

Logistic-Unified 混杂混沌系统*

刘扬正¹⁾ 林长圣^{1)†} 李心朝¹⁾ 刘海鹏¹⁾ 王忠林²⁾

1) (南京工程学院非线性物理研究所, 南京 211167)

2) (滨州学院物理与电子科学系, 滨州 256603)

(2010年5月31日收到; 2010年6月11日收到修改稿)

提出利用 Logistic 混沌映射调制 Unified 混沌系统的参数, 构建 Logistic-Unified (LU) 混杂混沌系统的思想. 在 Logistic 混沌映射产生的随机数值的调制下, Unified 混沌系统的参数随机变化, 控制 LU 混杂混沌系统在广义 Lorenz 系统、Lü 系统和广义 Chen 系统间随机切换, 产生极其复杂的混沌信号. 用数字信号处理 (DSP) 芯片对 LU 混杂混沌系统进行硬件实现, 硬件实验与数值仿真结果一致, 证明了理论分析的正确性.

关键词: LU 混杂混沌系统, 切换律, Lyapunov 指数, DSP

PACS: 05.45.Ac

1. 引言

混杂系统 (hybrid system) 是指由离散动态子系统和连续动态子系统组成, 且二者相互作用的系统, 是计算机科学与控制理论相互交叉和渗透的产物. 而切换系统被普遍认为是典型的混杂系统, 由一组子系统及切换律组成^[1]. 作为非线性科学与控制理论的结合点之一, 切换混沌系统的研究已逐渐引起重视^[2-17], 而混杂混沌系统的研究却鲜见报道^[18]. Unified 混沌系统作为典型的参数切换混沌系统, 对如何实现子系统间的切换进行研究具有极大的理论意义和实用价值. 文献[19]利用余弦函数调制 Unified 混沌系统的参数, 实现了广义 Lorenz 系统和广义 Chen 系统间的切换, 并用符号函数使切换系统产生超混沌和多涡卷奇异吸引子, 用模拟多路开关组成的实际电路对切换系统的理论分析进行了实验验证; 文献[20]用正弦函数的平方对 Unified 混沌系统的参数实施控制, 使系统作连续的周期切换, 成为一类非自治的超混沌系统. 文献[21]利用 Lyapunov 指数谱分析了 Unified 混沌系统参数的变化范围, 并对系统在正弦函数、三角波函数、锯齿波函数等五种周期变化的函数调制下的切换方式进行了讨论. 文献[22]提出了多混沌系统的时分同步

方案, 以 Unified 混沌系统为例进行了数值分析; 文献[23]提出利用参数切换实现 Unified 混沌系统同步, 实施保密通信的策略; 文献[24]利用最优控制方法实现 Unified 混沌系统同步并用于保密通信; 文献[25]利用 Unified 混沌系统切换实施语音保密通信.

本文针对 Unified 混沌系统参数切换的实现问题, 提出利用 Logistic 离散混沌系统产生的随机数值对 Unified 连续混沌系统的参数进行调制, 构成一类 Logistic-Unified (LU) 混杂混沌系统, 进而实现 Unified 连续混沌系统中的 3 类子系统 (广义 Lorenz 系统、Lü 系统和广义 Chen 系统) 之间的随机切换. 对 LU 混杂混沌系统的特性进行了讨论, 用数字信号处理 (DSP) 芯片对 LU 混杂混沌系统进行硬件实现, 硬件实验与数值仿真结果一致, 都表明 LU 混杂混沌系统产生的混沌信号极为复杂.

2. 系统的构成

在系统参量空间随系统参数变化的切换混沌系统表述为

$$\dot{X} = A_{\sigma_p} X + f(X) \quad (1)$$

式中 $X \in R^n$ 为系统变量, $A_{\sigma_p} \in R^{n \times n}$ 为系统参量时变

* 国家自然科学基金 (批准号: 90405011), 江苏省高校自然科学基金 (批准号: 07KJD120081), 山东省科技发展计划项目 (批准号: 2009GG10001030), 南京工程学院自然科学基金 (批准号: KXJ07068) 资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: cslin@njit.edu.cn

矩阵, $f(X)$ 为系统的非线性函数, σ_p 为系统参量空间系统参数的切换律.

Unified 连续混沌系统是一个典型的系统参数切换系统

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(25\alpha + 10) & 25\alpha + 10 & 0 \\ 28 - 35\alpha & 29\alpha - 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\alpha + 8}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -xz \\ xy \end{bmatrix}, \quad (2)$$

式中系统参数 $\alpha \in [0, 1]$. 在系统参量空间, 切换律由系统参数 α 的变化确定, 系统(2)包含 3 类子系统, 当 $\alpha \in [0, 0.8]$ 时, 系统(2)为广义 Lorenz 系统; 当 $\alpha = 0.8$ 时, 系统(2)为 Lü 系统; 当 $\alpha \in (0.8, 1]$

时, 系统(2)为广义 Chen 系统; 当系统参数 $\alpha \in [0, 1]$ 时, 系统(2)随系统参数 α 的变化在 3 类子系统之间切换.

系统(2)参数 α 的变化和实现方式是一个值得探讨的问题, 由系统参数 α 的取值范围, 自然考虑到选用正弦或余弦三角函数对系统参数 α 进行调制^[19-21], 使 Unified 混沌系统的 3 类子系统作周期切换, 但同时也将 Unified 自治混沌系统变为非自治混沌系统, 相当于改变了系统的特性和扩展了系统的维数.

考虑 Logistic 混沌映射

$$\alpha_{n+1} = \lambda \alpha_n (1 - \alpha_n), \quad (3)$$

当系统参数 $\lambda \in [1, 4]$ 时, 系统变量 $\alpha_{n+1} \in [0, 1]$, 用 Logistic 混沌映射的离散值去调制 Unified 连续混沌系统的参数 α , 构成 LU 混杂混沌系统

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(25\alpha_{n+1} + 10) & 25\alpha_{n+1} + 10 & 0 \\ 28 - 35\alpha_{n+1} & 29\alpha_{n+1} - 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\alpha_{n+1} + 8}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -xz \\ xy \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$\sigma_p: \alpha_{n+1} = \lambda \alpha_n (1 - \alpha_n).$$

系统(4)包括 2 类子系统, 离散子系统 Logistic 映射产生的离散值, 控制连续子系统 Unified 混沌系统的参数, 作为 Unified 连续混沌系统参量空间系统参数的切换律 σ_p , 迫使 Unified 混沌系统的 3 类子系统进行切换. LU 混杂混沌系统的切换律取决于离散子系统 Logistic 映射的系统参数 λ 的取值.

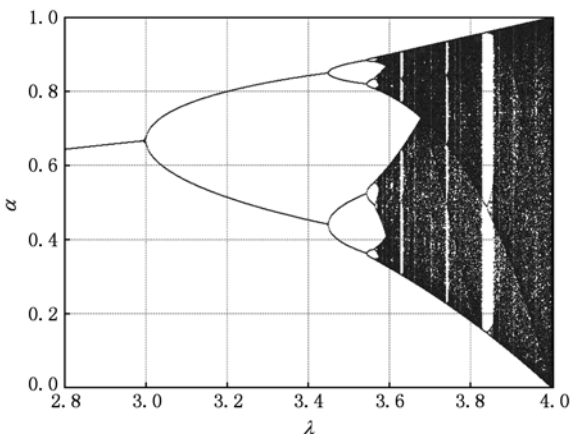


图1 Logistic 映射的分岔图

根据图 1 所示的 Logistic 映射分岔图可知:

1) 当系统参数 $\lambda \in [1, 3]$ 时, Logistic 映射处于稳定的 1 周期状态, 系统变化参量 $\alpha_{n+1} = 1 - \frac{1}{\lambda}$, Unified 混沌系统为广义 Lorenz 系统; 系统参数 $\lambda \in (3, 3.2)$ 时, Logistic 映射处于 2 周期状态, 系统变化参量 $\alpha_{n+1} = \frac{\lambda + 1 \pm \sqrt{(\lambda - 3)(\lambda + 1)}}{2\lambda}$, Unified 混沌系统在 2 个不同系统参数的广义 Lorenz 系统间切换.

2) 系统参数 $\lambda = 3.2$ 时, Logistic 映射处于 2 周期状态, 系统变化参量 $\alpha_{n+1} = 0.5128$ 或 $\alpha_{n+1} = 0.8000$, Unified 混沌系统在广义 Lorenz 系统和 Lü 系统间切换.

3) 当系统参数 $\lambda \in (3.2, 3.44]$ 时, Logistic 映射处于 2 周期状态, 系统变化参量 $\alpha_{n+1} = \frac{\lambda + 1 \pm \sqrt{(\lambda - 3)(\lambda + 1)}}{2\lambda}$; 系统参数 $\lambda \in (3.44, 3.54)$ 时, Logistic 映射处于 4 周期状态; 系统参数 $\lambda = 3.84$ 时, Logistic 映射处于 3 周期状态, 系统变化参量 $\alpha_{n+1} = 0.4878, 0.9594, 0.1495$; 以上三种情况,

Unified 混沌系统皆在不同系统参数的广义 Lorenz 系统和广义 Chen 系统间切换.

4) 当系统参数 $\lambda \in [3.57, 3.84)$ 和 $\lambda \in [3.85, 4]$ 时, Logistic 映射处于混沌状态, 系统变化参量 $\alpha_{n+1} \in [0, 1]$ 随机变化, 从而控制 Unified 混沌系统的 3 类子系统进行随机切换.

LU 混杂混沌系统中 Unified 混沌系统随 Logistic 映射系统参数 $\lambda \in [1, 4]$ 变化的 Lyapunov 指数谱如图 2 所示, 由图 2 可以看出, 当 Logistic 映射系统参数 $\lambda \in [2.41, 2.48]$ 时, Unified 系统处于

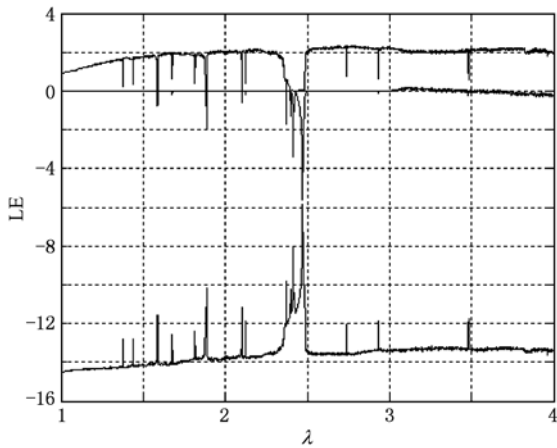


图 2 LU 混杂混沌系统 Lyapunov 指数谱

稳定的周期状态, 这一结果与文献 [21] 的分析相一致.

3. 系统的 DSP 实现

混沌系统的硬件实现是验证奇异吸引子存在的重要手段之一, 较为简单的混沌系统可以利用电阻、电容、电感和运算放大器等独立的元器件实现 [2]. 但随着混沌理论和应用研究的不断深入, 混沌系统的建构有复杂化的趋势 [2-6], 用传统的模拟器件实现较为复杂的混沌系统存在一定的困难. 数字信号处理 (DSP) 芯片是一种高速微处理器, 具有独立的硬件乘法器, 可以方便的实现混沌系统的非线性特性, 因此, DSP 为混沌系统的硬件实现提供了新的途径. 对于如 (4) 式所示的 LU 混杂混沌系统, 为提高硬件实现的精度和可靠性, 采用 TI 公司的型号为 TMS320F28335 的浮点型 DSP 芯片验证奇异吸引子的存在. 选取几个典型的 λ 数值为例, LU 混杂混沌系统中 Unified 混沌系统随 Logistic 映射系统参数 λ 切换的二维相图如图 3 至图 5 所示. 图中上图为数值仿真, 下图为 DSP 硬件实现, 自左向右分别为 LU 混杂混沌系统 $(x-y)$, $(y-z)$, $(x-z)$ 的二维相图.

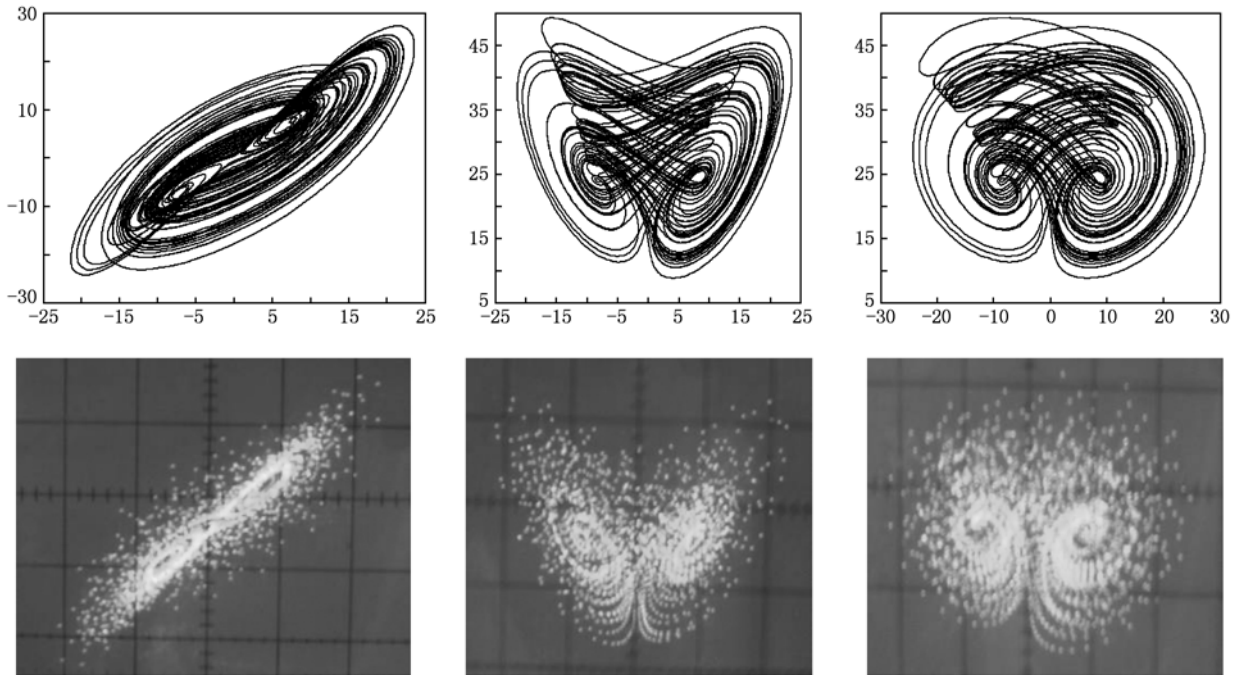


图 3 Logistic 映射系统参数 $\lambda = 3$ 时, 广义 Lorenz 系统的二维相图

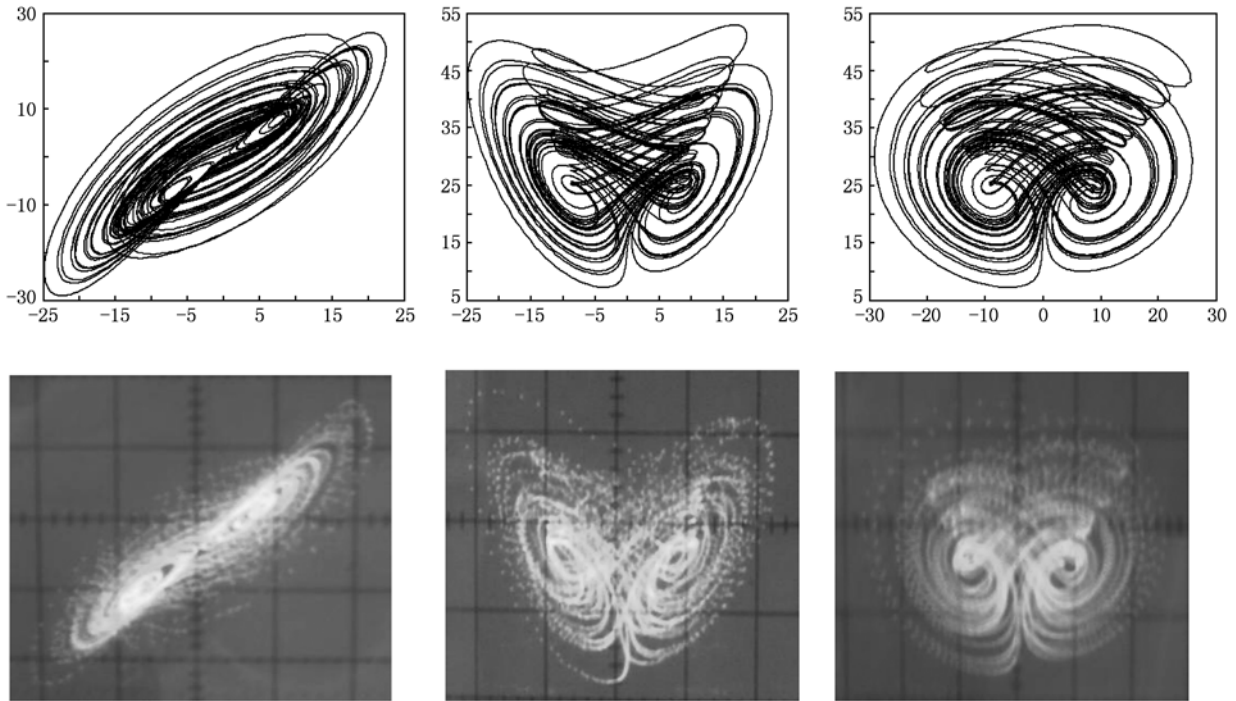


图4 Logistic 映射系统参数 $\lambda = 3.2$ 时,广义 Lorenz 系统与 Lü 系统切换的二维相图

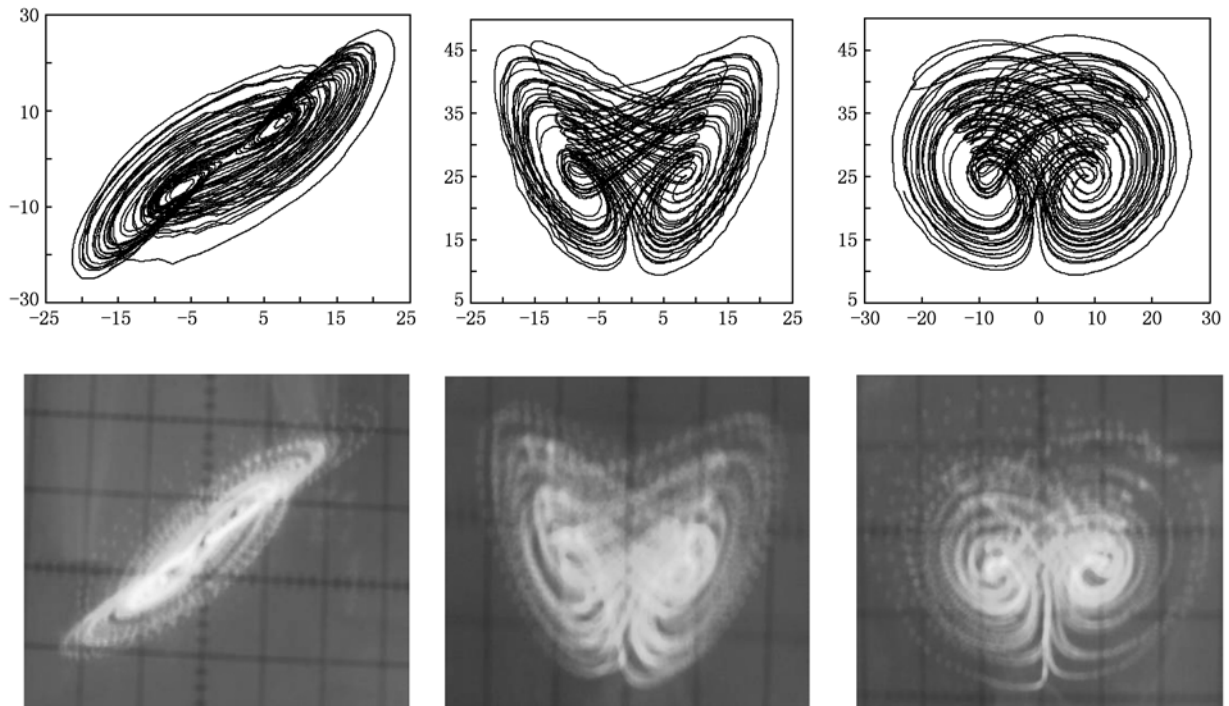


图5 Logistic 映射系统参数 $\lambda = 4$ 时,Unified 混沌系统的 3 类子系统随机切换的二维相图

值得注意的是,正如 LU 混杂混沌系统 Lyapunov 指数谱中分析的一样,当 Logistic 映射系统参数 $\lambda = 2.46$ 时,广义 Lorenz 系统处于稳定的周

期状态,系统相图如图 6 所示,文献[21]也分析出了这个结果.

从图 3 至图 6 可以看出,LU 混杂混沌系统

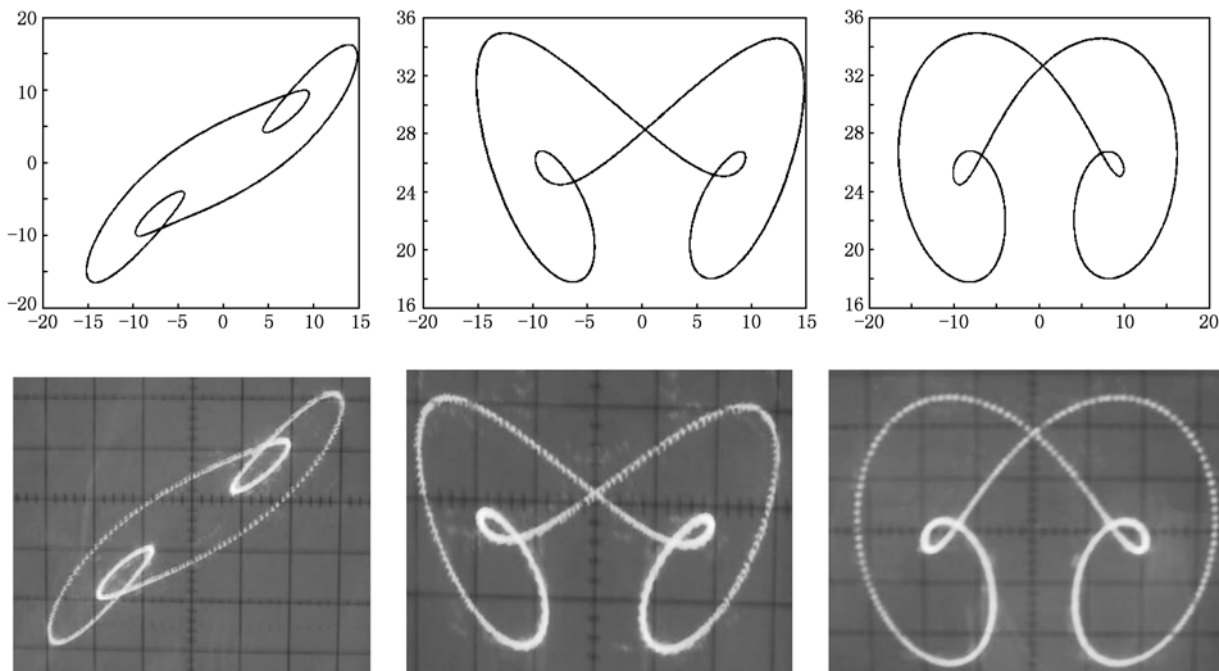


图6 Logistic映射系统参数 $\lambda = 2.46$ 时,广义Lorenz系统处于稳定的周期状态的相图

DSP实现和数值仿真的结果完全一致,表明理论分析的正确性.

4. 结 论

建构了一类 Logistic-Unified 混杂混沌系统,利用 Logistic 映射产生的随机数值调制 Unified 混沌系统的参数,随着 Logistic 映射系统参数的变化,Unified 混沌系统在广义 Lorenz 系统、Lü 系和广义

Chen 系统 3 类子系统间随机切换,产生极其复杂的混沌信号,可见 LU 混杂混沌系统是一个复杂混沌信号发生器,并且 LU 混杂混沌系统只有一个变化的系统参量,系统易于控制和物理实现.因此,LU 混杂混沌系统具有重要而广泛的理论研究意义和工程实际应用价值. LU 混杂混沌系统的提出,不仅拓展了混杂系统研究的领域,而且丰富了混杂系统研究的内涵,对混杂系统的理论和应用研究都将起积极的推动作用.

- [1] Cheng D Z, Guo Y Q 2005 *Contr. Theory and Appl.* **22** 954 (in Chinese) [程代展、郭宇骞 2005 控制理论与应用 **22** 954]
- [2] Lü J H, Chen G 2006 *Int. J. Bifur. Chaos* **16** 775
- [3] Hu G S 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 8139 (in Chinese) [胡国四 2009 物理学报 **58** 8139]
- [4] Lü J H, Yu X, Chen G 2003 *IEEE Trans. Cir. Syst.-I* **50** 198
- [5] Zhang Y J, Wang C P, Wang G Y, Xu N, Wang Z L 2009 *J. China Univer. Posts Telecom.* **16** 122
- [6] Liu Y Z, Jiang C S 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 771 (in Chinese) [刘扬正、姜长生 2009 物理学报 **58** 771]
- [7] Wang G Y, He H L 2008 *Chin. Phys. B* **17** 4014
- [8] Wang F Z, Qi G Y, Chen Z Z, Yuan Z Z 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 3137 (in Chinese) [王繁珍、齐国元、陈增强、袁著社 2007 物理学报 **56** 3137]
- [9] Zhang C X, Yu S M 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 120 (in Chinese) [张朝霞、禹思敏 2009 物理学报 58120]
- [10] Wang F Q, Liu C X 2007 *Chin. Phys.* **16** 942
- [11] Lü J H 2006 *IEEE. Trans. Circuits Syst- I* **53** 1596
- [12] Lü J H, Yu S M, Chen G R 2006 *IEEE Trans. Cir. Syst.-I* **53** 149
- [13] Luo X H, Li H Q, Dai X G 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 7511 (in Chinese) [罗小华、李华青、代祥光 2008 物理学报 **57** 7511]
- [14] Chen L, Peng H J, Wang D S 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 3337 (in Chinese) [谌 龙、彭海军、王德石 2008 物理学报 **57** 3337]
- [15] Qi G Y 2006 *Int. J. Bifur. Chaos* **16** 859
- [16] Zhang Y H, Qi G Y, Liu W L, Yan Y 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3307 (in Chinese) [张宇辉、齐国元、刘文良、阎 彦 2006 物理学报 **55** 3307]

- [17] Liu Y Z, Lin C S, Wang Z L 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 8407 (in Chinese) [刘扬正、林长圣、王忠林 2010 物理学报 **59** 8407]
- [18] Guan Z H, David J H, Shen X M 2004 *International conference on control, Automation, Robotics and Vision* Kunming China 320
- [19] Li Y X, Chen G R, Wallace K S T 2005 *IEEE. Trans. Circuits Syst- II* **52** 204
- [20] Wu X Q, Wang J J, Lu J A, Herbert H C I 2007 *Chaos, Solitons and Fractals* **32** 1485
- [21] Ge Z M, Yang K W 2007 *Chaos, Solitons and Fractals* **33** 246
- [22] Wang H, Han Z Z, Xie Q Y, Zhang W 2009 *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat* **14** 2239
- [23] Grzybowski J M V, Rafikov M, Balthazar J M 2009 *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat* **14** 2793
- [24] Danca M F, Wallace K S T, Chen G R 2008 *Applied Mathematics and Computation* **201** 650
- [25] Lin C X, Hao J H 2008 *J. Dynam. Contr.* **6** 254 (in Chinese) [林彩霞、郝建红 2008 动力学与控制学报 **6** 254]

The Logistic-Unified hybrid chaotic system*

Liu Yang-Zheng¹⁾ Lin Chang-Sheng^{1)†} Li Xin-Chao¹⁾ Liu Hai-Peng¹⁾ Wang Zhong-Lin²⁾

1) (*Institute of Nonlinear Physics, Nanjing Institute of Technology, Nanjing 211167, China*)

2) (*Department of Physics and Electronics, Binzhou University, Binzhou 256603, China*)

(Received 31 May 2010; revised manuscript received 11 June 2010)

Abstract

A Logistic-Unified hybrid chaotic system is generated. In this system, following the random changing of the state variable values of the Logistic map, the parameter values of the Unified system can be modulated randomly, and the Logistic-Unified hybrid chaotic system can be switched between the generalized Lorenz system, Lü system and generalized Chen system randomly. The extremely complicated chaotic signal is generated via the Logistic-Unified hybrid chaotic system. The Logistic-Unified hybrid chaotic system is realized based on digital signal processing (DSP). Hardware experiments and software simulation are completely consistent, and the results demonstrate the validity of the theoretical analysis.

Keywords: Logistic-Unified hybrid chaotic system, switching law, Lyapunov exponents, DSP

PACS: 05.45.Ac

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 90405011) and the Natural Science Foundation of Jiangsu Province, China (Grant No. 07KJD120081) and the Science and Technology Program of Shandong Province, China (Grant No. 2009GG10001030) and the Natural Science Foundation of Nanjing Institute of Technology, China (Grant Nos. KXJ07068).

† Corresponding author. E-mail: cslin@njit.edu.cn