囚禁弱相互作用玻色气体的势场优化准则*

袁都奇†

(宝鸡文理学院物理与信息技术系,宝鸡 721016)

(2010 年 5 月 18 日收到;2010 年 6 月 24 日收到修改稿)

根据 Thomas-Fermi 近似,在基于最小动量态上玻色-爱因斯坦凝聚的前提下,研究了囚禁弱相互作用玻色气体势场的最优化问题. 导出了指数吸引势阱中有效势场和粒子数极限判据,粒子数给定时,可由此判据求出所需势场强度;势场强度给定时,可由此判据求出粒子数极限. 根据吸引相互作用系统的稳定性以及求出的排斥相互作用的最大粒子数极限,结合有效势场判据,分别给出了囚禁吸引和排斥相互作用玻色气体时,势场强度的最佳取值范围.

关键词: 玻色-爱因斯坦凝聚, 弱相互作用, 粒子数极限, 势场强度

PACS: 03.75.Lm, 05.30.-d, 05.30.Jp, 67.85.-d

1. 引 言

由于超冷 Bose-Einstein 凝聚(BEC)体在原子激光输出、超冷分子的产生、原子量子态的实验制备等前沿领域的重要应用,使得原子 BEC 和分子 BEC 的理论、实验和应用研究仍在不断深入,取得了许多瞩目的新进展[1]. 关于均匀(无外场)的弱相互作用玻色气体,已有广泛系统的研究,文献[2]综述了这些研究的理论模型及成果. 由于实际上的 BEC 是在外势阱中实现的,外势和相互作用都将对 BEC 及气体的动力学特性产生重要影响,近年来,有文献[3—14]就势场对 BEC 性能的影响、相互作用与动力学问题、凝聚体的各种量子特性、凝聚体的各种物理效应及其应用进行了深入研究.

为了促进 BEC 的理论、实验及应用研究,建立囚禁的粒子数极限与势场及相互作用之间的关系,具有重有的理论和实践意义,因为这不仅有助于认识势场与排斥和吸引相互作用对所囚禁的粒子数极限的影响及其物理实质,更有助于寻求势场与粒子数极限以及相互作用之间的优化关系,为不同相互作用下囚禁粒子数极限对应的最佳势场取值建立优化准则. 文献[15,16]分别对理想玻色气体在外势场中的临界温度,势场的有效性及设计原则,粒子数极限进行了研究,文献[17]进一步就势场及相互作用对 BEC 临界温度的影响进行了研究,给出了一些有意义的结论. 目前,尚无文献研究囚禁弱相互作用玻色气体的粒子数极限与势场及相互作用关系之间的优化问题. 本文拟研究囚禁于指数型吸引势阱中,弱相互作用玻色气体的粒子数极限与相互作用及势阱强度之间关系,导出粒子数极限判据,在此基础上,分别求出吸引和排斥相互作用的情况下,势场强度的设计准则及最佳取值范围,为囚禁实验中势场的设计和优化提供理论依据.

2. 粒子数与临界温度

由于囚禁实验中,通常满足粒子数足够多,粒子的动能远大于能级间隔,所以 Thomas-Fermi 近似有效[18],故本文拟采用 Thomas-Fermi 模型下的局域密度近似. 另外,考虑到处于势阱中的玻色气体,原子的能量与其空间位置有关,凝聚并不发生在最低能量态. 文献[15]的研究结果表明,粒子在最小动量态上的凝聚比能量基态上的凝聚更为接近磁光阱中超冷玻色原子气体的物理条件. 虽然在考虑弱相互作用时,由于 s 波散射,可以使一些本来处于零动量态的粒子改变动量,处于非零动量态,但文献[17]研究三维势阱中弱相互作用玻色气体的临界

* 陕西省自然科学计划项目(批准号:2007A02)和陕西省教育厅自然科学专项计划项目(批准号:2010JK405)和宝鸡文理学院重点科研项目(批准号:ZK0914)资助的课题.

† E-mail: yuanduqi@163.com

温度时,考虑基于最小动量态的凝聚,理论上给出的临界温度相对于理想玻色气体临界温度的偏差,与实验上对^{87}Re临界温度的测量结果符合较好. 这说明,用基于最小动量态上的凝聚,可以较好地反映弱相互作用玻色气体在势阱中的BEC,所以,本文的研究将基于原子在最小动量态上的凝聚这一基础而进行.

先考虑一般性势场 $U(\boldsymbol{r})$,注意到粒子间由于s波散射引起的相互作用时,粒子的哈密顿为[19]

$$H(\boldsymbol{p},\boldsymbol{r}) = \frac{p^2}{2m} + U(\boldsymbol{r}) + \gamma n(\boldsymbol{r}), \qquad (1)$$

式中 m 为粒子质量,p 为动量,γ 为相互作用常数,$\gamma = \frac{2\pi\hbar^2}{m}\alpha$,$\alpha$ 为s波散射长度,对排斥相互作用,由于 $\alpha>0, \gamma>0$,对吸引相互作用,$\alpha<0, \gamma<0$,$\hbar$ 为普朗克常数. $n(\boldsymbol{r})$ 为局域原子数密度,在极低温度下,化学势近似为零,原子数密度可近似表示为[19] $n(\boldsymbol{r}) \approx \frac{1}{\lambda^3}\mathrm{e}^{-\frac{U(\boldsymbol{r})}{kT}} = \frac{(2\pi mkT)^{3/2}}{h^3}\mathrm{e}^{-\frac{U(\boldsymbol{r})}{kT}}$,其中 λ 为热波长,h 为普朗克常数. 定义一个等效势 U_{eff},

$$\begin{aligned} U_{\mathrm{eff}}(\boldsymbol{r}) &= U(\boldsymbol{r}) + \gamma n(\boldsymbol{r}) \\ &= U(\boldsymbol{r}) + \frac{\gamma}{\lambda^3}\mathrm{e}^{-U(\boldsymbol{r})/kT}. \end{aligned} \qquad (2)$$

于是,半径典近似下,粒子数占有数可表示为

$$n(\boldsymbol{p},\boldsymbol{r}) = \left\{\exp\left[\frac{p^2}{2mkT} + \frac{U_{\mathrm{eff}}(\boldsymbol{r}) - \mu}{kT}\right] - 1\right\}^{-1}, \qquad (3)$$

式中 μ 为化学势. 按照半径典近似,

$$\mathrm{d}N = \frac{1}{h^3} n(\boldsymbol{p},\boldsymbol{r})\mathrm{d}^3p\mathrm{d}^3r, \qquad (4)$$

考虑粒子在最低动量态上的凝聚时,

$$\begin{aligned} N &= N_0 + \frac{1}{h^3}\int n(\boldsymbol{p},\boldsymbol{r})\mathrm{d}^3p\mathrm{d}^3r \\ &= N_0 + \frac{1}{\lambda^3}\sum_{j=1}^{\infty} j^{-3/2}\mathrm{e}^{\frac{j\mu}{kT}}\left[\int_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{e}^{-\frac{jU(\boldsymbol{r})}{kT}}\mathrm{d}^3r \right. \\ &\quad \left. - \frac{j\gamma}{kT\lambda^3}\int_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{e}^{-\frac{(j+1)U(\boldsymbol{r})}{kT}}\mathrm{d}^3r\right], \end{aligned} \qquad (5)$$

式中 N_0 为凝聚于最小动量态上的粒子数.

现在考虑 $U(\boldsymbol{r})$ 为椭球势阱的情况,

$$U(\boldsymbol{r}) = \varepsilon_1\left|\frac{x}{a}\right|^p + \varepsilon_2\left|\frac{y}{b}\right|^l + \varepsilon_3\left|\frac{z}{c}\right|^q. \qquad (6)$$

将(6)式代入(5)式,可以求得

$$\begin{aligned} N = N_0 &+ \frac{V^*}{\lambda^3}\frac{(kT)^{\eta-\frac{1}{2}}}{\varepsilon_1^{1/p}\varepsilon_2^{1/l}\varepsilon_3^{1/q}}\sum_{j=1}^{\infty} j^{-3/2}\mathrm{e}^{\frac{j\mu}{kT}} \\ &\times\left[1 - \frac{j\gamma}{kT\lambda^3}\left(\frac{j}{j+1}\right)^{\eta-1/2}\right]\left(\frac{1}{j}\right)^{\eta-\frac{1}{2}}, \end{aligned} \qquad (7)$$

式中 V^* 称为玻色气体在该势阱中的等效体积,

$$V^* = \frac{8abc}{plq}\Gamma\left(\frac{1}{p}\right)\Gamma\left(\frac{1}{l}\right)\Gamma\left(\frac{1}{q}\right), \qquad (8)$$

其中 Γ 为伽玛函数,

$$\eta = \frac{1}{p} + \frac{1}{l} + \frac{1}{q} + \frac{1}{2}. \qquad (9)$$

若取 $\mu=0, N_0=0$,则为临界状态,由(7)式可以求得临界温度为

$$T_{\mathrm{c}} = \frac{1}{k}\left\{\frac{N}{V^*}\frac{h^3}{(2\pi m)^{3/2}}\frac{\varepsilon_1^{1/p}\varepsilon_2^{1/l}\varepsilon_3^{1/q}}{\sum_{j=1}^{\infty} j^{-(1+\eta)}\left[1 - j\gamma\frac{(2\pi m)^{3/2}}{h^3}(kT_{\mathrm{c}})^{1/2}\left(\frac{j}{j+1}\right)^{\eta-\frac{1}{2}}\right]}\right\}^{\frac{1}{1+\eta}}. \qquad (10)$$

为了研究势场的有效性,我们需要比较有外势与无外势时弱相互作用玻色气体的临界温度. 为此,取 $U(\boldsymbol{r})=0$,利用(1)—(4)式,可以求得无外势场时,位于等效体积 V^* 中弱相互作用玻色气体的等效临界温度 T_{c}^* 为

$$T_{\mathrm{C}}^* = \frac{1}{k}\left\{\frac{N}{V^*}\frac{h^3}{(2\pi m)^{3/2}}\frac{1}{\sum_{j=1}^{\infty} j^{-3/2}\left[1 - j\gamma\frac{2\pi m}{h^2}\left(\frac{N}{V^*}\frac{1}{\sum_{j=1}^{\infty} j^{-3/2}}\right)^{1/3}\right]}\right\}^{2/3}. \qquad (11)$$

考虑到(10)式右端分母中含有 $T_c^{1/2}$ 的项中含有相互作用常数 γ,可视为微扰项,在近似情况下,由(10),(11)式可以求得,

$$\frac{T_c}{T_c^*} = \left(\frac{\xi\bar{\varepsilon}}{kT_c^*}\right)^{\frac{\eta-\frac{1}{2}}{1+\eta}}, \tag{12}$$

式中 ξ 是与势场指数和相互作用形式有关的参数,

$$\xi = \left\{\frac{\sum_{j=1}^{\infty} j^{-3/2}\left[1 - j\gamma\frac{2\pi m}{h^2}\left(\frac{N}{V^*}\frac{1}{\sum_{j=1}^{\infty} j^{-3/2}}\right)^{1/3}\right]}{\sum_{j=1}^{\infty} j^{-(1+\eta)}\left[1 - j\gamma\frac{2\pi m}{h^2}\left(\frac{N}{V^*}\frac{1}{\sum_{j=1}^{\infty} j^{-3/2}\left(1 - j\gamma\frac{2\pi m}{h^2}\left(\frac{N}{V^*}\frac{1}{\sum_{j=1}^{\infty} j^{-3/2}}\right)^{1/3}\right)}\right)^{1/3}\left(\frac{j}{j+1}\right)^{\eta-\frac{1}{2}}\right]}\right\}^{\frac{1}{\eta-\frac{1}{2}}}. \tag{13}$$

对于常见的简谐势阱,三维情况下 $\eta = 2$,二维时 $\eta = \frac{3}{2}$,一维时 $\eta = 1$,经过对(13)式的分析可知,无论是吸引相互作用还是排斥作用,均有参数 ξ 略大于1 的结果. $\bar{\varepsilon}$ 称为等效势场强度,其定义为

$$\bar{\varepsilon} = (\varepsilon_1^{\frac{1}{l}}\varepsilon_2^{\frac{1}{l}}\varepsilon_3^{\frac{1}{q}})^{1/(1/p+1/l+1/q)}. \tag{14}$$

由(11),(12)式可知,等效临界温度的物理意义是,当势场强度满足 $\xi\bar{\varepsilon} = kT_c^*$ 时,系统可以视为一个体积为 V^* 的腔体中装载了 N 个无势场约束的相互作用原子系统.

3. 势场优化准则

3.1. 有效势场判据

文献[16]在研究囚禁理想玻色气体势场的有效性时指出,若存在外势时的临界温度提高,则态密度得到压缩,势场是有效的;若存在外势时的临界温度降低,态密度未被有效压缩,势场是无效的. 同理,研究囚禁弱相互作用玻色气体势场的有效性时,我们需要将其存在外势时的临界温度与无外势时的临界温度进行比较. 据此,由(12)式可知,若 $\xi\bar{\varepsilon} = kT_c^*$ 时,$T_c = T_c^*$,这与无外势时的情况相同;$\xi\bar{\varepsilon} < kT_c^*$ 时,$T_c < T_c^*$,临界温度低于无外势时弱相互作用玻色气体的临界温度;$\xi\bar{\varepsilon} > kT_c^*$ 时,$T_c > T_c^*$,临界温度随外势增加有效升高. 所以,有效势场的判据为

$$\xi\bar{\varepsilon} > kT_c^*. \tag{15}$$

结合(12)式和上述分析可知,应用有效势场判据(15)式时,硬球势情况除外. (15)式在形式上与文献[16]的(7)式类似,但由于其中 ξ 以及 T_c^* 的含义不同,所以两式有着本质上的区别.

3.2. 吸引相互作用时粒子数极限与势场优化设计准则

根据(15)式及(11)式可以求得,势场囚禁粒子数极限的一级近似表达式为

$$N_t = 2.612V^*\left(\frac{2\pi m}{h^2}\xi\bar{\varepsilon}\right)^{3/2} \times\left[1 - \delta\gamma\frac{(2\pi m)^{3/2}}{h^3}(\xi\bar{\varepsilon})^{1/2}\right], \tag{16}$$

式中 $\delta = \sum_{j=1}^{\infty} j^{-1/2} \Big/ \sum_{j=1}^{\infty} j^{-3/2}$.

对吸引相互作用的玻色气体,$\gamma < 0$,(16)式说明,粒子数极限 N_t 随 $\bar{\varepsilon}$ 单调增加. 但对于吸引相互作用的玻色体系,当 $\bar{\varepsilon}$ 增加到某个值 $\bar{\varepsilon}_{max}$,使得粒子数极限达到某个临界值时,系统将会产生不稳定性,从而使系统在发生 BEC 之前,出现坍塌,即发生了气—液相变,使玻色气体塌缩为液体. 我们将发生此不稳定性的临界粒子记为 N_{0c} 时,由(16)式可知,

$$N_{0c} = 2.612V^*\frac{(2\pi m)^{3/2}}{h^3}\left[(\xi\bar{\varepsilon}_{max})^{3/2}\right.$$

$$+\delta|\gamma|\frac{(2\pi m)^{3/2}}{h^3}(\xi\bar{\varepsilon}_{\max})^2\Big].\qquad(17)$$

由此可知,吸引相互作用的玻色原子气体在外场中时,外加势场必须受有效性判据和稳定性两个条件约束. 从而,势场的优化取值范围应该满足以下准则:

$$kT_c^* < \xi\bar{\varepsilon} < \xi\bar{\varepsilon}_{\max}.\qquad(18)$$

在满足(18)式的范围内,(17)式有两种不同用途. 若给定等效势场强度,由(17)式可求出其囚禁的粒子极限;或设定囚禁的粒子数极限时,则由(17)式可求出其所需要的平均等效势场强度.

若已知产生不稳定性的临界粒子数 N_{0c},与(17)式结合,可以求出与此对应所需要的平均势场强度 $\bar{\varepsilon}_{\max}$. 例如在各向同性的简谐势阱中,

$$U(\boldsymbol{r}) = \frac{m}{2}\omega^2(x^2+y^2+z^2) = \frac{m}{2}\omega^2 r^2,\qquad(19)$$

其中 ω 为简谐势的圆频率,文献[20]给出的不稳定性的临界粒子数满足

$$N_{0c} = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{5}\right)^{5/4}\left(\frac{\sqrt{\pi}}{|\alpha|}\right)\left(\frac{\hbar}{m\omega}\right)^{1/2}.\qquad(20)$$

由(17)式和(19)式可知,在简谐势阱中,囚禁的粒子数极限随 ω 的增加而增大,而(20)式说明,出现不稳定性的临界粒子数则随 ω 的增大而减小,两式相等,是势场囚禁吸引相互作用玻色气体原子数最大极限的判别条件. 据此,联解(17)及(20)式,并结合前文有关 V^* 及 $\bar{\varepsilon}$ 的定义,可以求得吸引相互作用时,囚禁玻色气体原子数最大极限值对应的简谐势的圆频率满足以下方程:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{4}{5}\right)^{5/4}\left(\frac{\sqrt{\pi}}{|\alpha|}\right)\left(\frac{\hbar}{m\omega_{\max}}\right)^{1/2} = 2.612\frac{(2\pi m)^{3/2}}{h^3}\pi^{3/2}\left[\left(\frac{m\xi}{2}\omega_{\max}^2\right)^{3/2} + \delta|\gamma|\frac{(2\pi m)^{3/2}}{h^3}\frac{m^2\xi^2}{4}\omega_{\max}^4\right].\qquad(21)$$

由上式求出 $\omega_{\max}$ 后,结合(18)式得知,简谐势圆频率的合理取值范围为

$$\left(\frac{2kT_c^*}{m\xi}\right)^{1/2} < \omega < \omega_{\max}.\qquad(22)$$

$\omega < \left(\frac{2kT_c^*}{m\xi}\right)^{1/2}$ 时,势场是无效的;$\omega > \omega_{\max}$,气态的玻色原子数超过 N_{0c} 时,由于系统将产生不稳定性,发生坍塌,使系统由气相变为液相. 所以,继续增加势场强度,并不会使囚禁于气相的玻色原子数极限值增加. 由(21)式求出 $\omega_{\max}$ 后,进而可由(17)或(20)式求得势场中的所能囚禁于气相的最大粒子数极限值.

吸引相互作用增强,$|\gamma|$ 增大,由(11)式和(21)式可知,T_c^* 降低而 $\omega_{\max}$ 减小,即有效势场强度的优化取值范围下移. 但是由于散射相互作用微弱,含有 $|\gamma|$ 的项相当微扰作用,对有效势场强度的实际优化取值范围的影响并不显著.

3.3. 排斥相互作用时粒子数极限与势场优化设计准则

势阱中排斥相互作用的玻色气体系统,不会发生 BEC 前坍塌的不稳定情况. 所以,有效势场应该满足(15)式,而囚禁的粒子数则应满足 $N < N_t$. 由于 $\gamma > 0$,(16)式中的 N_t 随平均等效势场强度并非单调变化,而是存在极值. 这在物理上也是不难理解的,因为当粒子数 N 增大到一定数量时,排斥作用将变得相当强烈,这时增加 $\bar{\varepsilon}$ 并不会使囚禁的粒子数极限增大. 可以求得排斥相互作用时,粒子数极限的最大值及其对应的最佳平均势场强度分别为,

$$N_{t\max} = \frac{2.612}{8}V^*\left(\frac{3h^2}{\delta\gamma\pi m}\right)^3,\qquad(23)$$

$$\bar{\varepsilon}_m = \frac{1}{\xi}\left[\frac{3}{4\delta\gamma}\frac{h^3}{(2\pi m)^{3/2}}\right]^2.\qquad(24)$$

平均势场强度的优化设计取值范围应该满足

$$kT_c^* < \xi\bar{\varepsilon} < \xi\bar{\varepsilon}_m.\qquad(25)$$

(23)式说明,排斥相互作用愈强,所能囚禁的粒子数极限的最大值则愈小;粒子质量愈大,所能囚禁的粒子数极限的最大值则愈小.

若为球对称简谐势阱,由(23),(24)式可以求得最大粒子数极限及其对应的最佳简谐势圆频率分别为

$$N_{t\max} = \frac{2.612}{4}\pi^{3/2}\left(\frac{3}{4\delta\alpha}\right)^3,\qquad(26)$$

$$\omega_m = \frac{3\pi^{1/2}\hbar}{2m\delta\alpha\xi^{1/2}}.\qquad(27)$$

简谐势圆频率的合理取值范围为

$$\left(\frac{2kT_c^*}{m\xi}\right)^{1/2} < \omega < \frac{3\pi^{1/2}\hbar}{2m\delta\alpha\xi^{1/2}}.\qquad(28)$$

$\omega < \left(\frac{2kT_c^*}{m\xi}\right)^{1/2}$ 时,势场是无效的,$\omega > \frac{3\pi^{1/2}\hbar}{2m\delta\alpha\xi^{1/2}}$ 时,由于强烈的排斥作用,继续增加势场强度并不会使囚禁的粒子数极限值增加. 由(24)式可知,粒子数极限的最大值对应的最佳平均势场强度反比于 γ^2,所以,势场上限对排斥相互作用强弱的依赖关系比吸

引相互作用要明显. 结合(11)和(25)式可知,排斥相互作用愈强,平均势场强度的优化取值范围愈小. 而当散射长度 α 为趋于零时,$\bar{\varepsilon}_m \to \infty$, $\omega_m \to \infty$,这时对势场的约束只有有效势场条件 $\bar{\varepsilon} > kT_c^*$,结果与文献[16]一致.

4. 结　论

本文基于最小动量态上的玻色一爱因斯坦凝聚理论,用 Thomas-Fermi 近似方法,研究了囚禁弱相互作用玻色气体势场的最优化问题,给出了吸引和排斥相互作用情况下势场强度的设计准则及最佳取值范围. 研究表明,增强吸引相互作用,势场优化范围下移;增强排斥相互作用,势场优化范围变窄. 当平均势场强度小于其下限时,势场是无效势场;当平均势场强度大于其上限时,无论是吸引还是排斥相互作用,增强外势不会使气相的粒子数极限值增加.

[1] Ying J P, Wang Z L 2005 *Progress in Physics* **25** 235 (in Chinese) [印建平、王正岭 2005 物理学进展 **25** 235]

[2] Andersen J O 2004 *Rev. Mo. Phys.* **76** 599

[3] Qi R, Yu X, Li Z B, Liu W M 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 185301

[4] Liang Z X, Zhang Z D, Liu W M 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 050402

[5] Ji C, Liu W M, Song J L, Zhou F 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 010402

[6] Xie Z W, Cao Z X, Kats E I, Liu W M 2005 *Phys. Rev.* A **71** 025601

[7] Liu W M, Fan W B, Zheng W M, Liang J Q, Chui S T 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 10408

[8] Yuan D Q 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 5271 (in Chinese) [袁都奇 2010 物理学报 **59** 5271]

[9] Zhou Z, Yu H Y, Yan J R 2010 *Chin. Phys.* B **19** 010304

[10] Li G Q, Chen H J, Xue J K 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 1449 (in Chinese) [李高清、陈海军、薛具魁 2010 物理学报 **59** 1449]

[11] Wang Y Y, Zhang J F 2009 *Chin. Phys.* B **18** 1168

[12] Ding J W, He Z M, Wang D L, Xi Y D 2009 *Chin. Phys.* B **18** 939

[13] Li H, Wang D N 2009 *Chin. Phys.* B **18** 4726

[14] Li G Q, Peng P 2009 *Chin. Phys.* B **18** 3221

[15] Yu X C, Mo Y 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 4075 (in Chinese) [余学才、莫　影 2004 物理学报 **53** 4075]

[16] Yu X C, Ye Y T, Cheng L 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 0551 (in Chinese) [余学才、叶玉堂、程　琳 2006 物理学报 **55** 0551]

[17] Yu X C, Ye Y T, Wu Y F, Xie K, Cheng L 2005 *Science in China* G **48** 521

[18] Chou T T, Yang C, Yu L H 1997 *Phys. Rev.* A **4** 257

[19] Bagnato V, Pritchard D E, Kleppner D 1987 *Phys. Rev.* A **35** 4254

[20] Yang Z Y 2007 *Quantum Statistical Physics* (Beijing: Higher Education Press) P109 (in chinese) [杨展如 2007 量子统计物理学(北京:高等教育出版社)第 109 页]

Optimization criterion of potential for trapped weakly interacting Bose gas*

Yuan Du-Qi†

(*Department of physics and Information Technology*, *Baoji University of Science and Arts*, *Baoji* 721016, *China*)

(Received 18 May 2010; revised manuscript received 24 June 2010)

Abstract

Based on Bose-Einstein condensation in minimized momentum state, the optimization criterion of potential is studied for trapped weakly interacting Bose gas according to Thomas-Fermi approximation. A criterion for the validity of potential and the limited atom number loaded in a power law attractive potential well for ultra-cold weakly interacting Bose atom gas is derived. The criterion gives the required potential field strength when the loaded atom number is fixed, or the limited atom number when the potential field strength is given, and then, the best ranges of potential field strength are obtained, for attractive interaction and repulsive interaction, respectively.

Keywords: Bose-Einstein condensation, weakly interacting, limiting number of particles, potential field strength intensity

PACS: 03.75.Lm, 05.30.-d, 05.30.Jp, 67.85.-d

* Project supported by the Natural Science Foundation of the Shaanxi Province, China (Grant No. 2007A02) and the Scientific Research Program of Education Bureau of Shaanxi Province, China (Grant No. 2010JK405) and the Science Foundation of Baoji University of Science and Arts, China (Grant No. ZK0914).

† E-mail: yuanduqi@163.com