

时延耦合自主个体的一致性问题的*

刘成林[†] 刘 飞

(江南大学自动化研究所, 无锡 214122)

(2010年3月10日收到; 2010年6月8日收到修改稿)

考察了同时具有通信时延和输入时延的多自主个体的耦合一致性问题. 利用频域分析方法, 分别得到了一阶和二阶耦合自主个体渐近达到一致的充分条件, 该条件与输入时延、通信时延以及控制参数有关. 仿真结果证明了结论的正确性.

关键词: 耦合自主个体, 输入时延, 通信时延, 一致性

PACS: 02.30.Ks, 02.30.Yy, 05.65.+b

1. 引言

近几年, 多自主个体协调控制由于其广阔的工程应用背景受到了越来越多的关注, 如自动化高速公路、卫星姿势协调控制、机器人协作、传感器网络等. 作为多自主个体系统最基本和最重要的问题之一, 一致性问题得到广泛研究^[1-11].

在多自主个体系统中, 个体之间信息传输产生的通信时延和个体自身的控制输入时延对一致性收敛的影响不容忽视. 目前, 时延多自主个体系统的一致性问题受到了众多学者的关注和研究.

在具有通信时延的多自主个体系统的一致性问题的研究中, 个体得到延时的邻居状态信息. 在一致性算法的协调控制项中, 个体用自身的延时状态与延时邻居状态相比, 且时延大小与对应通信时延相同. 在该处理方式中, 邻居个体之间实现了状态同步匹配, 因此, 该算法在静态一致和动态一致研究中都得到了广泛应用. 根据频域分析法^[1]、Lyapunov 函数法^[12]和偏差分方程法^[13]等, Saber 等考察了具有通信时延的一阶多自主个体系统的平均一致问题, 分别给出了具有定常和时变时延的系统在静态或切换拓扑结构下的一致性收敛判据. Hu 等利用频域分析法^[14]和 Lyapunov 函数法^[15-17]分别得到了具有通信时延的二阶多自主个体系统在静态和切换拓扑结构下的一致性条件, 该条件给出

了通信时延、控制参数以及 Laplacian 矩阵的最大特征值之间的关系.

然而, 在一致性算法中, 个体也可以用自身当前状态与延时邻居状态信息相比, 由于个体采用自身当前状态, 所以该处理方式对通信时延的不确定性具有很强的鲁棒性. 根据不同分析方法, 如 Lyapunov 函数法^[18]、时延图法^[19,20]、最大值-最小值差值法^[21]和频域分析法^[22]等, 一阶多自主个体系统在通信时延作用下的一致性收敛问题得到了深入研究. 结论说明一阶多自主个体系统的一致性收敛与通信时延大小无关, 仅决定于连接拓扑的连通性. Spong 等利用频域分析法^[23]和 Lyapunov-Krasovskii 泛函分析法^[24]分别证明了通过选择合适的一致性算法和控制参数, 可实现二阶多自主个体系统渐近达到静态一致与通信时延大小无关. Yang 等^[25]考察了具有不同通信时延的二阶多自主个体系统在双一致算法作用下的收敛问题, 并利用小增益稳定性定理分别得到了系统在定常和时变时延作用下的频域一致性判据. 利用随机矩阵的特性, Lin 等^[26]考察了离散时间二阶多自主个体系统在静态一致性算法作用下的一致性收敛问题, 并得到了系统在有界不同时延和切换拓扑结构作用下时延无关的一致性收敛判据.

与通信时延作用下的一致性研究相比, 现有关于具有输入时延的多自主个体系统的一致性研究结果相对较少. 然而, Saber 等^[1,12,16,17]关于具有相

* 高等学校博士学科点专项科研基金(批准号:20090093120006)和江南大学预研基金(批准号:2009LYY20)资助的课题.

[†] E-mail: liuel@jiangnan.edu.cn

同通信时延的一致性分析可以看作具有相同输入时延的一致性研究. 利用频域分析方法, Tian 和 Liu^[27] 分析了具有不同输入时延的一阶多自主个体系统的一致性问题, 得到了系统在具有对称连接权值的无向拓扑结构下时延相关的分散一致性条件; 同时, Tian 和 Liu^[27] 考察了连接拓扑为有向图、同时具有不同通信时延和不同输入时延的一阶多自主个体系统, 得到了分散一致性条件, 该条件与输入时延有关, 而与通信时延大小无关. 然而, 仿真发现, 同时具有输入时延和通信时延的多自主个体系统的一致性收敛与通信时延大小相关^[27], 有些情况下通信时延也会导致系统发散. 此外, Tian 和 Liu^[28] 分析了具有不同输入时延的二阶多自主个体系统在具有动态领导者的双一致性算法作用下的一致性收敛问题, 首先得到了系统在具有对称连接权值的无向拓扑结构下的分散一致性条件; 其次, 考察了具有对称权值系统对于非对称权值干扰的鲁棒性, 得到了干扰矩阵的最大奇异值作为鲁棒一致性条件. 尽管如此, 同时具有通信时延和输入时延的二阶自主个体的耦合一致性还没有得到深入分析.

本文考察具有通信时延和输入时延的多自主个体的一致性. 为了确切分析时延对一致性收敛的影响, 本文仅以两个自主个体之间的耦合一致性问题作为研究对象. 利用频域分析法, 首先得到了一阶自主个体在通信时延和输入时延作用下渐近达到一致的充分条件, 与文献[27]结论不同, 该一致性条件不仅与输入时延相关, 还取决于通信时延的大小; 其次, 得到了同时具有通信时延和输入时延的二阶耦合自主个体渐近达到一致的充分条件, 该条件与通信时延、输入时延以及控制参数都相关.

2. 一阶自主个体的一致性

首先, 考察具有输入时延的一阶自主个体的耦合一致性问题, 个体动态为

$$\dot{x}_i(t) = u_i(t - T), \quad i = 1, 2, \quad (1)$$

其中, $x_i \in R$ 和 $u_i \in R$ 分别表示个体 i 的状态和控制输入, $T > 0$ 为输入时延. 为深入研究时延对耦合自主个体一致性收敛的影响, 主要考察两个耦合个体的一致性. 对一阶自主个体(1)式, 具有通信时延约束的一致性算法为

$$u_1(t) = \gamma(x_2(t - D) - x_1(t)), \quad (2)$$

$$u_2(t) = \gamma(x_1(t - D) - x_2(t)), \quad (3)$$

其中, $\gamma > 0$ 为控制增益, $D > 0$ 为两个个体之间进行信息传递的通信时延.

在算法(2)和(3)式作用下, 自主个体的闭环形式分别为

$$\dot{x}_1(t) = \gamma(x_2(t - T - D) - x_1(t - T)), \quad (4)$$

$$\dot{x}_2(t) = \gamma(x_1(t - T - D) - x_2(t - T)). \quad (5)$$

2.1. 一致性判据

根据文献[1]中定理 10, 可以得到耦合自主个体(4)和(5)式仅在输入时延作用下的一致性收敛条件.

定理 1^[1] 考察相互耦合的两个自主个体(4)和(5)式. 当通信时延为 0 时, 即 $D = 0$, 两个个体渐近达到一致, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} (x_1(t) - x_2(t)) = 0$, 当且仅当

$$\gamma < \frac{\pi}{4T} \quad (6)$$

根据文献[27]的条件(15), 可以得到同时具有输入时延和通信时延的耦合个体(4)和(5)式的通信时延无关的一致性收敛条件.

定理 2^[27] 考察相互耦合的两个自主个体(4)和(5)式, 如果

$$\gamma < \frac{1}{2T} \quad (7)$$

成立, 则两个个体渐进达到一致.

尽管如此, 文[27]中的仿真结果已经表明: 具有通信时延和输入时延的耦合个体(4)与(5)式一致性收敛与通信时延是相关的, 定理 2 的结论相对较保守. 研究表明: 对于仅具有输入时延的耦合个体(4)和(5)式, 当控制参数 γ 取条件(6)中上界时, 任意通信时延的存在都导致两个个体状态发散, 无法达到一致. 接下来, 进一步分析个体(4)和(5)式渐近达到一致与通信时延、输入时延的关系.

定理 3 如果

$$\gamma < \frac{\pi}{2(2T + D)} \quad (8)$$

成立, 则耦合自主个体(4)和(5)式渐近达到一致.

证明 记 $\bar{x}(t) = x_1(t) - x_2(t)$, 则

$$\dot{\bar{x}}(t) = -\gamma(\bar{x}(t - T - D) + \bar{x}(t - T)). \quad (9)$$

系统(9)的特征方程为 $1 + G(s) = 0$, 其中

$$G(s) = \gamma \frac{e^{-Ds} + 1}{s} e^{-Ts}.$$

通过计算, 得

$$G(j\omega) = \gamma \frac{2\cos\left(\frac{\omega D}{2}\right)}{\omega} e^{-j\left(\omega T + \frac{\omega D}{2} + \frac{\pi}{2}\right)},$$

则 $|G(j\omega)| = \left| \gamma \frac{2\cos\left(\frac{\omega D}{2}\right)}{\omega} \right|$. 当 $\omega \in (0, +\infty)$ 时,

$G(j\omega)$ 第一次穿越负实轴的频率为 $\omega_{c1} = \frac{\pi}{2T+D}$. 记 $G(j\omega)$ 第 k 次穿越负实轴的频率为 $\omega_{ck}, k \geq 2$, 且 $\omega_{ck} > \omega_{c1}$. 因此, 如果 $\frac{2\gamma}{\omega_{c1}} < 1$, 即, $\gamma < \frac{\pi}{2(2T+D)}$, 则 $|G(j\omega_{ck})| < 1, k = 1, \dots, +\infty$, 即 $G(j\omega)$ 在 $\omega \in (-\infty, +\infty)$ 上不包含 $(-1, j0)$ 点. 因此, 根据 Nyquist 稳定性判据, 系统(9)是渐近稳定的, 即, 两个体渐进达到一致. 定理3 证毕.

注1 显然, 当通信时延为 $D < D_c$, 其中 $D_c = \frac{\pi-2}{T}$, 条件(8)给出的控制参数 γ 的上界比条件(7)大. 对于具有输入时延和通信时延的自主个体(4)和(5)式, 控制参数的设计可以综合利用条件(7)和(8): 当通信时延 $0 < D < D_c$, 用定理3的条件(8)来设计控制参数; 当通信时延 $D \geq D_c$, 用定理2的条件(7)来设计控制参数.

2.2. 数值仿真

考察两耦合个体(4)和(5)式, 个体的输入时延均为 $T=0.3(s)$. 由定理1可知, 当个体(4)和(5)式之间不存在通信时延时, 两个体渐进达到一致的充要条件为 $\gamma < \frac{\pi}{1.2}$. 当 $\gamma = \frac{\pi}{1.2}$ 时, 任意通信时延的存在都导致两个体状态发散, 一致性无法达到(如图1, 其中 $E_x = x_1 - x_2$). 当耦合个体之间同时具有输入时延和通信时延时, 由定理2的条件(7)得当 $\gamma < \frac{5}{3}$ 时, 个体(4)和(5)式渐进达到一致与通信时延大小无关, 对任意通信时延都具有鲁棒性; 根据定理3的条件(8), 得到不同通信时延对应的控制参数 γ 的最大值(如图2): 随着通信时延增加, 控制参数的最大值 γ_{max} 不断减小, 最终趋近于0, 在所得控制参数的界限内, 两耦合个体渐进达到一致(如图3, 其中 $E_x = x_1 - x_2$). 如注1所述, 在实际应用中, 可根据定理2和定理3给出的一致性判据综合设计控制参数 γ : 图2中, $D_c = 0.3425(s)$, 当 $D < D_c$ 时, 采用条件(8)来设计控制参数; 当 $D \geq D_c$ 时, 采用条件(7)来设计控制参数.

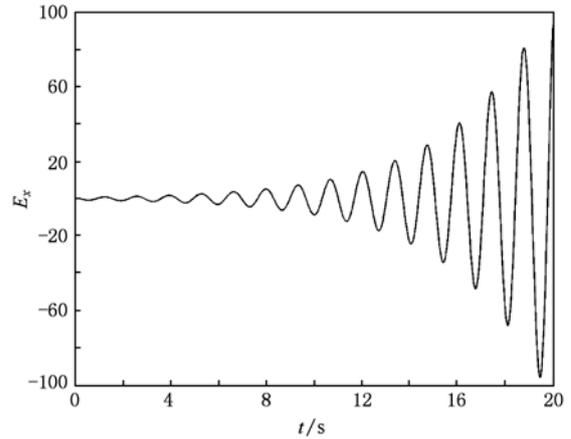


图1 一阶自主个体的一致性发散

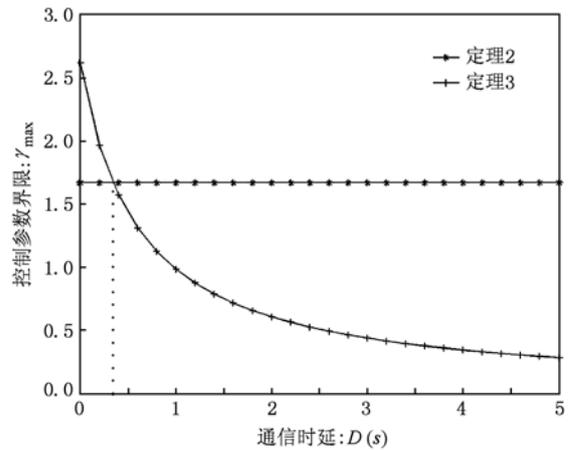


图2 控制参数 γ 界限

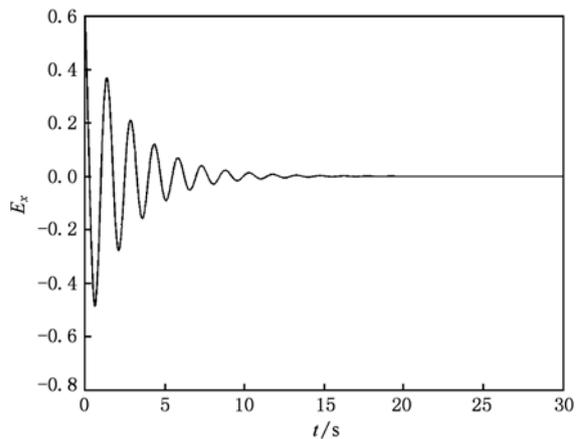


图3 一阶自主个体的一致性收敛

3. 二阶自主个体的一致性

具有输入时延的二阶动态个体模型为

$$\dot{x}_i(t) = v_i(t),$$

$$\dot{v}_i(t) = u_i(t - T), \quad i = 1, 2, \quad (10)$$

其中, $x_i(t) \in R, v_i(t) \in R$ 和 $u_i(t) \in R$ 分别表示个体 i 的位置、速度和加速度, $T > 0$ 为输入时延. 考察两动态个体之间的耦合一致性, 耦合算法为双一致算法

$$u_1(t) = \beta(v_2(t - D) - v_1(t)) + \alpha(x_2(t - D) - x_1(t)), \quad (11)$$

$$u_2(t) = \beta(v_1(t - D) - v_2(t)) + \alpha(x_1(t - D) - x_2(t)), \quad (12)$$

其中, $\alpha > 0$ 和 $\beta > 0, D > 0$ 为通信时延. 在算法(11)和(12)作用下, 两自主个体的闭环形式分别为

$$\dot{x}_1(t) = v_1(t),$$

$$\dot{v}_1(t) = \beta(v_2(t - T - D) - v_1(t - T)) + \alpha(x_2(t - T - D) - x_1(t - T)), \quad (13)$$

$$\dot{x}_2(t) = v_2(t),$$

$$\dot{v}_2(t) = \beta(v_1(t - T - D) - v_2(t - T)) + \alpha(x_1(t - T - D) - x_2(t - T)). \quad (14)$$

3. 1. 一致性判据

与上一小节相同, 根据文献[14]中定理2, 可以得到二阶自主个体(13)和(14)式仅在输入时延作用下的一致性收敛条件.

定理4^[14] 考察相互耦合的两个自主个体(13)和(14), 当通信时延 $D = 0$ 时, 两个个体渐近达到动态一致, 即, $\lim_{t \rightarrow \infty} (x_1(t) - x_2(t)) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} v_i(t) = c, i = 1, 2$, 其中 c 为常数, 当且仅当 $T \in (0, T_{\max})$,

$$T_{\max} = \frac{\arctan\left(\frac{\beta}{\alpha}\sqrt{2\beta^2 + 2\sqrt{\beta^4 + \alpha^2}}\right)}{\sqrt{2\beta^2 + 2\sqrt{\beta^4 + \alpha^2}}}. \quad (15)$$

在文[25]中, Yang 等仅考察了具有不同通信时延的二阶多自主个体系统在双一致算法作用下的一致性, 并利用小增益稳定性定理分别得到具有静态拓扑结构的系统在定常和时变时延作用下的频域一致性判据. 不同于一阶自主个体, 对于具有通信时延和输入时延的二阶耦合自主个体(13)和(14)式, 无论控制参数和输入时延取值大小, 一致性收敛与通信时延相关, 即, 无法得到通信时延无关的一致性判据. 接下来, 我们进一步分析耦合个体(13)和(14)式渐近达到一致与通信时延、输入时延的关系.

定理5 耦合自主个体(13)和(14)式渐近达到静态一致, 即, $\lim_{t \rightarrow \infty} x_i(t) = c, \lim_{t \rightarrow \infty} v_i(t) = 0, i = 1, 2$, 其中 c 为常数, 如果

$$\frac{2\sqrt{\alpha^2 + (\omega_{cl}\beta)^2}}{\omega_{cl}^2} < 1 \quad (16)$$

成立, 其中, ω_{cl} 满足

$$\omega_{cl}T + \frac{\omega_{cl}D}{2} = \arctan\left(\frac{\omega_{cl}\beta}{\alpha}\right), \quad \omega_{cl} > 0. \quad (17)$$

定理5的证明将在3.3小节中给出.

注2 令 $E = T + \frac{D}{2} > 0$, 条件(17)等价于 $E =$

$$\frac{\arctan\left(\frac{\omega_{cl}\beta}{\alpha}\right)}{\omega_{cl}}. E \text{ 关于 } \omega_{cl} \text{ 的导数为}$$

$$\frac{dE}{d\omega_{cl}} = \frac{\beta\alpha\omega_{cl}}{\alpha^2 + \beta^2\omega_{cl}^2} - \arctan\left(\frac{\omega_{cl}\beta}{\alpha}\right).$$

令

$$f(\omega_{cl}) = \frac{\beta\alpha\omega_{cl}}{\alpha^2 + \beta^2\omega_{cl}^2} - \arctan\left(\frac{\omega_{cl}\beta}{\alpha}\right),$$

则 $f(\omega_{cl})$ 关于 ω_{cl} 的导数为

$$\frac{df(\omega_{cl})}{d\omega_{cl}} = -\frac{2\beta^3\alpha\omega_{cl}^2}{(\alpha^2 + \beta^2\omega_{cl}^2)^2}.$$

显然, $\frac{df(\omega_{cl})}{d\omega_{cl}} < 0$ 对所有 $\omega_{cl} > 0$ 成立, 即 $f(\omega_{cl})$ 在 $\omega_{cl} > 0$ 上单调递减. 因为 $f(0) = 0$, 所以 $f(\omega_{cl}) < 0$ 在 $\omega_{cl} > 0$ 上成立, 即 $\frac{dE}{d\omega_{cl}} < 0$ 在 $\omega_{cl} > 0$ 上成立. 因此, 由条件(17)可知: 当 ω_{cl} 减小时, E 增加. 由条件(16)可得 $\omega_{cl} > \sqrt{2\beta^2 + 2\sqrt{\beta^4 + \alpha^2}}$. 所以根据条件(16)和(17)可以得到 E 的最大值. 因此, 定理5可以重新描述.

定理6 耦合个体(13)和(14)式渐近达到静态一致, 如果

$$T + \frac{D}{2} < \frac{\arctan\left(\frac{\beta}{\alpha}\sqrt{2\beta^2 + 2\sqrt{\beta^4 + \alpha^2}}\right)}{\sqrt{2\beta^2 + 2\sqrt{\beta^4 + \alpha^2}}} \quad (18)$$

成立.

注3 在二阶耦合自主个体中, 通信时延的存在不仅影响一致性收敛, 还改变了最终收敛的一致性状态: 个体(13)和(14)式在无通信时延作用下渐近达到动态一致(定理4); 而当通信时延存在时, 两个个体最近收敛静态一致(定理6).

注4 定理3和定理6的结论仅针对两个相互

耦合的自主个体,无法直接应用到三个或三个以上个体构成的多自主个体系统. 尽管如此,相互耦合的两自主个体是网络连接最基本的拓扑结构形式,所以本文所得到的时延分析结果也定性地反映了通信时延和输入时延对一般多自主个体系统的影响.

3.2. 数值仿真

考察二阶耦合个体(13)和(14)式,选择控制参数 $\beta=0.7, \alpha=0.2$. 当两个个体之间不存在耦合通信时延时,由定理4的条件(15)得:当 $T < 0.9619$ (s) 时,两个个体渐近达到动态一致(如图4). 当 $T = 0.9619$ (s) 时,任一通信时延的存在都导致两个个体状态发散,一致性无法达到(如图5,其中 $E_x = x_1 - x_2$ 和 $E_v = v_1 - v_2$). 当两个个体之间同时具有通信时延和输入时延时,且输入时延为 $T=0.6$ (s),则由定理6的条件(18)得:当 $D < 0.7238$ (s) 时,两个个体渐近达到静态一致(如图6).

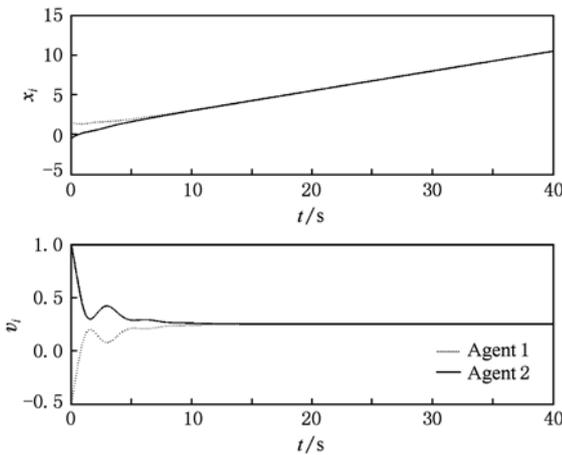


图4 二阶自主个体的动态一致性收敛

3.3. 定理5证明

在给出定理5证明之前,先给出两个引理.

引理1 如果条件(16)和(17)成立,则方程

$$s^2 + (\beta s + \alpha)(1 + e^{-sD})e^{-sT} = 0 \quad (19)$$

的根都在左半开平面,其中, $\alpha > 0, \beta > 0, T > 0$ 和 $D > 0$.

证明 方程(19)可表示为 $1 + \hat{G}(s) = 0$, 其中, $\hat{G}(s) = \frac{(\beta s + \alpha)e^{-sT}}{s^2}(1 + e^{-sD})$. 当 $\omega \in (0, +\infty)$ 时, $\hat{G}(j\omega)$ 第一次穿越负实轴的频率为 ω_{cl} , 其满足 ω_{cl}

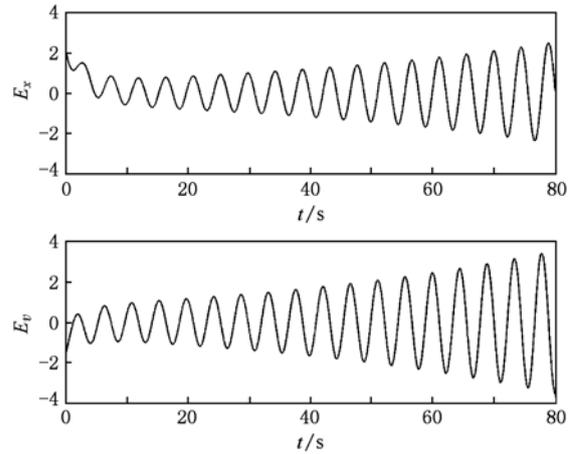


图5 二阶自主个体的一致性发散

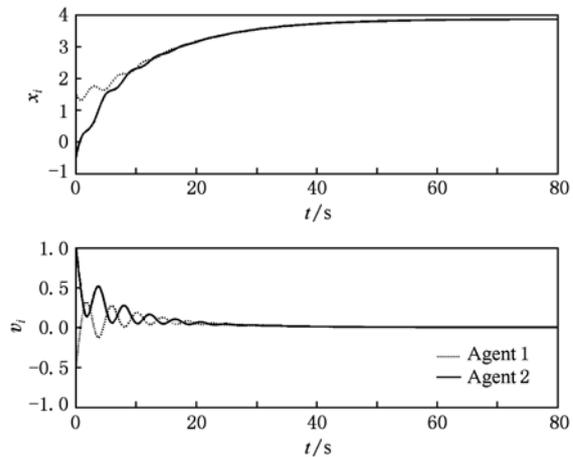


图6 二阶自主个体的静态一致性收敛

$+\frac{\omega_{cl}D}{2} = \arctan\left(\frac{\omega_{cl}\beta}{\alpha}\right)$, 而 $\hat{G}(j\omega)$ 第 k 次穿越负实轴的频率记为 $\omega_{ck}, k \geq 2$, 则 $\omega_{ck} > \omega_{cl}$. 计算得, $|\hat{G}(j\omega_{ck})| < \left| \frac{2\sqrt{\alpha^2 + (\omega_{cl}\beta)^2}}{\omega_{cl}^2} \right|, k = 1, \dots, \infty$. 因此,如果条件(16)成立,则 $\hat{G}(j\omega)$ 在 $\omega \in (-\infty, +\infty)$ 上不包含 $(-1, j0)$ 点. 根据 Nyquist 稳定性判据,引理1证毕.

引理2 考察下列方程

$$s^2 + (\beta s + \alpha)(1 - e^{-sD})e^{-sT} = 0, \quad (20)$$

其中, $\alpha > 0, \beta > 0, T > 0$ 和 $D > 0$. 方程(20)除了一个根在 $s=0$ 外,其他根都在左半开复平面,如果

$$\frac{2\sqrt{(\beta\tilde{\omega}_{cl})^2 + \alpha^2}}{\tilde{\omega}_{cl}^2} < 1, \quad (21)$$

其中, $\tilde{\omega}_{c1}$ 满足 $\tilde{\omega}_{c1}T + \frac{\tilde{\omega}_{c1}D}{2} = \arctan\left(\frac{\tilde{\omega}_{c1}\beta}{\alpha}\right) + \frac{\pi}{2}$.

证明 首先, 根据 e^{-sD} 在 $s=0$ 处 Taylor 级数展开, 方程(20)变为

$$s\left(s + (\beta s + \alpha)e^{-sT}\left(D - \sum_{k=2}^{+\infty} \left(\frac{(-D)^k s^{k-1}}{k!}\right)\right)\right) = 0.$$

显然, 上式有且仅有一个根在 $s=0$. 当 $s \neq 0$ 时, 方程(20)重新表示为 $1 + \tilde{G}(s) = 0$, 其中

$$\tilde{G}(s) = \frac{(\beta s + \alpha)e^{-sT}}{s^2}(1 - e^{-sD}).$$

接下来证明与引理 1 中证明相同, 如果条件(21)成立, 则 $\tilde{G}(j\omega)$ 在 $\omega \in (-\infty, +\infty)$ 上不包含 $(-1, j0)$ 点. 引理 2 证毕.

接下来, 证明定理 5.

将个体(13)和(14)式重新描述为多变量闭环系统

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= v(t), \\ \dot{v}(t) &= -\beta v(t-T) + \beta \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} v(t-T-D) \\ &\quad - \alpha x(t-T) + \alpha \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \\ &\quad \times x(t-T-D), \end{aligned} \quad (22)$$

其中, $x(t) = (x_1(t), x_2(t))^T$ 和 $v(t) = (v_1(t), v_2(t))^T$. 对系统(22)进行 Laplace 变换, 得到系统关于 $x(t)$ 的特征方程

$$\det \begin{bmatrix} s^2 + (\beta s + \alpha)e^{-sT} & -(\beta s + \alpha)e^{-s(T+D)} \\ -(\beta s + \alpha)e^{-s(T+D)} & s^2 + (\beta s + \alpha)e^{-sT} \end{bmatrix} = 0. \quad (23)$$

上式等价于

$$(s^2 + (\beta s + \alpha)(1 + e^{-sD})e^{-sT}) = 0,$$

或

$$(s^2 + (\beta s + \alpha)(1 - e^{-sD})e^{-sT}) = 0.$$

由引理 1 和引理 2 可知: 方程(23)除了一个根在 $s=0$ 外, 其他根都在左半开复平面, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = (c_1, c_2)^T$ 和 $\lim_{t \rightarrow \infty} v(t) = 0$, 其中 c_1 和 c_2 为常数. 故

$$-\begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = 0,$$

即 $c_1 = c_2$. 因此, 当条件(16)成立时, 个体(13)和(14)式渐近达到静态一致. 定理 5 证毕.

4. 结 论

本文考察两个自主个体的耦合一致性问题, 并以一阶和二阶自主个体为研究对象. 根据频域分析法, 首先得到同时具有通信时延和输入时延的一阶自主个体渐近达到一致的充分条件, 该条件不仅与输入时延相关, 还取决于通信时延的大小, 证实了文[27]结论中的猜想. 对于二阶耦合自主个体, 利用频域分析方法得到了自主个体在通信时延和输入时延作用下一致性收敛的充分条件, 该条件与通信时延、输入时延以及控制参数都相关. 不同于一阶自主个体系统, 同时具有通信时延和输入时延的二阶自主个体无法得到通信时延无关的一致性条件. 此外, 由本文的主要结果可知: 具有通信时延的二阶自主个体系统在双一致算法作用下, 通信时延的存在不仅影响一致性收敛, 而且改变最终收敛的一致性状态.

[1] Olfati-Saber R, Murray R 2004 *Autom. Control* **49** 1520
 [2] Li Y M, Guan X P 2009 *Chin. Phys. B* **18** 3355
 [3] Tan F X, Guan X P 2008 *Chin. Phys. B* **17** 3531
 [4] Sun Y Z, Ruan J 2008 *Chin. Phys. B* **17** 4137
 [5] Hu J P, Yuan H W 2009 *Chin. Phys. B* **18** 3777
 [6] Qi W, Xu X J, Wang Y H 2009 *Chin. Phys. B* **18** 4217
 [7] Ren W, Atkins E 2007 *Int. J. Robust Nonlinear Control* **17** 1002
 [8] Hong Y, Gao L, Cheng D, Hu J 2007 *Autom. Control* **52** 943
 [9] Zhang C X, Li H, Lin P 2008 *Chin. Phys. B* **17** 4458
 [10] Chen D L, Zhang W D 2008 *Chin. Phys. B* **17** 1506
 [11] Liu T L, Huang H J 2007 *Acta. Phys. Sin.* **56** 6321 (in Chinese) [刘天亮, 黄海军 2007 物理学报 **56** 6321]
 [12] Sun Y G, Wang L 2009 *Autom. Control* **54** 1607
 [13] Bliman P A, Ferrari-Trecate G 2008 *Automatica* **44** 1985
 [14] Lin P, Jia Y, Du J, Yuan S 2007 *Proceedings of the 26th Chinese Control Conference Zhangjiajie, China, July 26-31, 2007* p577
 [15] Hu J, Hong Y 2007 *Physica A* **374** 853
 [16] Su H, Wang X 2008 *Proceedings of the 7th World Congress on Intelligent Control and Automation Chongqing, China, June 25-27, 2008* p7181
 [17] Li H, Lin P, Zhang C X 2009 *Acta. Phys. Sin.* **58** 158 (in Chinese) [李 慧, 林 鹏, 张春熹 2009 物理学报 **58** 158]
 [18] Wang W, Slotine J J E 2006 *Autom. Control* **51** 712

- [19] Cao M, Morse A S, Anderson B D O 2006 *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control* San Diego, USA, December 13—15, 2006 p3375
- [20] Wang L, Xiao F 2006 *Proceedings of the 2006 American Control Conference* Minneapolis, USA, June 14—16, 2006 p2118
- [21] Blondel V D, Hendrickx J M, Olshevsky A, Tsitsiklis J N 2005 *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference* 2005 Seville, Spain, December 12—15, 2005 p2996
- [22] Wang J, Elia N 2008 *Proceedings of the 2008 American Control Conference* Seattle, USA, June 11—13, 2008 p2637
- [23] Lee D J, Spong M K 2006 *Proceedings of the 2006 American Control Conference* Minneapolis, USA, June 14—16, 2006 p756
- [24] Chopra N, Spong M W 2006 *Advances in Robot Control: From Everyday Physics to Human-Like Movements* (New York:Springer Berlin Heidelberg) p107
- [25] Yang W, Bertozzi A L, Wang X F 2008 *Proceedings of the 47th IEEE Conference on Decision and Control* Cancun, Mexico, December 9—11, 2008 p2926
- [26] Lin P, Jia Y 2009 *Automatica* **45** 2154
- [27] Tian Y P, Liu C L 2008 *Autom. Control* **53** 2122
- [28] Tian Y P, Liu C L 2009 *Automatica* **45** 1374

Consensus problem of coupled autonomous agents with time delays*

Liu Cheng-Lin[†] Liu Fei

(Institute of Automation, Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

(Received 10 March 2010; revised manuscript received 8 June 2010)

Abstract

Coupled consensus problem of multiple autonomous agents with communication delay and input delay is investigated. Based on the frequency-domain analysis, sufficient conditions for the first-order and second-order agents are obtained respectively. The conditions are dependent on the input delay, the communication delay and the control parameters. Simulations illustrate the correctness of the results.

Keywords: coupled autonomous agents, input delay, communication delay, consensus

PACS: 02.30.Ks, 02.30.Yy, 05.65.+b

* Project supported by the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (Grant No. 20090093120006) and Advance Research Program of Jiangnan University (Grant No. 2009LYY20).

[†] E-mail: liucl@jiangnan.edu.cn