

多孔介质中卡森流体的分形分析*

员美娟^{1)†} 郁伯铭²⁾ 郑伟³⁾ 袁洁¹⁾

1) (武汉科技大学理学院应用物理系, 冶金工业过程系统科学湖北省重点实验室, 武汉 430081)

2) (华中科技大学物理学院, 武汉 430074)

3) (中国科学院测量与地球物理研究所动力大地测量学重点实验室, 武汉 430077)

(2009年12月30日收到; 2010年4月21日收到修改稿)

研究了非牛顿流体中的卡森流体在多孔介质中的流动特性. 基于服从分形分布的弯曲毛细管束模型, 运用分形几何理论推导出了该流体在多孔介质中流动的流量、流速、启动压力梯度和有效渗透率的分形解析解. 模型中的每一个参数都有明确的物理意义, 它将卡森流体在多孔介质中的流动特性与多孔介质的微结构参数有机联系起来. 文中给出了卡森流体的流速、启动压力梯度和有效渗透率随着各影响因素的变化趋势, 并进行了讨论. 所得分形模型可以更深刻地理解卡森流体在多孔介质中流动的内在物理机理.

关键词: 多孔介质, 卡森流体, 分形

PACS: 47.56.+r, 47.50.-d, 47.53.+n

1. 引言

自20世纪60年代以来, 多孔介质中的非牛顿流体流动特性越来越受到人们的广泛关注^[1-10]. 例如在油田开发中越来越多地涉及到非牛顿流体, 高黏度原油和高含水原油以及低渗透地层中原油, 在渗流过程中都明显地显示出非牛顿流体特性. 又如在生物渗流和工程渗流中, 非牛顿流体也具有普遍性. 因此深入研究和剖析非牛顿流体在多孔介质中的渗流特性是非常必要的. 卡森流体是一种典型的具有屈服应力值的非牛顿流体, 某些非牛顿流体如血液^[7]、巧克力^[8]、黄原胶溶液^[9]、含蜡原油^[10]等等, 其流动行为都呈现出卡森流动特性, 这些流体被称为卡森流体.

卡森流体的本构方程^[11]

$$\tau^{\frac{1}{2}} = \tau_0^{\frac{1}{2}} + \mu^{\frac{1}{2}} \cdot \dot{\gamma}^{\frac{1}{2}}, \quad (1)$$

其中 τ 是切应力, τ_0 是屈服应力, μ 是卡森黏度, $\dot{\gamma} = -dv/dr$ 是剪切速率. 当 $\tau_0 = 0$ 时, (1)式就简化成牛顿流体的本构方程.

由(1)式得卡森流体的表观黏度 μ_a 为

$$\mu_a = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} = \mu \left(1 - \sqrt{\frac{\tau_0}{\tau}} \right)^{-2}. \quad (2)$$

已有大量研究表明自然界中的多孔介质微结构服从分形几何规律, 且分形几何理论已被证实是分析多孔介质的强有力工具^[12-24], 因此可以用分形理论来研究多孔介质中卡森流体的流动特性.

2. 多孔介质分形几何理论

分形体累积数 N 与大小分布服从以下的标度关系^[24, 25]

$$N(L \geq r) = \left(\frac{r_{\max}}{r} \right)^{D_f}, \quad (3)$$

式中 r 为多孔介质的孔隙半径, r_{\max} 是最大孔隙半径, D_f 是孔隙分形维数.

对(3)式微分, 得到 r 和 $r + dr$ 区间里的孔隙数目

$$-dN = D_f r_{\max}^{D_f} r^{-(D_f+1)} dr, \quad (4)$$

上式 $-dN > 0$, 则表明孔隙数目随着孔尺寸的增加而减小.

弯曲通道的分形幂规律^[26]

$$L_t = L_0^{D_f} (2r)^{1-D_f}, \quad (5)$$

* 湖北省耐火材料与高温陶瓷重点实验室-省部共建国家重点实验室培育基地开放基金(批准号:G201009), 湖北省自然科学基金(批准号:2009CDB187), 冶金工业过程系统科学湖北省重点实验室开放基金(批准号:C201019), 国家自然科学基金重点项目(批准号:10932010)和中国科学院动力大地测量学重点实验室开放基金(批准号:L09-14)资助的课题.

† E-mail: yunmeijuanwei@yahoo.com.cn

其中 L_i 是毛细管通道的实际长度, L_0 为通道的直线长度, 由于毛细管的弯曲特性, 有 $L_i \geq L_0$. D_T 是迂曲度分形维数, $D_T = 1$ 意味着毛细管通道是直的, 此时 $L_i = L_0$. (5) 式表明了 L_i 与 r 有关, r 越大, L_i 越小, 即半径越大的毛细管其弯曲程度越小.

对(5)式微分, 得到

$$dL_i = L_0^{D_T-1} (2r)^{1-D_T} D_T dL_0. \quad (6)$$

3. 卡森流体在多孔介质中流动的分形模型

3.1. 多孔介质中卡森流体的总体积流量

卡森流体在单根毛细管中流量方程为^[25, 27]

$$q = \frac{\pi r^4}{8\mu} \left(-\frac{dp}{dL} \right) \left[1 - \frac{16}{7} \left(\frac{\tau_0}{\tau_w} \right)^{\frac{1}{2}} + \frac{4}{3} \left(\frac{\tau_0}{\tau_w} \right) - \frac{1}{21} \left(\frac{\tau_0}{\tau_w} \right)^4 \right], \quad (7)$$

其中 dp/dL 是施加在管两端的压力梯度, 流体在管壁处受到的切应力为: $\tau_w = -\frac{r}{2} \frac{dp}{dL}$, 由于管壁处的切应力远大于屈服应力, 即 $\tau_0/\tau_w \ll 1$ ^[28], (7) 式可以简化为

$$q = \frac{\pi r^4}{8\mu} \left(-\frac{dp}{dL} \right) \left[1 - \frac{16}{7} \left(\frac{\tau_0}{\tau_w} \right)^{\frac{1}{2}} \right]. \quad (8)$$

在真实多孔介质中, 毛细管通常是弯曲的, (8) 式改写为

$$q = \left(\frac{\pi r^4}{8\mu} \right) \left(-\frac{dp}{dL_i} \right) \left[1 - \frac{16}{7} \left(\frac{2\tau_0/r}{-dp/dL_i} \right)^{\frac{1}{2}} \right], \quad (9)$$

其中 dL_i 由(6)式给出.

由于多孔介质中弯曲毛细管的大小是不均匀的, 并且服从分形幂规律. 所以, 为求总流量, 需要对(9)式在整个孔隙范围内(从最小孔半径到最大孔半径)进行积分, 得到通过多孔介质某一横截面的流体的总流量为

$$\begin{aligned} Q &= - \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} q(r) dN \\ &= \frac{\pi \Delta p \cdot D_f r_{\max}^{3+D_T}}{2^{4-D_T} \mu L_0^{D_T} D_T (3 + D_T - D_f)} \left[1 - \left(\frac{r_{\min}}{r_{\max}} \right)^{3+D_T-D_f} \right] \\ &\quad - \frac{\pi 2^{1+\frac{D_T}{2}} \Delta p^{\frac{1}{2}} D_f r_{\max}^{3+\frac{D_T}{2}} \tau_0^{\frac{1}{2}}}{7\mu L_0^{\frac{D_T}{2}} D_f^{\frac{1}{2}} \left(3 + \frac{D_T}{2} - D_f \right)} \left[1 - \left(\frac{r_{\min}}{r_{\max}} \right)^{3+\frac{D_T}{2}-D_f} \right], \end{aligned} \quad (10)$$

其中 r_{\min} 和 r_{\max} 分别是孔隙的最小和最大半径, 式中

$1 < D_T < 2, 0 < D_f < 2$, 得 $3 + D_T - D_f > 2, 3 + D_T/2 - D_f > 1$, 又因为对于通常的多孔介质, $r_{\min}/r_{\max} \sim 10^{-2}$, 所以有: $(r_{\min}/r_{\max})^{3+D_T-D_f} \ll 1$ 和 $(r_{\min}/r_{\max})^{3+D_T/2-D_f} \ll 1$. 那么(10)式就可以简化为

$$\begin{aligned} Q &= \frac{\pi D_f r_{\max}^{3+D_T} \Delta p}{2^{4-D_T} \mu L_0^{D_T} D_T (3 + D_T - D_f)} \\ &\quad - \frac{\pi 2^{1+\frac{D_T}{2}} \Delta p^{\frac{1}{2}} D_f r_{\max}^{3+\frac{D_T}{2}} \tau_0^{\frac{1}{2}}}{7\mu L_0^{\frac{D_T}{2}} D_f^{\frac{1}{2}} (3 + D_T/2 - D_f)}. \end{aligned} \quad (11)$$

当流体的屈服应力 $\tau_0 = 0$ 时, 此时卡森模型简化为牛顿流体模型

$$Q = \frac{\pi D_f r_{\max}^{3+D_T} \Delta p}{2^{4-D_T} \mu L_0^{D_T} D_T (3 + D_T - D_f)}. \quad (12)$$

(12) 式与文献[29]中给出的多孔介质中牛顿流体的流量表达式相同.

对于直管, $D_T = 1$, (12) 式进一步简化为

$$Q = \frac{\pi D_f r_{\max}^4 \Delta p}{8\mu L_0 (4 - D_f)}. \quad (13)$$

(13) 式与文献[24]中给出的直管中牛顿流体的流量表达式相同.

3.2. 多孔介质中卡森流体的平均流速

多孔介质的横截面积表达式为^[30, 31]

$$A = \frac{\pi D_f}{\phi (2 - D_f)} r_{\max}^2 (1 - \phi). \quad (14)$$

其中 ϕ 是多孔介质的孔隙率.

用(13)式除以(14)式, 得到卡森流体通过多孔介质的平均流速

$$\begin{aligned} V &= \frac{(2 - D_f) \Delta p \cdot r_{\max}^{1+D_T} \phi}{2^{4-D_T} \mu L_0^{D_T} D_T (3 + D_T - D_f) (1 - \phi)} \\ &\quad - \frac{(2 - D_f) \Delta p^{\frac{1}{2}} 2^{1+\frac{D_T}{2}} r_{\max}^{1+\frac{D_T}{2}} \phi \tau_0^{\frac{1}{2}}}{7\mu L_0^{\frac{D_T}{2}} D_f^{\frac{1}{2}} \left(3 + \frac{D_T}{2} - D_f \right) (1 - \phi)}. \end{aligned} \quad (15)$$

由(11)和(15)式可以看出, 卡森流体在多孔介质中的流量和流速不仅与多孔介质的结构参数 (r_{\max}, D_T, D_f, L_0 和 ϕ) 和 多孔介质两端的压降 (Δp) 有关, 而且与卡森流体的特性参数 (τ_0 和 μ) 有关. 而传统方法研究流体在多孔介质中流动速度时一般采用体积平均的方法, 这样往往忽略了多孔介质微结构对流动速度的影响, 因而对流动机理的认识是不深刻的.

(15) 式中当流体的屈服应力 $\tau_0 = 0$ 时, 简化为牛顿流体通过多孔介质的平均流速

$$V = \frac{(2 - D_f) \Delta p \cdot r_{\max}^{1+D_T} \phi}{2^{4-D_T} \mu L_0^{D_T} (3 + D_T - D_f) (1 - \phi)}. \quad (16)$$

(16)式与文献[29]中给出的多孔介质中牛顿流体的流速表达式相同.

对于直管, $D_T = 1$, (16)式进一步简化为

$$V = \frac{(2 - D_f) \Delta p \cdot r_{\max}^2 \phi}{8 \mu L_0 (4 - D_f) (1 - \phi)}. \quad (17)$$

3.3. 多孔介质中卡森流体的启动压力梯度

当(11)式中流体的流量 $Q = 0$ 或(15)式中流体的流速 $V = 0$ 时,可以得到多孔介质中卡森流体的启动压力梯度

$$\lambda = \frac{\Delta p}{L_0} = \frac{(3 + D_T - D_f)^2 D_T L_0^{D_T-1} 2^{10-D_T} \tau_0}{49(3 + D_T/2 - D_f)^2 r_{\max}^{D_T}}. \quad (18)$$

(18)式是多孔介质中卡森流体启动压力梯度的分形表达式,可以看出启动压力梯度除了与流体的屈服应力 τ_0 有关,还依赖于多孔介质的结构参数如孔隙的最大半径 r_{\max} , 孔隙分形维数 D_f , 迂曲度分形维数 D_T 和多孔介质的宏观长度 L_0 . 所以本分形模型(18)清晰地揭示了多孔介质中影响卡森流体启动压力梯度的物理机理.

3.4. 多孔介质中卡森流体的有效渗透率

分形毛细管中流体所受的切应力为

$$\tau = -\frac{r}{2} \frac{dp}{dL_i}. \quad (19)$$

考虑到实际毛细管是弯曲的和弯曲流线的分形特性,将上式在整个孔隙范围内进行积分可得

$$\begin{aligned} \tau &= -\int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \left(-\frac{r}{2} \frac{dp}{dL_i} \right) dN \\ &= \frac{D_f r_{\max}^{D_T} \left[1 - \left(\frac{r_{\min}}{r_{\max}} \right)^{D_T-D_f} \right] \Delta p}{2^{2-D_T} L_0^{D_T} D_T (D_T - D_f)}. \end{aligned} \quad (20)$$

上式表明总切应力是分形维数、微结构参数和压力梯度的函数.

根据(2)和(20)式,得到卡森流体的表观黏度

$$\mu_a = \mu \left\{ 1 - \frac{\tau_0 2^{2-D_T} L_0^{D_T} D_T (D_T - D_f)}{D_f r_{\max}^{D_T} \left[1 - \left(\frac{r_{\min}}{r_{\max}} \right)^{D_T-D_f} \right] \Delta p} \right\}^{-2}. \quad (21)$$

卡森流体满足的广义达西定律^[32]

$$V = \frac{k_e}{\mu_a} \frac{\Delta p}{L_0}, \quad (22)$$

其中 k_e 是卡森流体的有效渗透率.

结合(15), (21)和(22)式,可推导出多孔介质中卡森流体的有效渗透率

$$\begin{aligned} k_e &= \left(\frac{(2 - D_f) r_{\max}^{1+D_T} \phi}{2^{4-D_T} L_0^{D_T-1} D_T (3 + D_T - D_f) (1 - \phi)} \right. \\ &\quad \left. - \frac{(2 - D_f) L_0^{1-\frac{D_T}{2}} 2^{1+\frac{D_T}{2}} r_{\max}^{1+\frac{D_T}{2}} \phi \tau_0^{\frac{1}{2}}}{7 \Delta p^{\frac{1}{2}} D_f^{\frac{1}{2}} \left(3 + \frac{D_T}{2} - D_f \right) (1 - \phi)} \right) \\ &\quad \times \left\{ 1 - \frac{\tau_0 2^{2-D_T} L_0^{D_T} D_T (D_T - D_f)}{D_f r_{\max}^{D_T} \left[1 - \left(\frac{r_{\min}}{r_{\max}} \right)^{D_T-D_f} \right] \Delta p} \right\}^{-2}. \end{aligned} \quad (23)$$

由(23)式可以看出,有效渗透率 k_e 是分形维数 (D_T 和 D_f)、微结构参数 (r_{\max} , r_{\min} 和 ϕ)、压力梯度 ($\Delta p/L_0$) 和流体特性参数 (τ_0) 的函数.

当流体的屈服应力 $\tau_0 = 0$ 时,此时(23)式简化为多孔介质中牛顿流体的有效渗透率

$$k_e = \frac{(2 - D_f) r_{\max}^{1+D_T} \phi}{2^{4-D_T} L_0^{D_T-1} D_T (3 + D_T - D_f) (1 - \phi)}. \quad (24)$$

(24)式与与文献[33]中给出的多孔介质中牛顿流体的有效渗透率表达式相同.

当 $D_T = 1$ 时, (24)式进一步简化为直管中牛顿流体的有效渗透率

$$k_e = \frac{(2 - D_f) r_{\max}^2 \phi}{8(4 - D_f)(1 - \phi)}. \quad (25)$$

(25)式与与文献[24]中给出的有效渗透率表达式相同.

4. 结果和讨论

在本文所推导的分形表达式中,相关的参数可以采用以下模型:

孔隙分形维数 D_f 由下式来决定^[24, 34]

$$D_f = 2 - \frac{\ln \phi}{\ln(r_{\min}/r_{\max})}. \quad (26)$$

多孔介质中迂曲度分形维数 D_T 的表达式^[34]

$$D_T = 1 + \frac{\ln T}{\ln \frac{L_0}{2r_{av}}}, \quad (27)$$

式中 T 是弯曲流线的迂曲度, r_{av} 是平均孔隙(或毛细管)半径.

流体流线迂曲度的表达式^[35]

$$T = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{1}{2} \sqrt{1 - \phi} + \sqrt{1 - \phi} \right] \times \frac{\left[\left(\frac{1}{1 - \phi} - 1 \right)^2 + \frac{1}{4} \right]}{1 - \sqrt{1 - \phi}} \quad (28)$$

多孔介质中平均孔隙半径可以表示为^[27]

$$r_{av} = r_{max} \left(\frac{D_f}{4 - D_f} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (29)$$

多孔介质的结构参数表达式^[24]

$$L_0 = R \sqrt{\frac{2\pi}{\sqrt{3}(1 - \phi)}} \quad (30)$$

$$r_{max} = \frac{R}{4} \left[\sqrt{\frac{2\phi}{1 - \phi}} + \sqrt{\frac{2\pi}{\sqrt{3}(1 - \phi)}} - 2 \right] \quad (31)$$

(30)和(31)式中, R 为组成多孔介质的平均颗粒半径.

(15), (18)和(23)式中的参数 D_f, D_T, L_0 和 r_{max} 分别通过(26), (27), (30)和(31)式给出.

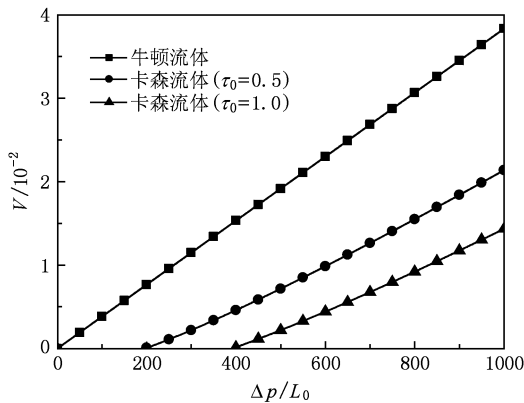


图1 卡森流体和牛顿流体的流速随压力梯度的变化关系

图1给出了基于(15)式的卡森流体流速随着压力梯度的变化趋势. 选取参数为 $\mu = 1.0, \phi = 0.4$ 和 $R = 0.3$. 从图中可看出, 当屈服应力 $\tau_0 > 0$ 时, 存在启动压力梯度, 随着屈服应力的增加, 启动压力梯度也随之增加了. 图1还揭示了在相同的压力梯度下, 卡森流体的流速小于牛顿流体的流速, 这与实际情况一致.

图2中选取参数为 $\tau_0 = 0.1, R = 0.3$ 和 $\Delta p = 100$. 可以看出卡森流体的流速随着孔隙率的增加而增加, 随着流体黏度的增加而减小. 图3中选取参数为 $\phi = 0.4, \mu = 1.0$ 和 $\Delta p = 100$, 表明流速随着颗粒半径的增大而增大, 当颗粒半径取值相同时, 卡森流体的流速小于牛顿流体的流速, 这些都与实际情况相符.

况相符.

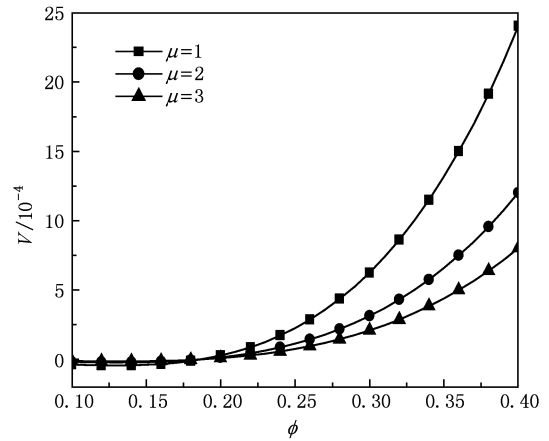


图2 卡森流体的流速随孔隙率和流体黏度的变化关系

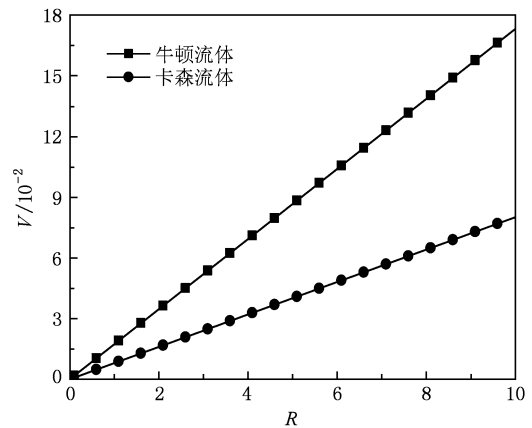


图3 卡森流体和牛顿流体的流速随颗粒半径的变化关系

图4和图5给出了基于(18)式的卡森流体启动压力梯度随不同参数的变化关系. 图4中参数选

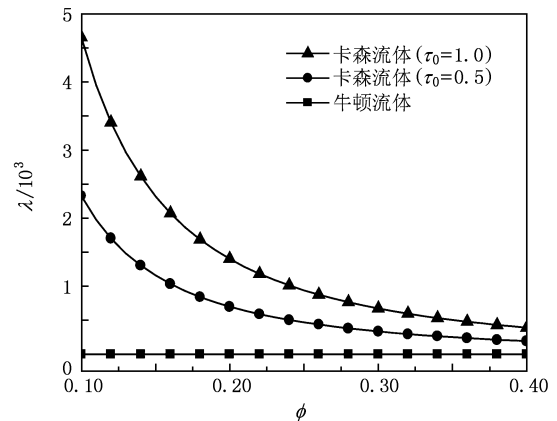


图4 卡森流体和牛顿流体的启动压力梯度随孔隙率的变化关系

$R=0.3$, 图5中参数选 $\phi=0.4$. 从图中可以看出卡森流体的启动压力梯度随着孔隙率和颗粒半径的增大而减小, 随着屈服应力的增加而增加. 而且牛顿流体的启动压力梯度为零, 不随孔隙率和颗粒半径变化, 这与实际情况相符.

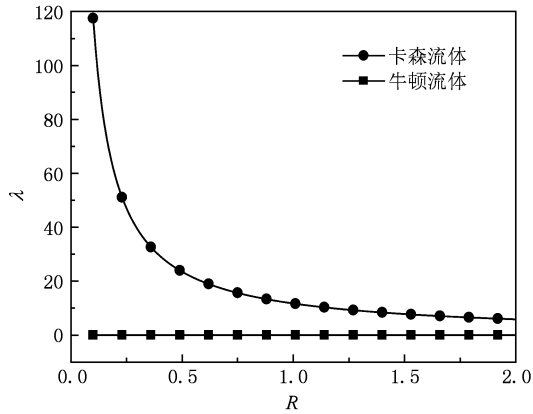


图5 卡森流体和牛顿流体的启动压力梯度随颗粒半径的变化关系

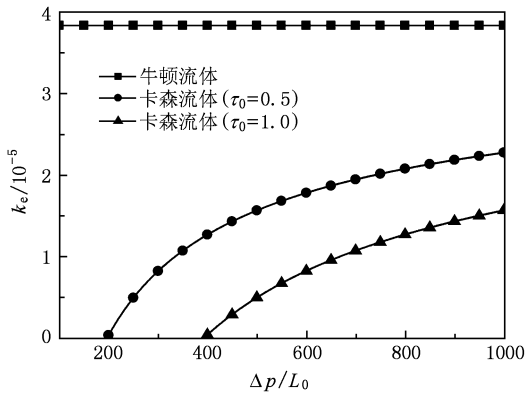


图6 卡森流体和牛顿流体的有效渗透率随压力梯度的变化关系

图6和图7是基于(23)式的卡森流体有效渗透率与不同参数之间的变化曲线. 图6中选取参数为 $R=0.3$ 和 $\phi=0.4$, 图7中选取参数为 $\Delta p=100$ 和 $\tau_0=0.1$. 图6和图7表明了卡森流体的有效渗透率随着压力梯度、孔隙率和颗粒半径的增加而增加. 而牛顿流体的有效渗透率与压力梯度无关, 而且大于卡森流体的有效渗透率, 这与实际情况相符.

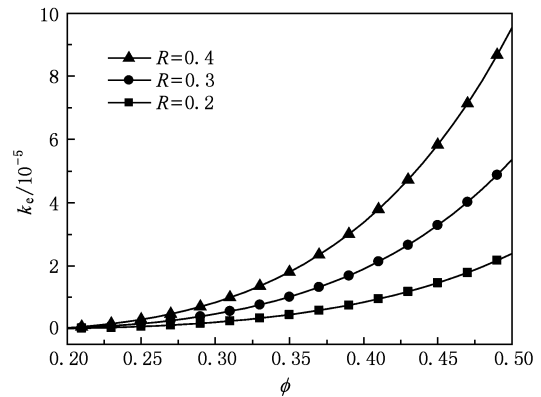


图7 卡森流体的有效渗透率随孔隙率和颗粒半径的变化关系

5. 结 论

基于分形几何理论和毛细管束模型, 本文推导出了卡森流体在多孔介质中流动的流量、流速、启动压力梯度和有效渗透率的分形表达式. 讨论了流速、启动压力梯度和有效渗透率与不同影响因素之间的变化关系. 所得模型没有经验常数. 本文的分形模型将卡森流体的流动特性参数与多孔介质的微结构参数有机地联系在一起, 因而通过采用分形几何理论, 使我们更能深刻理解卡森流体在多孔介质中流动的内在此物理机理.

- [1] Myers T G 2002 *Phys. Rev. E* **72** 1
- [2] Chhabra R P, Comiti J, Machac I 2001 *Chem. Eng. Sci.* **56** 1
- [3] Guo Y C, Zeng Y S, Lu D T 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 802 (in Chinese) [郭永存、曾亿山、卢德唐 2005 物理学报 **54** 802]
- [4] Xu Y S, Wu F M, Chen Y Y, Xu X Z 2003 *Chin. Phys.* **12** 621
- [5] Xu Y S, Xu X Z 2002 *Chin. Phys.* **11** 583
- [6] Wu B Z, Xu Y S, Liu Y, Huang G X 2005 *Chin. Phys.* **14** 2046
- [7] Das B, Batra R L 1995 *J. Theor. Biol.* **175** 1
- [8] Chevalley J 1991 *J. Texture Stud.* **22** 219
- [9] Ochoa F G, Casas J A 1994 *Chem. Eng. J.* **53** B41
- [10] Kirsanov E A, Remizov S V 1999 *Rheol. Acta* **38** 172
- [11] Casson N 1959 *Rheology of Disperse Systems* (London: Pergamon Press) p84
- [12] Deng S H, Gao S, Li Y P, Xu X Y, Lin S L 2010 *Chin. Phys. B* **19** 040511
- [13] Xie T, Zou G H, William P, Kuang H L, Chen W 2010 *Chin. Phys. B* **19** 059201
- [14] Han J J, Fu W J 2010 *Chin. Phys. B* **19** 010205

- [15] Guo L X, Ren X C 2008 *Chin. Phys. B* **17** 2956
Chinese) [沈军、王钰、吴翔 1996 物理学报 **45** 1501]
- [16] Yang J, Lai X M, Peng G, Bian B M, Lu J 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3008 (in Chinese) [杨娟、赖晓明、彭刚、卞保民、陆建 2009 物理学报 **58** 3008]
- [17] Su Y F, Li P X, Chen P, Xu Z F, Zhang X L 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 4531 (in Chinese) [苏亚凤、李普选、陈鹏、徐忠锋、张孝林 2009 物理学报 **58** 4531]
- [18] Zhang C B, Chen Y P, Shi M H, Fu P P, Wu J F 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 7050 (in Chinese) [张程宾、陈永平、施明恒、付盼盼、吴嘉峰 2009 物理学报 **58** 7050]
- [19] Jiang Z H, Zhao H F, Zheng R H 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 7579 (in Chinese) [姜泽辉、赵海发、郑瑞华 2009 物理学报 **58** 7579]
- [20] Hua S C, Wang H G, Wang L Y, Zhang W, Liu G 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 1241 (in Chinese) [华邵春、王汉功、汪刘应、张武、刘顾 2008 物理学报 **57** 1241]
- [21] Katz A J, Thompson A H 1985 *Phys. Rev. Lett.* **54** 1325
- [22] Shen J, Wang Y, Wu X 1996 *Acta Phys. Sin.* **45** 1501 (in Chinese)
- [23] Yun M J, Yu B M, Xu P, Cai J C 2008 *Chin. Phys. Lett.* **25** 616
- [24] Yu B M, Cheng P 2002 *Int. J. Heat Mass Transfer* **45** 2983
- [25] Kim S 2002 *J. Non-Newton. Fluid Mech.* **103** 205
- [26] Yu B M 2005 *Chin. Phys. Lett.* **22** 158
- [27] Govier G W, Aziz K 1972 *The Flow of Complex Mixtures* (New York: Krieger) p73
- [28] Bigyani Das, Batra R 1995 *J. Theor. Biol.* **175** 1
- [29] Yun M J, Yu B M, Cai J C 2008 *Int. J. Heat and Mass Transfer* **51** 1402
- [30] Wu J S, Yu B M 2007 *Int. J. Heat and Mass Transfer* **50** 3925
- [31] Xu P, Yu B M 2008 *Advances in Water Resources* **31** 74
- [32] Tsakiroglou C D 2002 *J. Non-Newton. Fluid Mech.* **105** 79
- [33] Zhang B, Yu B M, Wang H X, Yun M J 2006 *Fractals* **14** 171
- [34] Yu B M, Lee L J, Cao H Q 2002 *Polym. Compos.* **22** 201
- [35] Yu B M, Li J H 2004 *Chin. Phys. Lett.* **21** 1569

Fractal analysis of Casson fluid flow in porous media *

Yuan Mei-Juan^{1)†} Yu Bo-Ming²⁾ Zheng Wei³⁾ Yuan Jie¹⁾

1) (Key Laboratory of Systems Science in Metallurgical Process of Hubei Province, Department of Applied Physics, School of Science, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081, China)

2) (School of Physics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

3) (Key Laboratory of Dynamic Geodesy, Institute of Geodesy and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430077, China)

(Received 30 December 2009; revised manuscript received 21 April 2010)

Abstract

Fractal models for flow rate, velocity, starting pressure gradient and effective permeability for Casson fluid in porous media are proposed based on the fractal properties of porous media and capillary model. The proposed models are expressed as functions of fractal dimension, porosity, maximum pore size and representative length of porous media. All parameters in the proposed expressions have clear physical meaning, and the proposed models relate the properties of Casson fluid to the structural parameters of porous media. The velocity, starting pressure gradient and effective permeability versus different parameters are discussed, and the analytical expressions reveal the physical principles for flow velocity, starting pressure gradient and effective permeability in porous media.

Keywords: porous media, Casson fluid, fractal

PACS: 47.56.+r, 47.50.-d, 47.53.+n

* Project supported by the Open Research Fund Program of the Hubei Province Key Laboratory of Refractories and Ceramics Ministry-Province Jointly-Constructed Cultivation Base for State Key Laboratory (Grant No. G201009), the Natural Science Foundation of Hubei Province, China (Grant No. 2009CDB187), the Open Research Fund of the Key Laboratory of Systems Science in Metallurgical Process of Hubei Province, China (Grant No. C201019), the Key Program of National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10932010), and the Open Research Fund Program of the Key Laboratory of Dynamic Geodesy, Chinese Academy of Sciences (Grant No. L09-14).

† E-mail: yunmeijuanwei@yahoo.com.cn