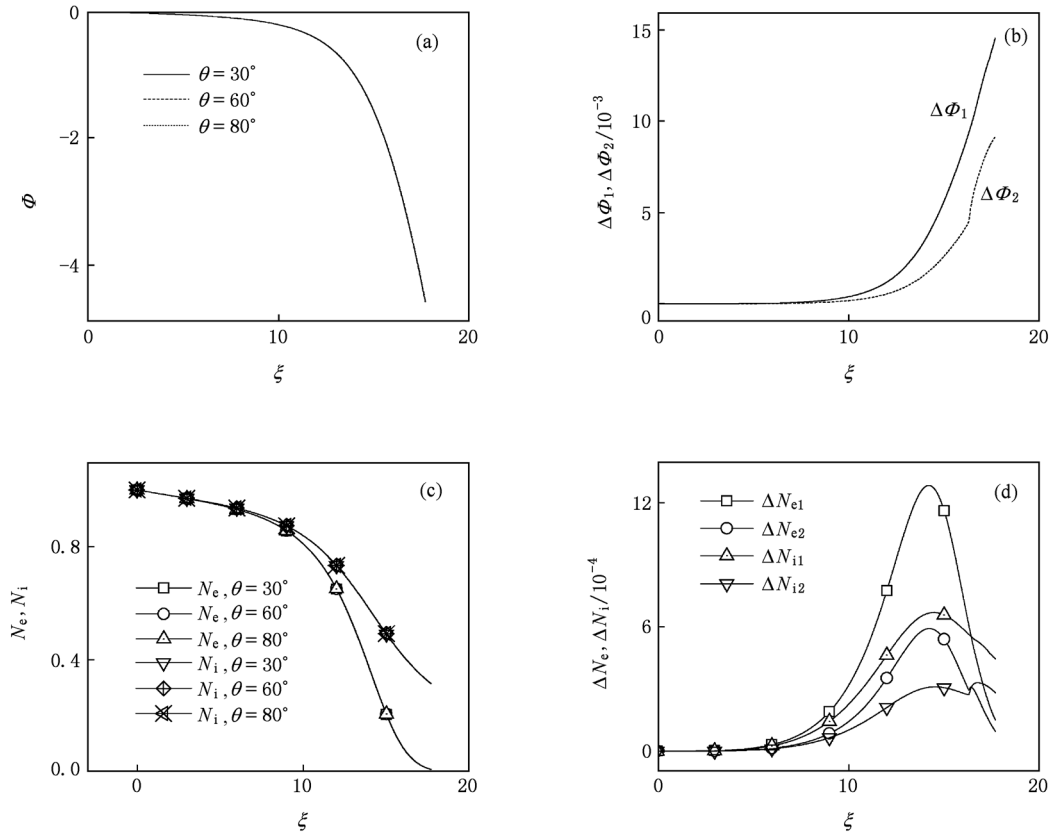


图 3 无量纲鞘层厚度 ξ 与鞘层电势及粒子数密度的关系 $m_{is} = 1836 \times 131, B = 0.04 \text{ T}, \gamma = 0.5, \Phi_w = -4.582$. (a) 无量纲鞘层厚度 ξ 与鞘层电势 Φ 的关系, (b) 无量纲鞘层厚度 ξ 与鞘层电势差 $\Delta\Phi$ 的关系, (c) 无量纲鞘层厚度 ξ 与粒子数密度 N_i, N_e 的关系, (d) 无量纲鞘层厚度 ξ 与电子数密度差 ΔN_e 和离子数密度差 ΔN_i 的关系

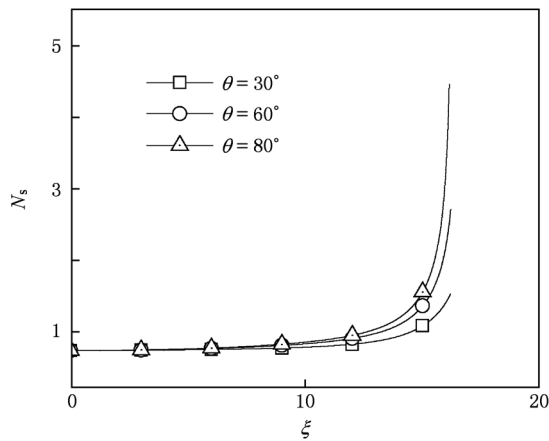


图 4 磁场方位角 θ 与二次电子数密度 N_s 的关系

3.3. 二次电子发射对鞘层特性的影响

图 5 所示为二次电子发射系数 γ 分别与器壁电势 Φ_w 、鞘层厚度 ξ_w 、二次电子数密度 N_s 的关系. 由图 5 可以看出, 随着二次电子发射系数的增大, 鞘层中二次电子数密度增加, 二次电子流与离子流一致, 电子在鞘层中的输运减弱, 器壁电势升高, 势垒减小, 场强减弱, 鞘层屏蔽等离子体能力减弱, 从而使鞘层厚度变小. 鞘层中二次电子数密度增加说明有更高的高能电子与器壁发生碰撞, 即鞘层中电子数密度增加, 由器壁处电流密度守恒可知, 离子数密度也会随之增加.

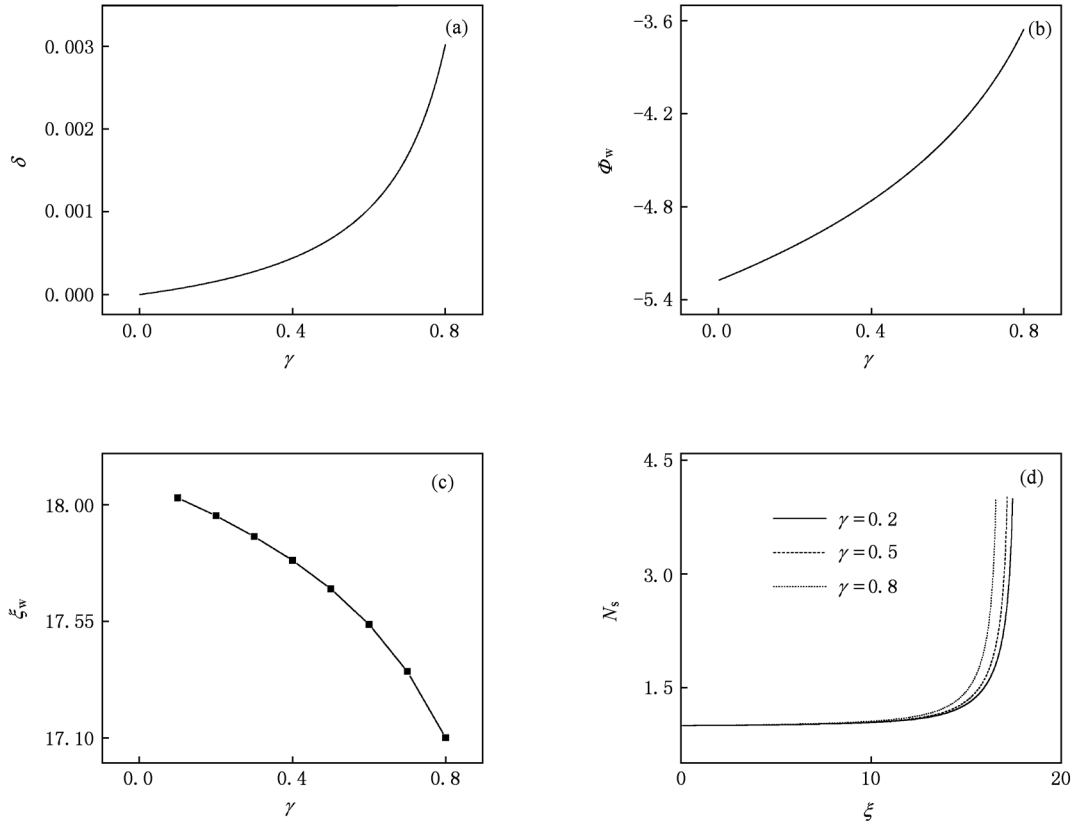


图5 二次电子发射系数 γ 与鞘层参数的关系 $B=0.04\text{ T}, m_{is}=1836 \times 131, \theta=30^\circ$. (a) γ 与鞘边二次电子数密度 δ 的关系, (b) γ 与器壁电势 Φ_w 的关系, (c) γ 与鞘层厚度 ξ_w 的关系, (d) γ 与二次电子数密度 N_s 的关系

3.4. 不同等离子体对鞘层特性的影响

图6和图7示出了不同种类的等离子体对器壁电势 Φ_w 、鞘层厚度 ξ_w 、二次电子数密度 N_s 及 δ 的影响. 由图6和图7可以看出: 对于 Ar, Ke, Xe 这三种等离子体, 鞘层器壁电势依次降低, 势垒增加, 相应的鞘层屏蔽等离子体能力依次增强, 鞘层厚度增

加. 由于 Ar 等离子体质量数最小, 产生二次电子数比 Xe 等离子体多, 鞘层中二次电子含量较高, 导致 Ar 等离子体鞘层中电子数密度和离子数密度较高; 由于 Xe 等离子体器壁电势最低, 绝对值最高, 产生屏蔽等离子体的势垒高, 使能量较低的电子在未达到器壁前就受鞘层电场加速而离开鞘层, 导致 Xe 等离子体中电子数密度和离子数密度相对最少.

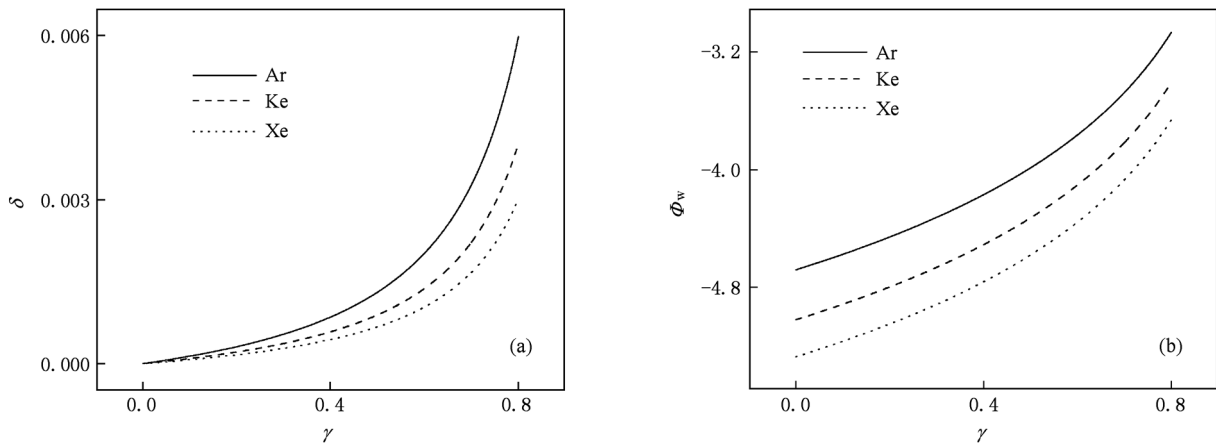


图6 不同种类的等离子体对鞘边二次电子数密度 δ 和器壁电势 Φ_w 的影响 (a) 不同种类的等离子体对 δ 的影响, (b) 不同种类的等离子体对 Φ_w 的影响

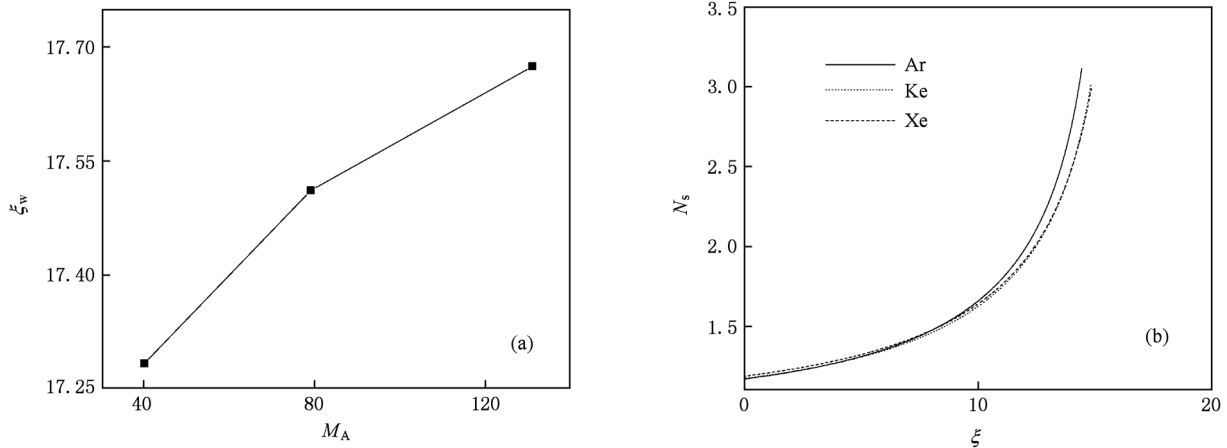


图7 不同种类的等离子体对鞘层厚度 ξ_w 和二次电子数密度 N_s 的影响 $\theta = 30^\circ, B = 0.04 \text{ T}, \gamma = 0.5, M_A(\text{Ar}) = 40, M_A(\text{Ke}) = 79, M_A(\text{Xe}) = 131$. (a)不同种类的等离子体对 ξ_w 的影响, (b)不同种类的等离子体对 N_s 的影响

4. 结 论

运用 Sagdeev 势的方法计算了霍尔推进器二次电子磁化鞘层的玻姆判据,并以此判据作为鞘边的边界条件,采用流体理论研究了推进器的鞘层特性.研究表明:二次电子的磁化对鞘层电势分布、电子密度分布和壁面二次电子流都会产生影响.鞘层器壁电势随着二次电子发射系数的增加而升高,鞘层厚度减小,鞘层中离子数密度和电子数密度增加.磁场强度及方向对推进器鞘层的影响虽不显著,但从趋势上看,磁场强度和方位角越大,鞘层中

二次电子数密度增加,鞘层电势升高,粒子数密度增大.由于电子近壁传导电流与壁面二次电子流近似成正比,与磁场强度的平方成反比^[20],虽然随着磁场强度的增加,增强了对电子近壁传导的抑制作用,但同时由于鞘层势垒减小,壁面二次电子流增加,反过来对电子近壁传导又有增强作用.因此,可能存在一个磁场强度阈值,在这一阈值下使得电子近壁传导电流最低.实际上,霍尔推进器的磁安特性实验已经证实,随着磁场强度的增大,电子电流先降低后增加,即存在一个最优的磁场强度,在该强度下电子的传导电流最小^[3].这些研究结果对霍尔推进器的磁安特性给予了一种理论支持.

[1] Mao G W, Han X W, Yang J 2000 *J. Propul. Technol.* **21** 1 (in Chinese)[毛根旺、韩先伟、杨涓 2000 推进技术 **21** 1]
 [2] Racca G D, Marini A, Stagnaro L 2002 *Planet. Space Sci.* **50** 1323
 [3] Zhurin V V, Kaufman H R, Robinson R S 1999 *Plasma Sour. Sci. Technol.* **8** 1
 [4] Ashkenasy J, Raitses Y, Appelbaum G 1997 *Second European Spacecraft Propulsion Conference* (Paris: European Space Agency) pp455—460
 [5] Ahedo E, Gallardo J M, Martinez-Sanchez M 2003 *Phys. Plasmas* **10** 3397
 [6] Yu D R, Zhang F K, Li H, Liu H 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1844 (in Chinese)[于达仁、张凤奎、李鸿、刘辉 2009 物理学报 **58** 1844]
 [7] Geng S F, Tang D L, Zhao J, Qiu X M 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 5520 (in Chinese)[耿少飞、唐德礼、赵杰、邱孝明 2009 物理学报 **58** 5520]
 [8] E P, Yu D R, Wu Z W, Han K 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2535 (in Chinese)[鄂鹏、于达仁、武志文、韩轲 2009 物理学报 **58** 2535]
 [9] Hobbs G D, Wesson J A 1967 *Plasma Phys.* **9** 85
 [10] Ahedo E 2002 *Phys. Plasmas* **9** 4340
 [11] Ahedo E 1997 *Phys. Plasmas* **4** 4419
 [12] Zou X, Liu J Y, Wang Z X, Gong Y, Liu Y, Wang X G 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3409 (in Chinese)[邹秀、刘金远、王正涵、宫野、刘悦、王晓刚 2004 物理学报 **53** 3409]
 [13] Liu J Y, Chen L, Wang F, Wang N, Duan P 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 8692 (in Chinese)[刘金远、陈龙、王丰、王楠、段萍 2010 物理学报 **59** 8692]
 [14] Wang Z X, Liu Y, Ren L W, Liu J Y, Wang X G 2006 *Thin Solid Films* **506** 637
 [15] Duan P, Liu J Y, Gong Y, Liu Y, Wang X G 2007 *Plasma Sci. Technol.* **9** 394
 [16] Yu D R, Qing S W, Wang X G, Ding Y J, Duan P 2011 *Acta*

- Phys. Sin.* **60** 025204 (in Chinese) [于达仁、卿绍伟、王晓刚、丁永杰、段萍 2011 物理学报 **60** 025204]
- [17] Xue Z H 2009 *M. S. Dissertation* (Dalian; Dalian University of Technology) (in Chinese) [薛忠华 2009 硕士学位论文 (大连: 大连理工大学)]
- [18] Lieberman M A, Lichtenberg A J 2005 *Principles of Plasma Discharges and Materials Processing* (2nd ed) (New Jersey: John Wiley & Sons) p31
- [19] Chen F F 1974 *Introduction to Plasma Physics* (New York: Plenum) p156
- [20] Gascona N, Dudeck M, Barral S 2003 *Phys. Plasmas* **10** 4123

Effect of magnetized secondary electron on the characteristics of sheath in Hall thruster*

Duan Ping¹⁾²⁾ Li Xi^{2)†} E Peng³⁾ Qing Shao-Wei⁴⁾

1) (Department of Physics, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China)

2) (College of Physics Science and Technology, Dalian University, Dalian 116622, China)

3) (Department of Electrical Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

4) (School of Energy Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

(Received 20 May 2011; revised manuscript received 16 September 2011)

Abstract

In order to investigate the effects of the inner wall secondary electron emission on the performance of Hall thruster, a hydrodynamic model is used to study the characteristics of plasma sheath considering secondary electron magnetization. The Bohm criterion of the magnetized plasma sheath is obtained. The structures of plasma sheath in Hall thruster with different magnetic field magnitudes and directions, different secondary electron emission coefficients and different plasma species are discussed. Simulation results indicate that both particle density and wall potential increase while the sheath thickness decreases with the augment of secondary electron emission coefficient. The sheath potential and the particle density increase with the magnitude and azimuth angle of magnetic field increasing. Both the sheath thickness and the wall potential are different in different plasma species. These research results provide a theoretical explanation for the magnetism-ampere characteristic of the Hall thruster.

Keywords: Hall thruster, magnetized sheath, secondary electron

PACS: 52.40. Kh, 52.40. Hf, 52.65. Kj

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10975026, 10875024, 11005025), the Scientific Research Program of the Education Bureau of Liaoning Province, China (Grant No. 2009A047), and the State Key Development Program for Basic Research of China (Grant Nos. 2009GB105004, 2009GB106002).

† Corresponding author. E-mail: lxdqyouxiang@163.com