

双稳调参高频共振机理^{*}

冷永刚[†]

(天津大学机械工程学院,天津 300072)

(2010年3月15日收到;2010年5月19日收到修改稿)

针对双稳系统的高频信号响应,探讨了双稳调参的高频共振机理。研究表明,二次采样频率变换并不改变双稳结构直接在原系统结构上在与高频映射对应的低频处实现共振,而双稳系统参数调节是调参改变双稳结构并直接在高频处实现共振。双稳系统参数调节之所以能够实现高频随机共振,是因为同时调节双稳系统两参数可使Kramers逃逸速率不存在极限值,突破了随机共振信号频率必须在小频率范围内的限制。

关键词: 双稳系统, 高频共振, 二次采样频率变换, 系统参数调节

PACS: 05.45.-a, 05.40.-a, 02.60.Cb

1. 引言

双稳系统是一种可以用于信息处理的非线性动力系统,系统在周期信号和噪声的共同作用下会产生所谓的随机共振(SR)现象^[1,2],即系统在添加最优噪声强度时对弱输入的响应会被放大,或系统输出信噪比在一定的噪声水平范围内可取得最优值。为了充分利用双稳随机共振特性,有效提取特征信息,文献[3—9]分别提出了调谐非线性系统参数和改变频率/步长尺度参数等方法。这种通过调整或控制双稳动力方程参数实现特征信息检测的方法很适合于实际信号处理,是一种不需要知道信号先验信息的非相关的有效检测方法。

为了掌握双稳随机共振的参数调节规律,文献[10]就双稳系统参数和二次采样频率参数在过共振、欠共振和随机共振三者之间的相互转换关联性进行了论述分析,得出改变双稳系统参数和/或二次采样频率参数都可以使过共振或欠共振转化为随机共振状态的结论。文献[11]根据Kramers逃逸速率阐述了双稳系统参数和二次采样频率参数之间的调谐关系,认为随机共振信号的频率被Kramers逃逸速率制约在小参数频率范围内,而二次采样频率尺度可以把任意信号频率映射变换到随机共振的频率尺度上。这些分析结果主要是针对经典小频

率双稳随机共振的实现及其参数关联性进行了阐述,而对于任意高频或大频率信号的随机共振研究,目前除了超导量子隧道^[12]和Chua电子线路^[13]的硬件高频随机共振以及二次采样^[8,11]的映射高频随机共振研究外尚鲜有报道,特别是高频随机共振参数关联性的研究则更少。

本文以双稳系统为研究对象,研究在高频或大频率输入信号条件下系统的响应特性以及双稳系统参数和二次采样频率参数之间的调谐关系,从理论上对双稳系统参数和二次采样频率参数调节的高频随机共振机理加以阐述分析。

2. 确定性双稳共振模型的调参研究

双稳系统通常表示为下列势函数形式

$$U(x) = -1/2ax^2 + 1/4bx^4, \quad (1)$$

其中a和b为系统参数。在驱动力为单频正弦信号 $s(t) = A\sin(2\pi f_0 t)$ 和噪声强度为D的白噪声 $n(t)$ 的共同作用下,双稳系统的动力方程可表示为下列随机方程,称为Langevin方程

$$dx/dt = ax - bx^3 + s(t) + n(t), \quad (2)$$

上式的势垒高度为 $\Delta U = a^2/(4b)$,其两个稳态值 $x = \pm \sqrt{a/b}$ 分别位于双稳系统的两个势阱,于是可得势阱之间的距离为 $\Delta x = 2\sqrt{a/b}$ 。当 $D=0$ 无噪声输入时,方程(2)成为下列确定性双稳动力方程

* 国家自然科学基金(批准号:50975202)资助的课题。

† E-mail: leng_yg@tju.edu.cn

$$\frac{dx}{dt} = ax - bx^3 + A \sin(2\pi f_0 t), \quad (3)$$

此时系统存在临界值 $A_c = \sqrt{4a^3/27b}$. 当正弦信号幅度 $A < A_c$ 时, 运动轨道只能在一个势阱中做周期运动, 而当 $A > A_c$ 时运动轨道可以在两个势阱之间做大幅度的跃迁运动. 由于方程(2)在噪声的帮助下, $A < A_c$ 的运动轨道能够产生双阱跃迁的随机共振, 因此为了区别, 称方程(3) $A > A_c$ 的双阱跃迁运动为双稳确定共振.

为了研究确定性方程(3)在大频率或高频条件下的双稳确定共振特性, 并易于后续对比分析说明, 下面先给出可产生双稳确定共振的一组小频率参数

$$\begin{aligned} a &= 1, b = 1, A = 0.5, \\ f_0 &= 0.01, f_s = 500f_0, \end{aligned} \quad (4)$$

其中信号频率 f_0 对采样频率 f_s 的归一化为固定值 500. 取数值计算长度为 50000 点, 数值积分步长为 $\Delta t = 1/f_s$. 方程(3)对这组参数的运算结果如图 1 所示, 其中只显示 5000 点数据长度.

从图 1 知, 因为信号幅度 A 大于临界值 $A_c \approx 0.38$, 且信号频率 $f_0 = 0.01$ 足够小, 因此在系统参数 $a = 1$ 和 $b = 1$ 这样的双稳结构下, 系统响应达到双稳确定共振.

将(4)式的参数信号频率增大到高频或大频率, 为方便分析计算, 取 $f_0 = 10$, 其他参数与(4)式一致, 显示 50000 点全部计算数据长度, 得到图 2 的系统响应结果.

由图 2 知, 虽然信号幅度 A 仍然大于临界值 A_c , 但由于信号频率超出双稳共振所要求的小频率参数范围, 系统响应无法跟上大频率信号的变化, 因此系统响应最终维持在一个阱内的振荡而不能达到双稳确定共振. 下面以图 2 的高频双稳响应为基准, 分别讨论二次采样频率变换和双稳系统参数调节的双稳确定共振机理.

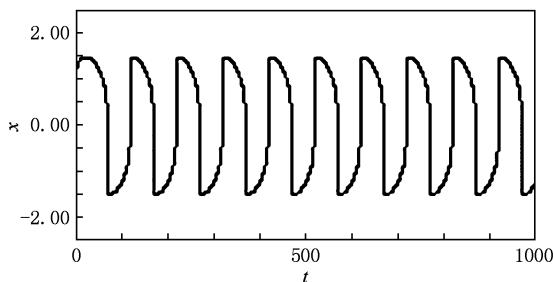


图 1 确定性双稳模型的小频率响应 $a = b = 1, A = 0.5, f_0 = 0.01$

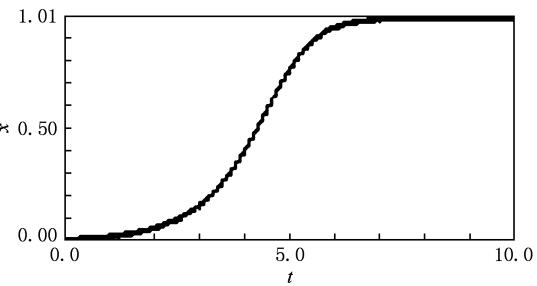


图 2 确定性双稳模型的大频率响应 $a = b = 1, A = 0.5, f_0 = 10$

2.1. 二次采样频率变换的高频双稳确定共振机理

二次采样频率变换的原理是: 通过一个频率尺度 R (R 是大于零的有理数), 将高频信号变换为一个符合双稳共振的小频率信号, 然后对小频率信号进行共振并识别其特征信号成分, 最后再按尺度系数 R 将小频率信号恢复为原来的大频率信号. 二次采样频率变换是一种等价线性映射变换, 它并没有改变双稳系统的输入信号特征^[11].

设经过频率尺度 R 变换后的信号频率为 $f'_0 = f_0/R$, 根据二次采样频率变换保持输入信号特征不变性可得变换后的时间尺度为 $t' = Rt$, 于是方程(3)变换为

$$\frac{dx}{dt'} = \frac{1}{R} [ax - bx^3 + A \sin(2\pi f'_0 t')]. \quad (5)$$

上式并不是真正的二次采样频率变换方程, 因为它仅仅是通过系数 R 的等价代换把方程(3)变换为方程(5), 在相同输入条件下, 无论 R 取何值它都与方程(3)有相同的解, 换言之, 方程(5)不能在小频率 f'_0 处产生对应大频率 f_0 的双稳确定共振. 例如, 对图 2 的大频率参数, 令 $R = 1000$, 虽然频率 $f_0 = 10$ 被压缩到双稳共振需要的小频率 $f'_0 = 0.01$, 且数值积分步长变为 $\Delta t' = R\Delta t$, 但方程(5)的解仍然是图 2 的结果, 得不到图 1 的双稳确定共振形式. 进一步分析其原因在于, 与方程(3)相比, 方程(5)的双稳系统参数和信号幅度都发生了变化, 使得势垒和信号幅度分别变成 $\Delta U' = [a^2/(4b)]/R = \Delta U/R$ 和 $A' = A/R$, 势阱间距未改变, 有 $\Delta x' = \Delta x$. 在方程(5)势垒 $\Delta U'$ 和势阱间距 $\Delta x'$ 的双稳结构以及信号幅度 A' 条件下, 变换后的小频率 $f'_0 = 0.01$ 已不能与之匹配产生双稳确定共振, 因为在小频率 $f'_0 = 0.01$ 处产生双稳确定共振的条件是方程(3)在参数(4)条件下的系统结构 $\Delta U, \Delta x$ 和信号幅度 A .

为了真正实现图 2 大频率的二次采样频率变换

的双稳确定共振,我们需要让二次采样频率变换只改变频率和时间尺度而不改变系统结构和信号幅度,以保证变换后的小频率的匹配条件。根据上面的分析,一个简单的方法即把方程(5)的系数 $1/R$ 直接去掉就能满足这些要求,二次采样频率变换方程实际上应该是

$$\frac{dx}{dt'} = ax - bx^3 + A\sin(2\pi f_0' t'). \quad (6)$$

方程(6)就是实现高频或大频率双稳确定共振的二次采样频率变换方程,在不改变系统结构条件下,它能够对任意高频信号进行压缩变换,得到与之对应的双稳确定共振小频率或低频。不难理解,在 $R=1000$ 的压缩比下,图2参数按照方程(6)的变换只改变了频率和时间尺度而其他参数没有改变,变换后的参数与(4)式的参数一样,于是可实现图1那样对应 $f_0=10$ 的高频双稳确定共振。

从方程(5)到方程(6)的转化仅仅是一个系数的取舍而已,但正是这系数的取舍产生了积极的效果。比较方程(3)与方程(6)容易知道,两方程的系统结构一致,输入信号幅度一样,所不同的仅仅是输入的时间(或频率)尺度不同。只要能够确定两方程时间尺度的对应关系,那么就可以将两方程的频率关系确定下来,即确定大频率或高频与小频率或低频的映射关系,这就是二次采样频率变换的核心所在。

2.2 双稳系统参数调节的高频双稳确定共振机理

双稳系统参数 a 和 b 的调节是否能够实现高频或大频率信号的双稳确定共振,可以仿照二次采样频率变换的过程进行分析。仍然以系数 R 作为变换因子,为易于比较,设方程(3)中参数 a 和 b 及轨道解 x 有下列变换

$$a' = Ra, \quad b' = R^3 b, \quad x' = x/R, \quad (7)$$

于是方程(3)变换为

$$\frac{dx'}{dt} = \frac{1}{R} [a'x' - b'x'^3 + A\sin(2\pi f_0 t)]. \quad (8)$$

如果继续将系数 R 引入到方程(8)的时间和频率尺度的变换,并保持输入信号特征不变,即令 $f_0' = Rf_0$ 和 $t' = t/R$,则方程(8)又可变换为

$$\frac{dx'}{dt'} = a'x' - b'x'^3 + A\sin(2\pi f_0' t'). \quad (9)$$

根据2.1节的分析,同样由于都是通过 R 的等价代换,因此方程(8),(9)与方程(3)有同样的轨道解形式,只是在数值上方程(8)和(9)的解 x' 需要按照 $x = x'/R$ 恢复为方程(3)的解 x 。所以,对于图2

的高频情况,不管 R 取何值,无论是方程(8)在原来 t 尺度的大频率 f_0 处还是方程(9)在变换 t' 尺度的小频率 f_0' 处都不会产生相应的双稳确定共振,系统响应仍然都是图2形式。方程(9)不能在 f_0' 处产生双稳确定共振容易理解,因为其系统参数的变化引起系统的势垒和势阱间距的变化,与变换后的 f_0' 在原幅度 A 下已无法匹配形成共振,这一点与方程(5)的情况类似。所以由系统参数变换所引起的时间和频率尺度的改变一般无法实现变换频率处的双稳确定共振。下面不考虑方程(9),重点研究方程(8)。

方程(8)只涉及系统参数变换而时间频率尺度不变,它与方程(5)有相同的构造形式,但二者区别是方程(8)只调节系统参数而方程(5)只调节时间频率尺度,二者的解的数值相差 R 倍数。为研究方程(8)的双稳响应特性,仿照方程(5)到方程(6)的转化,将方程(8)中的系数 $1/R$ 去掉得

$$\frac{dx}{dt} = a'x' - b'x'^3 + A\sin(2\pi f_0 t). \quad (10)$$

对方程(10)按照图2的大频率参数进行求解,当变换系数 $R=1000$ 时,方程(10)的解象方程(6)那样也达到双稳确定共振,如图3,其中只显示5000点数据长度。图3清楚地表明,按照方程(10),不改变输入而只改变系统结构即调节系统参数是可以实现高频或大频率双稳确定共振的。称方程(10)是系统参数调节的双稳变换方程。

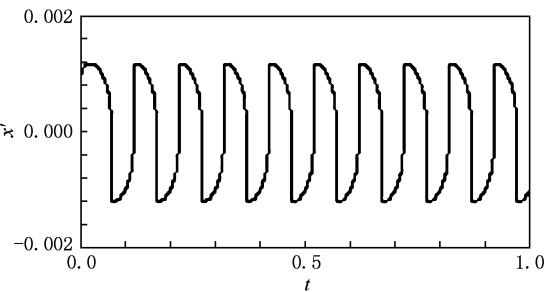


图3 确定性双稳模型调节系统参数的大频率响应 $a' = 1000$, $b' = 1000^3$, $A = 0.5$, $f_0 = 10$

同样也是一个系数的取舍,从方程(8)到方程(10)的转化也产生了积极的效果。方程(10)通过系统参数调节改变了系统结构,使得系统的势垒和势阱间距分别变换为 $\Delta U' = \Delta U/R$ 和 $\Delta x' = \Delta x/R$ 。显然,由于 $R \gg 1$,因此系统变换后的势垒和势阱间距被压缩得很小,与变换前的双稳系统结构相比,变换后的系统几乎可看成一个“微双稳系统”。于是,幅度不变的高频输入信号在极低的势垒和极短的

势阱间距条件下,可轻易越过势垒并消耗很少的时间快速在两微势阱之间做来回的跃迁运动。或者说,在新的微双稳结构 $\Delta U'$ 和 $\Delta x'$ 条件下,高频信号与之达到匹配产生双稳确定共振。

2.3. 确定性双稳模型的统一与各参数间的关联性

方程(10)系统参数调节的双稳共振与方程(6)二次采样频率变换的双稳共振有着不同的实现机理。一方面,方程(10)直接在高频处实现双稳确定共振,而方程(6)是在与高频映射对应的低频处实现双稳确定共振。另一方面,从系统结构变化上看,方程(6)不改变双稳结构直接在原系统结构上产生双稳确定共振,而方程(10)要改变双稳结构来产生双稳确定共振。

仔细分析方程(10)和方程(6)可以发现,如果把方程(10)的系统参数和响应轨迹的尺度还原回去,同时把方程(6)的时间频率尺度也还原回去,那么会得到同一个方程

$$\frac{dx}{dt} = R[a x - b x^3 + A \sin(2\pi f_0 t)], \quad (11)$$

称方程(11)为共性变换方程。由于是同一个系数 R 的等价变换,因此方程(11)与方程(10)和(6)有相同形式的解或有相同的响应波形。也即是说,共性变换方程(11)仅仅通过一个尺度系数 R 的变换调整就可将方程(10)和(6)进行统一,实现高频双稳确定共振。

进一步比较方程(3)和方程(11),两方程只差一个系数 R ,方程(3)等号右端整体乘以系数 R 就是方程(11),这说明只要将方程(3)的系统参数 a 和 b 以及信号幅度 A 都同时放大(或缩小) R 倍就能够实现高频或大频率的双稳确定共振。例如,对于图 2 的大频率参数,当 $R = 1000$ 时,方程(11)的解的形式就是图 3,只是解的数值大小是图 3 的 1000 倍;或当 $R = 1000$ 时,方程(11)的解就是图 1,只是解的时间尺度是图 1 的 $1/1000$ 倍。

显然,方程(11)也是通过改变系统结构实现双稳确定共振的,但其实现机制不同于方程(10)的情况。方程(10)把双稳系统的势垒和势阱间距同时缩小,而方程(11)只把势垒抬高了 R 倍,即 $\Delta U' = R\Delta U$,而保持势阱间距不变,有 $\Delta x' = \Delta x$ 。在势垒增高的情况下,本应该双稳跃迁更难实现,但因方程(11)把信号幅度也同时放大 R 倍,即 $A' = RA$,则有可能高频信号在新势垒 $\Delta U'$ 的双稳结构和新的信号幅度 A' 下达到匹配而产生双稳确定共振。

上述分析一直未考虑变换对系统临界值的影响,而是从双稳结构的变化与信号本身的关系进行了讨论。实际上,二次采样频率变换方程(6)和双稳系统参数调节方程(10)对系统的临界值 A_c 不产生影响,正如两方程对信号幅度不产生影响一样。共性变换方程(11)使临界值扩大了 R 倍,但同时也使信号幅度扩大了 R 倍。所以从临界值角度看,无论方程(6),(10)和(11)的哪个变换,始终信号幅度大于系统的临界值,这为双稳共振的产生具备了基本条件。

3. 双稳随机共振模型的调参研究

当噪声存在时,双稳动力方程是随机方程(2),此时即使信号幅度 $A < A_c$,在噪声的帮助下,双稳系统的响应也能够产生双阱跃迁的双稳随机共振。例如,取噪声强度 $D = 0.31$,信号幅度 $A = 0.3$,其他参数同(4)式,则方程(2)在 $A < A_c$ 时可得到随机共振响应,如图 4 所示,其中只显示 5000 点数据长度。

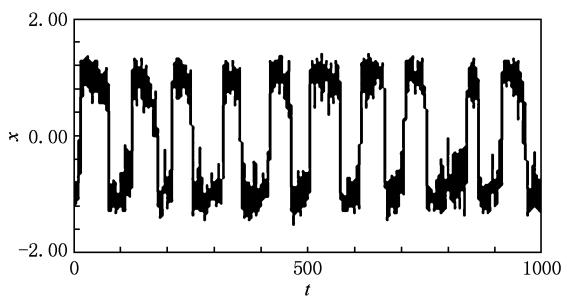


图 4 随机双稳模型的小频率响应 $a = b = 1, A = 0.3, f_0 = 0.01, D = 0.31$

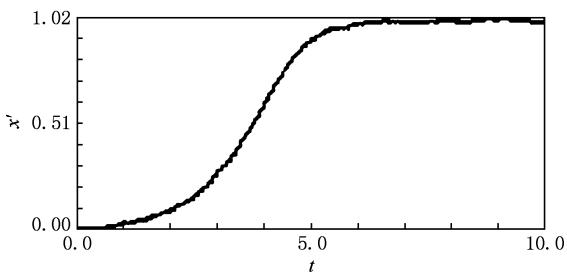


图 5 随机双稳模型的大频率响应 $a = b = 1, A = 0.3, f_0 = 10, D = 0.31$

如果把信号频率提高,例如仍然取 $f_0 = 10$,其他参数同图 4 的参数,则方程(2)的响应如图(5)所示。可以看到,由于信号频率超出随机共振要求的

小频率范围,因此噪声的作用不足以使系统响应达到双稳随机共振,最终系统响应只能维持在一个阱内的振荡.

如同双稳确定共振分析那样,下面以图 5 为基准,探讨二次采样频率变换和双稳系统参数调节的高频随机共振机理.

3.1. 随机双稳模型的统一与各参数间的关联性

如果随机方程(2)分别按照二次采样频率变换方程(6)和双稳系统参数调节方程(10)以及共性变换方程(11)的方式进行变换,那么可分别对应得到下列方程:

$$\frac{dx}{dt'} = ax - bx^3 + A \sin(2\pi f_0 t') + n(t'), \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{dx'}{dt} &= a'x' - b'x'^3 \\ &\quad + A \sin(2\pi f_0 t) + n(t), \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= R[ax - bx^3 \\ &\quad + A \sin(2\pi f_0 t) + n(t)], \end{aligned} \quad (14)$$

比较方程(2)和方程(12),其噪声都可表示为 $n(\tau) = \sqrt{2D}\xi(\tau)$, D 是噪声强度, $\xi(\tau)$ 是均值为 0 方差为 1 的高斯白噪声. 无论噪声 $n(\tau)$ 的时间尺度 τ 是方程(2)的 t 还是方程(12)的 t' , 噪声强度都是 D ,也就是说,方程(2)到方程(12)的时间频率尺度变换不影响噪声强度的大小,或者说方程(2)和(12)是相同噪声强度的噪声在不同时间尺度下的分布. 于是,只要方程(12)的变换频率 f_0 进入到随机共振的小参数频率范围,那么方程(12)的解就可以达到随机共振. 例如,令二次采样频率变换比 $R = 1000$,则方程(12)对图 5 参数的解就是图 4 的随机共振. 原因很简单,二次采样频率变换只改变了方程(2)的时间频率尺度,而没有改变方程(2)的双稳系统结构和噪声强度大小,变换后的参数与图 4 参数一样.

对于方程(2)到方程(13)的系统参数调节变换,噪声强度与分布都未发生变化,两方程的噪声一致. 根据方程(10)的分析,在极低的势垒和极短的势阱间距的微双稳系统条件下,尽管信号频率超出随机共振的小频率范围,但信号仍然可轻易越过势垒并在极短的时间内快速在两微势阱之间做来回的跃迁运动,形成高频随机共振. 例如,当变换系数 $R = 1000$ 时,方程(13)对图 5 参数的解如图 6 所示,其中只显示 5000 点数据长度. 比较图 6 与图 4,实际上两图形完全一致,只是纵、横坐标值相差 1000 倍,这一点参照双稳确定共振分析易于理解.

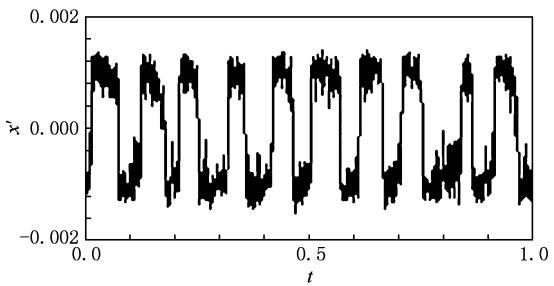


图 6 随机双稳模型调节系统参数的大频率响应 $a' = 1000$, $b' = 1000^3$, $A = 0.3$, $f_0 = 10$, $D = 0.31$

如果把方程(12)和(13)分别按照 R 尺度和变换式(7)进行还原,则两方程都变成方程(14),也称为共性变换方程. 既然是同一尺度变换的不同形式的方程,当然(12),(13)和(14)方程有同样的解形式或图形,差别仅仅是解的数值的倍数关系. 与方程(2)比较,方程(14)是将方程(2)的系统参数 a 和 b 以及信号幅度 A 和噪声 $n(t)$ 都同时放大(或缩小) R 倍而实现高频或大频率随机共振的,其随机共振机理这里不再赘述,可参考方程(11).

因此,含噪声的共性变换方程(14)可通过一个尺度系数 R 的变换调整就能将方程(12)和(13)进行统一,实现高频或大频率的随机共振.

3.2. Kramers 逃逸速率与双稳系统参数和二次采样频率尺度的调谐关系

文献[11]曾对 Kramers 逃逸速率与双稳系统参数和二次采样频率尺度的关联性进行了讨论,认为 Kramers 逃逸速率存在极限值,该极限值制约了系统参数调节产生大频率的随机共振,而只能靠二次采样频率的压缩实现大频率的随机共振. 实际上,这一结论仅仅考虑了双稳系统参数 a 和 b 中的某一个因素,而没有把两参数因素联合起来进行考虑,因此具有一定的局限性. 下面将双稳系统参数 a 和 b 相互联系起来考虑,进一步阐述双稳系统参数调节的高频随机共振机理.

根据双稳方程(2),Kramers 逃逸速率 r_k 可表示为

$$r_k = \frac{a}{\sqrt{2\pi}} \exp(-a^2/4bD). \quad (15)$$

在一定噪声强度范围内,分别调节参数 a 或 b 都会使 Kramers 逃逸速率 r_k 趋于一个极限值 r_{klim} ^[11],如果系统输入信号频率 f_0 小于这一极限值

的一半,且存在 $r_k/2 = f_0$,那么随机共振现象可以产生. 反之,如果系统输入信号频率 f_0 超过极限值 r_{klim} 的一半,那么单独调节参数 a 或 b ,系统响应是很难产生随机共振现象的. 现在同时对系统参数 a 和 b 进行调节,调节规则是同时使 a 和 b 增大(或缩小),例如按照变换式(7)同时调节 a 和 b ,那么会得到图 7 的 Kramers 逃逸速率与噪声关系的 r_k-D 曲线.

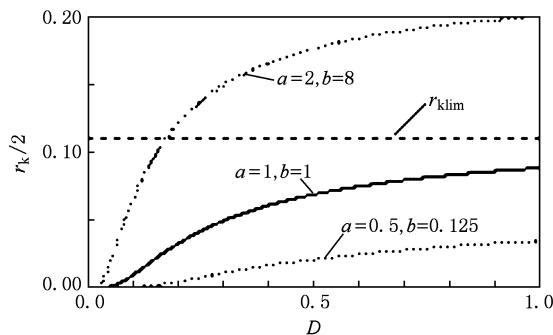


图 7 Kramers 逃逸速率 r_k 随噪声强度 D 的变化

从图 7 知,在一定噪声强度范围内,如 $D < 1$,单参数 a 或 b 调节的 Kramers 逃逸速率存在极限值,如 $a = 1$ 和 $b = 1$ 时该极限值比 0.1 稍大一些,见图中的水平虚线. 但当同时对 a 和 b 调节时,随着 a 和 b 的同时增大(或缩小), r_k-D 曲线可以整体一直上移(或下移),不存在 Kramers 逃逸速率极限值的限制. 这意味着,如果信号频率 f_0 很大,那么可以不断同时增大 a 和 b 来提高逃逸速率 r_k 值向 $2f_0$ 靠近,直到 Kramers 逃逸速率与信号频率达到匹配,即在高频或大频率处实现随机共振.

比较二次采样频率变换与双稳系统参数同时

调节两种实现随机共振的方法,前者是调节信号频率 f_0 趋于逼近 Kramers 逃逸速率的一半即 $r_k/2$,且 $r_k/2$ 通常属于小频率参数范围;而后者则是同时调节 a 和 b 使 $r_k/2$ 去逼近符合信号频率 f_0 .

因此,如果把某一条 Kramers 逃逸速率曲线看作随机共振频率曲线,那么无论信号频率 f_0 多大(或多小),二次采样频率尺度不改变系统结构可以把该信号频率映射变换到随机共振频率曲线上来实现随机共振,而双稳系统参数的同时调节则通过改变系统结构驱使随机共振频率曲线穿越信号频率点来达到随机共振.

4. 结 论

本文研究了双稳系统调参的高频或大频率共振机理,参数调节包括二次采样频率变换和双稳系统参数调节,前者是不改变双稳结构直接在原系统结构上在与高频映射对应的低频处实现共振,而后者是调参改变双稳结构直接在高频处实现共振. 二次采样频率变换和双稳系统参数调节的变换方程均可统一成为一个共性变换方程,此共性变换方程也是通过一个尺度系数的变换调整就可实现高频或大频率的双稳确定共振或随机共振. 当同时调节双稳系统两参数时,Kramers 逃逸速率将不存在极限值. 这也就是说,随机共振信号的频率不再因为 Kramers 逃逸速率而被限制在小频率参数范围内. 因此,高频或大频率的随机共振既可通过二次采样频率尺度把任意信号频率映射变换到随机共振的频率尺度上实现,也可通过同时调节双稳系统参数使 Kramers 逃逸速率的一半达到实际信号的大频率来实现.

- [1] Benzi R, Sutera A, Vulpiana A 1981 *Phys. A* **14** L453
- [2] Benzi R, Parisi G, Sutera A, Vulpiana A 1982 *Tellus* **34** 11
- [3] Jung P 1995 *Phys. Lett. A* **220** 219
- [4] Xu B H, Duan F B, Bao R H, Li J L 2002 *Chaos, Solitons Fract.* **13** 633
- [5] Mason J, Lindner J F, Neff J, Ditto W L, Bulsara A R, Spano M L 2000 *Phys. Lett. A* **277** 13
- [6] Li J L 2009 *Chin. Phys. B* **18** 5196
- [7] Lin M, Huang YM, Fang L M 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2041
(in Chinese) [林 敏、黄咏梅、方利民 2008 物理学报 **57** 2041]
- [8] Leng Y G, Wang T Y, Qin X D 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 717
- [9] Leng Y G, Leng Y S, Wang T Y, Guo Y 2006 *Journal of Sound and Vibration* **292** 788
- [10] Leng Y G, Wang T Y, Guo Y 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 30 (in Chinese) [冷永刚、王太勇、郭 炜 2007 物理学报 **56** 30]
- [11] Leng Y G 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 5184 (in Chinese) [冷永刚 2009 物理学报 **58** 5184]
- [12] Kaufman I Kh, Luchinsky D G, McClintock P V E, Soskin S M, Stein N D 1996 *Phys. Lett. A* **220** 219
- [13] Iacyel Gomes, Claudio R Mirasso, Raul Toral, Calvo O 2003 *Phys. A* **327** 115

Mechanism of high frequency resonance of parameter-adjusted bistable system^{*}

Leng Yong-Gang[†]

(School of Mechanical Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

(Received 15 March 2010; revised manuscript received 19 May 2010)

Abstract

For clarifying the response of a bistable system to a high-frequency signal, the mechanism of high-frequency resonance with parameter-adjusted bistable system is investigated. It was shown that the method of twice sampling frequency transformation does not change the bistable system structure to realize resonance at the low frequency corresponding to the high frequency, and that the method of tuning bistable system parameters can directly realize resonance at the high frequency through adjusting the system parameters to change the system structure. The reason for the realization of high-frequency stochastic resonance of tuning system parameters is that adjusting the two parameters of the bistable system simultaneously leads to no limiting value for Kramers rate, and hence the limitation of stochastic resonance frequency within small frequency range is broken through.

Keywords: bistable system, high frequency resonance, twice sampling frequency transformation, tuning of system parameters

PACS: 05.45.-a, 05.40.-a, 02.60.Cb

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 50975202).

† E-mail: leng_yg@tju.edu.cn