

基于神经网络和滑模控制的不确定混沌系统同步*

李华青[†] 廖晓峰 黄宏宇

(重庆大学计算机学院, 重庆 400044)

(2010年4月12日收到; 2010年5月21日收到修改稿)

基于滑模控制技术和径向基函数神经网络, 设计出一种神经滑模控制器, 实现了两个不确定混沌系统的同步. 控制器的设计不依赖于系统的数学模型, 只与系统的输出状态有关, 而且对参数不确定性和外界干扰具有较强的稳健性. 最后, 利用本方法设计出控制器实现了未知 Lorenz 系统的自同步、未知 Lorenz 系统与 Chen 系统之间的异结构同步, 而且响应时间短, 同步效果好.

关键词: 混沌同步, 滑模控制, 神经网络, 不确定混沌系统

PACS: 05.45.Xt

1. 引言

1990年, Pecora 和 Carroll^[1] 在混沌同步方面作了开创性的研究工作. 混沌同步在物理、通信、信息科学、生物工程等领域都有较好的应用前景, 这激发了许多学者的研究热情. 各种混沌同步方法相继被提出^[2-11], 如耦合同步法^[2]、变结构同步法^[3]、自适应同步法^[4]、线性和非线性反馈同步法^[5-7]、脉冲同步法^[8,9]、投影同步法^[10,11] 和其他方法^[12-29]. 这些同步方法大多都是在假设模型参数确定不变和没有外界干扰的前提下给出的, 即使有模型参数不确定性和外界干扰的影响, 通常也仅是考虑它们满足一定的匹配条件. 在实际应用中, 限于测量条件和工具的限制, 外界很难精确知道系统的数学模型, 即系统对于外界往往是未知的, 或者系统受外界干扰是时变的, 且外界干扰往往不满足某种匹配条件. 在这种情况下, 大量依赖系统数学模型的同步方法就会失效^[12,13]. 但人们能够较容易地获得系统各个状态的输出, 因此寻找一种只需要状态输出的控制器来同步未知混沌系统的方法有较大的实际应用价值. 而这方面的研究还未见报道.

一方面, 考虑到径向基函数(RBF)神经网络是

一种局部逼近网络, 已经证明它能以任意精度逼近任意的连续函数^[14], 所以 RBF 具有较强的处理不确定性和外界干扰的能力. 另一方面, 滑模变结构控制技术对于满足一定匹配条件的模型不确定性和外界干扰具有较强稳健性, 因此被广泛用于控制领域, 但是常规滑模变结构控制伴随的抖振会产生稳态误差, 这在一定程度上限制了它在混沌控制中的深入应用^[12]. 基于以上考虑, 本文设计一种含有积分项的滑模面(可以在一定程度上减弱抖振), 利用滑模变结构控制技术和 RBF 神经网络, 设计一种神经滑模控制器来同步未知混沌系统. 具体步骤为: 首先设计出 n (系统维数) 个含有积分项的滑模面, 然后分别以这 n 个滑模面为输入设计 n 个 SISO (单入单出) 的 RBF 神经网络, n 个控制器分别为这 n 个 RBF 神经网络的输出. 按照滑模趋近条件推导出各个网络权值的在线调整规律. 设计这种控制器只需要系统的状态输出, 不必知道系统的精确数学模型, 追踪切换控制代价较小, 而且对系统参数不确定性和外界干扰具有较强的稳性. 本方法还可以实现混沌系统的投影步、广义同步以及对参考信号的追等. 控制器和网络权值在线调整规律可以具有相同的形式, 只需要修改滑模面即可. 最后通过仿真实验对该同步方法进行了验证.

* 中央高校基本科研业务费(批准号: CDJXS10180012) 和国家自然科学基金(批准号: 60973114, 61003247) 资助的课题.

[†] E-mail: lhq_jsack@126.com

2. 问题描述

考虑以下两个同步的混沌系统:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= (A_1 + \Delta A_1)x + f_1(x, t) \\ &\quad + \Delta f_1(x, t) + d_1(t), \\ \dot{y} &= (A_2 + \Delta A_2)y + f_2(y, t) \\ &\quad + \Delta f_2(y, t) + d_2(t) + u(t), \end{aligned} \quad (1)$$

这里 $x, y \in R^n$ 为系统状态变量; $A_1, A_2 \in R^{n \times n}$ 为定常矩阵; $f_1(\cdot), f_2(\cdot)$ 为光滑的非线性矢量; $\Delta A_1 x, \Delta A_2 y$ 为线性扰动项; $\Delta f_1(x, t), \Delta f_2(y, t)$ 为非线性扰动项; $d_1(t), d_2(t)$ 为外部干扰; $u(t) \in R^n$ 为控制输入. 定义状态误差为 $e = y - x = [e_1, e_2, \dots, e_n]^T$, 我们的目标是充分利用 RBF 神经网络的在线学习能力与滑模变结构控制技术来设计一组控制器 $u(t) \in R^n$ 使得 $\lim_{t \rightarrow \infty} |e_i(t)| = 0$. 定义 n 个滑模面为

$$s_i = c_i \int_0^t e_i(\tau) d\tau + e_i(t), \quad (2)$$

其中 $c_i > 0$. 根据神经网络的逼近原理, 任何一个连续的非线性函数都可以通过理想权值和充分多的输入基函数的神经网络来以任意精度逼近^[14,15]. 为此我们设计第 i 个神经滑模控制器为

$$\begin{aligned} u_i(t) &= \sum_{j=1}^m \omega_{ij} \exp\left(-\frac{\|s_i - c_{ij}\|^2}{b_{ij}}\right) \\ &\quad (i = 1, 2, \dots, n), \end{aligned} \quad (3)$$

这里 m 为隐含层个数, $\omega_{ij}, c_{ij}, b_{ij} \in R^{n \times m}$. 接下来的任务就是根据滑模趋近条件来推导出 $m \times n$ 个网络权值的在线学习调整规律. 我们控制的目标是使得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} s_i(t) \dot{s}_i(t) \rightarrow 0. \quad (4)$$

那么第 i 个 RBF 神经权值调整指标为

$$E_i = s_i(t) \dot{s}_i(t), \quad (5)$$

则可以得到网络权值在线调整规律

$$\begin{aligned} d\omega_{ij} &= -\eta_i \frac{\partial E_i}{\partial \omega_{ij}(t)} \\ &= -\eta_i \frac{\partial s_i(t) \dot{s}_i(t)}{\partial \omega_{ij}(t)} \\ &= -\eta_i \frac{\partial s_i(t) \dot{s}_i(t)}{\partial u_i(t)} \frac{\partial u_i(t)}{\partial \omega_{ij}(t)} \\ &= -\eta_i s_i(t) \exp\left(-\frac{\|s_i - c_{ij}\|^2}{b_{ij}}\right), \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $\eta_i > 0$ 为网络学习率, $(i = 1, 2, \dots, n), (j = 1, 2, \dots, m)$.

从以上分析过程可以看出: 这种控制器只需要

系统的状态输出, 不必知道系统的精确数学模型, 追踪切换控制代价较小, 而且对系统参数不确定性和外界干扰具有较强的稳性.

3. 仿真实验

3.1. 混沌系统描述

Lorenz 系统的数学模型为

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= a(x_2 - x_1), \\ \dot{x}_2 &= cx_1 - x_1x_3 - x_2, \\ \dot{x}_3 &= x_1x_2 - bx_3, \end{aligned} \quad (7)$$

当 $a = 10, b = 8/3, c = 28$ 时, 系统(7)处于混沌状态.

Chen 系统的数学模型为

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= \alpha(y_2 - y_1), \\ \dot{y}_2 &= (\gamma - \alpha)y_1 - y_1y_3 + \gamma y_2, \\ \dot{y}_3 &= y_1y_2 - \beta y_3, \end{aligned} \quad (8)$$

当 $\alpha = 35, \beta = 3, \gamma = 28$ 时, 系统(8)处于混沌状态.

3.2. Lorenz 系统的自同步

仿真实验中采用步长为 0.001 的四阶龙格-库塔法, 主 Lorenz 系统的初始值选取为 $[0.2, 0.91, 3]$; 线性扰动项为 $\delta a = 0.05, \delta b = 0.04, \delta c = 0.03$; 非线性扰动项为 $\Delta f_{11} = 0, \Delta f_{12} = 0.1x_1x_3, \Delta f_{13} = 0.2x_1x_2$; 外界扰动为 $d_{11}(t) = 0.5\sin(2\pi t), d_{12}(t) = 0.3\cos(\pi t), d_{13}(t) = 0.5\sin(2\pi t)$. 从 Lorenz 系统的初始值选取为 $[3, 2, 1]$, 线性扰动项为 $\delta a = 0.03, \delta b = 0.04, \delta c = 0.05$; 非线性扰动项为 $\Delta f_{21} = 0, \Delta f_{22} = 0.2x_1x_3, \Delta f_{23} = 0.1x_1x_2$; 外界扰动为 $d_{21}(t) = 0.4\sin(2\pi t), d_{22}(t) = 0.4\sin(2\pi t), d_{23}(t) = 0.4\sin(2\pi t)$; 滑模面系数为 $c_1 = c_2 = c_3 = 5$; RBF 神经网络的隐含层个数为 $m = 7$, 高斯函数的参数为

$$\begin{aligned} b &= \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}, \\ c &= \begin{bmatrix} -5 & -3 & -1.5 & 0 & 1.5 & 3 & 5 \\ -5 & -3 & -1.5 & 0 & 1.5 & 3 & 5 \\ -5 & -3 & -1.5 & 0 & 1.5 & 3 & 5 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

网络初始值随机选取, 网络学习率为 $\eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = 1040$, 仿真结果如图 1, 2 所示.

3.3. Lorenz 系统与 Chen 系统的异结构同步

主 Lorenz 系统的参数与 3.2. 节选取相同的值;

从 Chen 系统的初始值选取为 $[3, 2, 1]$; 线性扰动项为 $\delta\alpha = 0.03, \delta\beta = 0.04, \delta\gamma = 0.05$; 非线性扰动项为 $\Delta f_{21} = 0, \Delta f_{22} = 0.2x_1x_3, \Delta f_{23} = 0.1x_1x_2$; 外界扰动为 $d_{21}(t) = 0.4\sin(2\pi t), d_{22}(t) = 0.4\sin(2\pi t), d_{23}(t) = 0.4\sin(2\pi t)$; RBF 神经网络的所有参数与 3.2.

节相同. 仿真结果如图 3,4 所示. 从以上仿真结果可以看出: 两个系统的状态变量在利用本方法设计的控制器的作用下达到了同步, 同步所需要的响应时间很短而且同步效果较好.

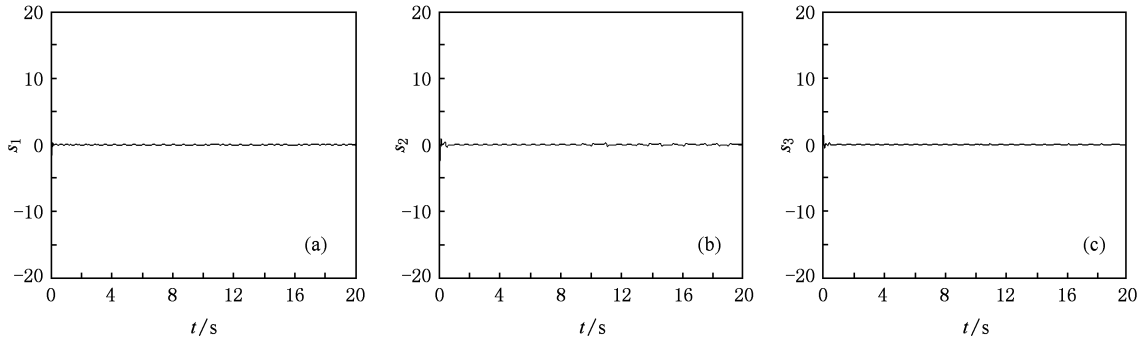


图 1 Lorenz 系统自同步误差随时间的演化曲线 (a) e_1 , (b) e_2 , (c) e_3

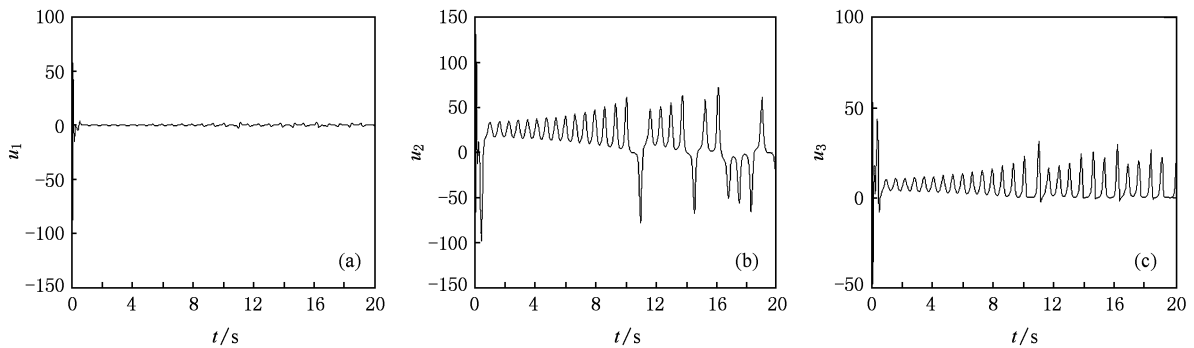


图 2 Lorenz 系统自同步时控制输入随时间的演化曲线 (a) u_1 , (b) u_2 , (c) u_3

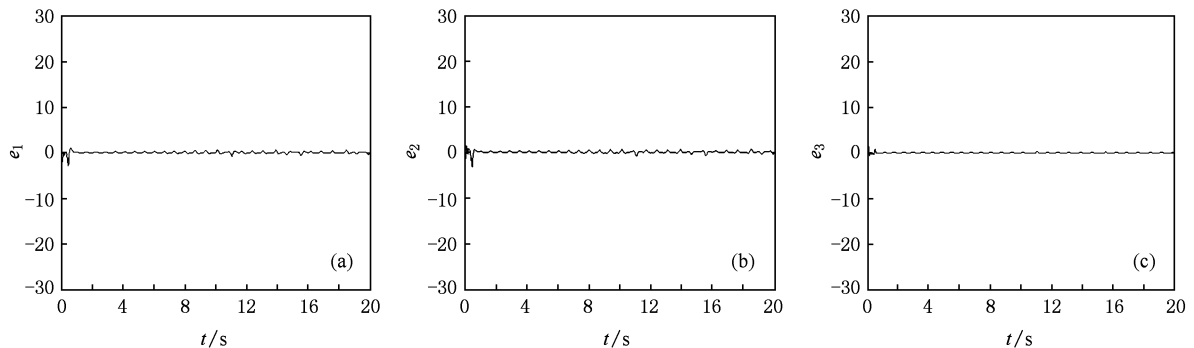


图 3 Lorenz 系统和 Chen 系统的同步误差随时间的演化曲线 (a) e_1 , (b) e_2 , (c) e_3

本文提出方案的同步性能指标取决于 RBF 网络的隐含层个数、高斯函数参数、学习率和滑模面系数. 控制器的设计只需知道需要同步的系统状态变量即可, 不需要其他的非线性信息. 到目前为止,

许多经典的同步方法都是通过直接或者间接地抵消掉响应系统的非线性项来达到系统同步的目的. 但是这些方法一方面由于非线性项的难于测量而难应用于实际领域, 另一方面也会减弱受控系统的

非线性动力学行为. 本文通过结合 RBF 神经网络与滑模控制技术, 解决了传统同步方法存在的这些不足. 因为在同步过程中只需要系统的状态信息, 而不需要其他的任何非线性信息, 这就使得响应系统的动力学行为不受影响. 所以, 本方法在同步两个

混沌系统方面具有较好的应用前景. 此外, 本方法还可以实现混沌系统的投影同步、广义同步以及对参考信号的追踪控制等, 并且控制器和网络权值在线调整规律可以具有相同的形式, 只需要修改滑模面即可.

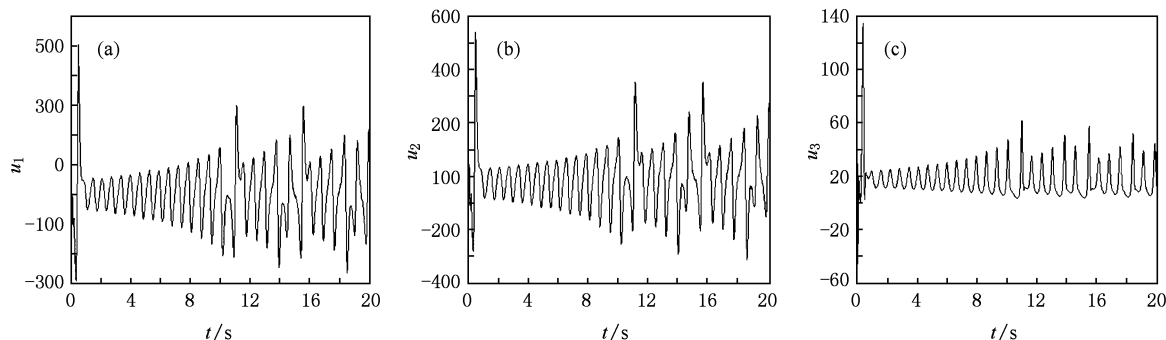


图4 Lorenz 系统和 Chen 系统的控制输入随时间的演化曲线 (a) u_1 , (b) u_2 , (c) u_3

4. 结 论

本文提出一种普遍适用的未知混沌系统的同步方法. 所设计的神经滑模控制器和网络权值在线调整规律具有统一的形式. 该方法不依赖于系统的

数学模型, 只与系统的状态输出有关, 而且对参数不确定性和外界干扰具有较强的稳健性. 当两个系统都存在系统参数不确定性和外界扰动时, 使用本方法能较好地实现同步. 该方法还适用于广义同步、投影同步和追踪控制.

- [1] Pecora L M, Carroll T L 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 821
- [2] Lü J H, Zhou T S 2002 *Chaos Soliton. Fract.* **14** 529
- [3] Yin X H, Ren Y, Shan X M 2002 *Chaos Soliton. Fract.* **14** 1077
- [4] Han X, Lu J A, Wu X 2004 *Chaos Soliton. Fract.* **22** 221
- [5] Tao C H, Lu J A, Lü J H 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1497 (in Chinese) [陶朝海、陆君安、吕金虎 2002 物理学报 **51** 1497]
- [6] Chen Z S, Sun K H, Zhang T S 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2580 (in Chinese) [陈志胜、孙克辉、张泰山 2005 物理学报 **54** 2580]
- [7] Sarasola C, Torrealdea F J, Anjou A D 2003 *Int. J. Bifurc. Chaos* **13** 177
- [8] Chen S H, Yang Q, Wang C P 2004 *Chaos Soliton. Fract.* **20** 751
- [9] Sun J T, Zhang Y P 2003 *Phys. Lett. A* **36** 306
- [10] Liu J, Chen S H, Lu J A 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1595 (in Chinese) [刘杰、陈士华、陆君安 2003 物理学报 **52** 1595]
- [11] Wang X Y, Wang Y 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 2498 (in Chinese) [王兴元、王勇 2007 物理学报 **56** 2498]
- [12] Guo H J, Liu J H 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 4080 (in Chinese) [郭会军、刘君华 2004 物理学报 **53** 4080]
- [13] Yang S K, Chen S L, Yan H T 2002 *Chaos Soliton. Fract.* **13** 767
- [14] Guan X P, Tang Y G, Fan Z P, Wang Y Q 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2112 (in Chinese) [关新平、唐英干、范正平、王益群 2001 物理学报 **50** 2112]
- [15] Hornik K, Stinchcombe M, White H 1989 *Neural Networks* **2** 359
- [16] Liu J K 2005 *Matlab Simulation for Sliding Mode Control* (Beijing: Tsinghua University Press) pp13—226 (in Chinese) [刘金坤 2005 滑模变结构控制 MATLAB 仿真 (北京:清华大学出版社) 第 13—226 页]
- [17] Ropaei M, Zolghadri M 2009 *Nonl. Anal. Theo. Meth. Appl.* **71** 4430
- [18] Hajian M, Markadeh G 2009 *Ener. Conv. Mana.* **50** 2296
- [19] Kong C C, Chen S H 2009 *Chin. Phys. B* **18** 91
- [20] Yu D C, Wu A G, Yang C P 2005 *Chin. Phys. B* **14** 914
- [21] Guo H J, Yin Y W, Wang H M 2008 *Chin. Phys. B* **17** 1652
- [22] Lou X Y, Cui B T 2008 *Chin. Phys. B* **17** 4434
- [23] Li L X, Peng H P, Guan B Z, Xu J M 2001 *Chin. Phys. B* **10** 708
- [24] Yue Y J, Feng R P 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 440 (in Chinese) [薛月菊、冯汝鹏 2001 物理学报 **50** 440]

- [25] Liu D, Yan X M 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3747 (in Chinese)
[刘 丁、闫晓妹 2009 物理学报 **58** 3747]
- [26] Li X C, Xu W, Xiao Y Z 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 4721 (in Chinese) [李秀春、徐 伟、肖玉柱 2008 物理学报 **57** 4721]
- [27] Liu F C, Song J Q 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 4729 (in Chinese)
[刘福才、宋佳秋 2008 物理学报 **57** 4729]
- [28] Yang T, Shao H H 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 4584 (in Chinese)
[杨 涛、邵惠鹤 2005 物理学报 **54** 4584]
- [29] Yau H T, Yan J J 2009 *Nonl. Anal. Real World Appl.* **10** 1480

Synchronization of uncertain chaotic systems based on neural network and sliding mode control *

Li Hua-Qing[†] Liao Xiao-Feng Huang Hong-Yu

(College of Computer Science, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

(Received 12 April 2010; revised manuscript received 21 May 2010)

Abstract

The synchronization between two unknown chaotic systems is achieved by designing a controller based on the sliding mode control technique and radial basis function neural network. The controller design method is independent of the system mathematical model, but only depends on the output of the system state. Moreover, it is robust to parameter uncertainties and the outside interference. Finally, synchronization between unknown Lorenz systems and between unknown Lorenz system and Chen system are achieved using the proposed method. The response time is very short and the synchronization performance is good.

Keywords: chaos synchronization, sliding mode control, neural network, uncertain chaotic system

PACS: 05.45.Xt

* Project Supported by the Fundamental Research Funds for the Central Universities of China(Grant No. CDJXS10180012) and the National Natural Science Foundation of China(Grant Nos. 60973114,61003247).

[†] E-mail: lhq_jsack@126.com