

## 相互作用突然开启后的反铁磁海森伯模型\*

周宗立<sup>1)</sup> 章国顺<sup>1)†</sup> 娄平<sup>2)3)</sup>

1) (安徽农业大学理学院, 合肥 230036)

2) (安徽大学物理与材料科学学院, 合肥 230039)

3) (成均馆大学化学系, 首尔 440-746, 韩国)

(2010年5月9日收到; 2010年6月10日收到修改稿)

本文以反铁磁海森伯模型为对象, 设想了一个相互作用在  $t=0$  时刻开启的非平衡体系. 在低温近似下, 本文利用重整化群流方程方法讨论了该体系可观测量随时间的演化趋势. 本文根据此类体系的特点, 给出了获得算符时间演化形式的路径, 并成功将其应用于本文所讨论的模型中. 其中, 本文着重介绍了如何在非平衡自旋体系中应用流方程方法, 并利用该方法得到了随时间演化的基态磁化强度, 同时论证了该方法处理此类系统的有效性. 同时, 在与平衡体系基态磁化强度的对比中, 发现非平衡可观测量随时间震荡而无法收敛, 这一点有别于相互作用突然开启后的 Luttinger 液体.

**关键词:** 非平衡体系, 反铁磁海森伯模型, 流方程方法, 磁化强度

**PACS:** 11. 10. Hi, 64. 60. Ht, 75. 10. Jm

## 1. 引言

近期, 由于费施巴赫共振现象的成功利用, 人们首次获得了控制多体系统相互作用强度的能力<sup>[1-4]</sup>. 近年来, 利用这一方法, 许多实验小组成功改变了多种多体系统的相互作用强度<sup>[5,6]</sup>. 受到这些实验成果的鼓励, 相互作用被改变后的系统——非平衡系统 (non-equilibrium system) 再次吸引了理论物理学家的目光. 事实上, 自上世纪 Barouch 等人首次提出后<sup>[7]</sup>, 非平衡体系就引起了人们的广泛关注. 然而, 自上世纪 80 年代以来, 对此类体系的理论研究便陷入停滞, 障碍主要来自理论和实验两个方面. 首先是理论工具的匮乏, 由于含时体系的特殊性, 应用于非平衡体系的理论方法受到极大限制, 这使得该领域的理论工作总是伴随着各种各样的疑虑. 例如, 可观测量随时间呈现震荡发散趋势便是争议的焦点之一, 如何有效地抑制这种发散趋势一直困扰着理论物理学界. 其次是实验技术的局限, 虽然理论学家不断地提出各种新颖的非平衡体系, 并获得许多有意义的理论结果. 但是, 由于多数方案缺少实现途径, 大大削弱了理论成果的说服力.

本世纪伊始, 伴随着实验技术的突破<sup>[6]</sup>, 针对非平衡体系的实验逐渐兴起, 越来越多的实验成果陆续公布出来<sup>[8-15]</sup>. 与此同时, 理论方法也在不断完善中, 适用于非平衡问题的方法不断取得突破<sup>[16-19]</sup>. 因此, 非平衡问题再次引起理论学家的关注. 尤其是近年来, 具有可操作性的实验方案和基于实验的理论设想被纷纷提出, 并日渐成为人们关注的对象<sup>[20-23]</sup>. 伴随着这些新方案新设想的提出, 人们开始逐渐摆脱障碍并获得了许多有意义的理论成果<sup>[24-29]</sup>.

Cazalilla 在 2006 年提出一个设想, 并依据这一设想建立了一个全新的现实可实现的非平衡体系<sup>[20]</sup>. 他设想: 利用费施巴赫共振现象先将多体系统进行相互作用量子淬火 (interaction quench), 使其成为自由体系, 然后在计时起点 ( $t=0$ ) 开启相互作用, 从而得到一个非平衡体系. 便于讨论, 本文将这一设想称之为“Cazalilla 设想” (Cazalilla scenario). 理论上, Cazalilla 首先将这一设想应用于无自旋 Luttinger 模型, 通过直接求解海森伯方程给出了该非平衡系统的等时关联函数, 发现其在热力学极限下不仅没有呈现震荡发散的形势, 而且呈现出收敛性, 但是在长时极限下它给出的收敛值区别于平衡

\* 安徽高校省级自然科学研究重点项目 (批准号: KJ2010A123) 资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: phyzha@ahau.edu.cn

体系的对应值. 更具价值的是, 他在文中还细致阐明了这一设想的现实可行性, 并给出了实验方案. 因此, 这类非平衡体系的独特性质和实验可行性迅速引起人们的兴趣<sup>[21, 22, 28, 29]</sup>.

与此同时, 一种新颖的方法被引入到非平衡理论的研究中来, 这就是 Wegner 和 Glazek 等人创建的重整化群流方程方法<sup>[16, 17]</sup>. 成功的应用实例表明这一方法在处理非平衡问题时体现出了的独特优越性. 其中值得关注的如, Hackl 等人利用该方法处理了非平衡状态下的自旋-玻色模型, 成功抑制了观测量的震荡发散趋势, 并获得了许多有意义的成果<sup>[28, 29]</sup>. Michael 等人研究了“Cazalilla 设想”下 Hubbard 模型的实时演化过程, 发现该模型在相互作用开启后呈现出三个独立的时间演化过程, 再次引起了人们的兴趣<sup>[21]</sup>. 这些成果充分体现了流方程方法在处理某些非平衡问题时的有效性. 同时, Kehrein 等人也从理论上论证了利用该方法处理非平衡问题的可行性<sup>[18]</sup>. 他们发现, 在处理系统哈密顿量时, 不同于传统的重整化群方法, 流方程方法保留了整个的有效希尔伯特空间, 正是这一点使得该方法更适合于处理非平衡问题.

正是受到这些成果的鼓励, 我们选择反铁磁海森伯模型作为研究对象, 探讨该模型在“Cazalilla 设想”下的非平衡特性, 并论证流方程方法在处理非平衡自旋体系的有效性. 之所以选择这个模型, 首先是理论上的可解性, 该模型在低温近似下可以通过霍斯坦因-普里马科夫变换和流方程方法给出各物理量的解析形式, 这极大地简化了我们的计算程序, 并使我们的结果在理论上具有可验证性. 其次是实验上的可行性, 利用激光控制超冷带有自旋自由度的玻色-爱因斯坦凝聚体逐渐引起人们的关注, 目前已经有人提出方案来实现对自旋体系相互作用的控制<sup>[30, 31]</sup>, 并有大量理论成果公布出来<sup>[32-34]</sup>.

针对平衡的磁性系统, 流方程方法已有成功的应用实例, 正是这些工作为我们的研究奠定了基础<sup>[35-37]</sup>. 因此, 本文不再介绍流方程方法的演算细节, 而着重于介绍如何利用该方法处理非平衡自旋体系. 同时, 由于流方程方法的广泛适用性, 文中所提及的解决途径同样适用于相互作用淬灭的其他非平衡系统.

## 2. 非平衡反铁磁 Heisenberg 模型

对于即将讨论的系统——反铁磁海森伯模型,

一般将其表示为双子格模型, 哈密顿量给出如下:

$$H_{\text{hei}} = |J| \sum_{i,\delta} \left\{ S_{ai}^z S_{b,i+\delta}^z + \frac{1}{2} (S_{ai}^+ S_{b,i+\delta}^- + S_{ai}^- S_{b,i+\delta}^+) \right\} + |J| \sum_{j,\delta} \left\{ S_{aj}^z S_{b,j+\delta}^z + \frac{1}{2} (S_{aj}^+ S_{b,j+\delta}^- + S_{aj}^- S_{b,j+\delta}^+) \right\},$$

$S_{ai}$  表示子格  $a$  中  $i$  格点上的自旋,  $S_{bi}$  表示子格  $b$  中  $j$  格点的自旋算符. 通常利用霍斯坦因-普里马科夫变换对以上哈密顿进行处理, 然后在低温近似下给出一个可解的哈密顿量. 动表象下, 该哈密顿量的形式直接给出如下:

$$H_{\text{hei}} = -2NZs^2 |J| + 2Zs |J| \sum_k (a_k^+ a_k + b_k^+ b_k) + 2Zs |J| \sum_k \gamma_k (a_k^+ b_k^+ + b_k a_k), \quad (1)$$

其中  $k$  为动量, 为了方便取  $\hbar = 1$ . 上式第一项是出发态能量, 后面的讨论中将以常数  $C$  来表示; 第二项为各子格自旋波, 以下以  $H_0$  来表示这一项, 对应的能量表示为  $\hbar\omega_0$ ; 第三项为相互作用表示为  $H_{\text{int}}$ .

对于我们研究的非平衡体系, 根据 Cazalilla 设想, 其哈密顿应表示为

$$H = H_0 + \theta(t) H_{\text{int}} + C, \quad (2)$$

其中  $\theta(t)$  为阶越函数,

$$\theta(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ 1, & t \geq 0. \end{cases}$$

那么, (2) 式在  $t < 0$  时表现为自由体系哈密顿,  $t \geq 0$  时为反铁磁模型. 也就是说, 在  $t = 0$  时刻我们“开启”了自旋系统的相互作用, 使其按照反铁磁哈密顿随时间演化. 接下来是对该哈密顿的处理, 我们首先利用重正化群流方程来对 (1) 式做对角化处理, 再利用该方法给出算符的时间演化形式.

获得可观测量时间演化形式的途径有两种, 通常是利用非微扰论方法直接求解 Heisenberg 方程. 但是, 由于非平衡系统哈密顿系数含时, 不能通过一般的正则变换先将其对角化, 所以人们就利用各种理论方法来求解算符的海森伯方程, 以获得可观测量的含时形式, 其中常用的方法有刘维尔方程、含时密度泛函等方法<sup>[7, 19]</sup>. 然而“Cazalilla 设想”有其特点, 数学上含时系数是以阶越函数的形式引入的. 可以看到, 在  $t \geq 0$  时系统的哈密顿量为反铁磁海森伯形式, 而获得该哈密顿的对角化形式并不困难. 正是这一特点为我们提供了间接求解海森伯方程的思路, 不仅避免了大量的繁复计算, 且能精确给出可观测量的含时演化形式<sup>[20, 21]</sup>. 这两种思路可以参照图 1 所示的路径, 虚箭头所示路径为直接求解海森伯方程, 而我们将采取实箭头所示的迂回路径.

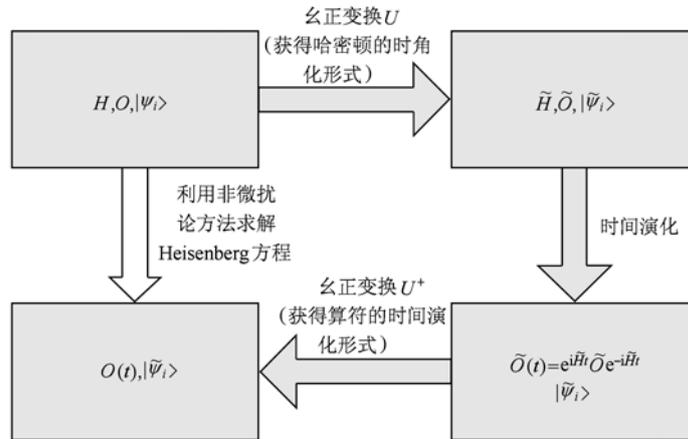


图1 获得算符  $O$  时间演化形式的流程

在接下来的工作中,我们将严格按照图1的箭头所示流程来获得算符  $a, b$  的时间演化形式,进而获得可观测量的演化形式.

### 3. 可观测量的时间演化形式

#### 3.1. 哈密顿的对角化

首先,对(1)式进行对角化处理.我们将利用流方程方法来处理哈密顿量,对于该方法的详细论述请参阅文献[16],由于篇幅所限不加赘述,直接将其应用于我们讨论的问题中.

首先,需要将待转换的哈密顿写成连续性流参数的函数形式,称之为哈密顿的重整化流

$$H(l) = \sum_k [\xi(l)(a_k^+ a_k + b_k^+ b_k) + \lambda_k(l)(a_k^+ b_k^+ + b_k a_k)] + C(l), \quad (3)$$

其中  $l$  即位为连续性流参数,  $\xi(l) = 2Z|J|s(l)$ ,  $\lambda_k(l) = 2Z|J|\gamma_k(l)$ ; 初始条件为  $s(0) = s, \gamma_k(0) = s\gamma_k, C(0) = -2NZ|J|s^2$ ; 当  $l \rightarrow \infty$  时,哈密顿(3)被对角化. 根据 Wegner 等人的方法,一般选取下面的对易子  $\eta(l)$  为生成函数:

$$\eta(l) = [H_d(l), H(l)],$$

其中  $H_d(l)$  为哈密顿的对角化项. 哈密顿(3)的对角项为,  $H_d(l) = \sum_k \xi(l)(a_k^+ a_k + b_k^+ b_k)$ , 从而得到生成函数为

$$\eta(l) = \sum_k 2\xi(l)\lambda_k(a_k^+ b_k^+ - b_k a_k). \quad (4)$$

生成函数和待转换哈密顿存在以下关系:

$$\frac{dH(l)}{dl} = [\eta(l), H(l)]. \quad (5)$$

可以利用(3)和(4)式完成上式右侧的对易关系,并将(3)式直接代入(5)式的左侧,然后比较等号两侧的系数,即可获得一组流方程

$$\frac{d\xi(l)}{dl} = -4\xi\lambda_k^2(l),$$

$$\frac{d\lambda_k(l)}{dl} = -2\xi\lambda_k^2(l),$$

$$\frac{dC(l)}{dl} = -4 \sum_k 4\xi\lambda_k^2(l). \quad (6)$$

求解上面的方程组可得到各参数在  $l = \infty$  时的值. 与此同时,哈密顿(1)被对角化,我们用  $\tilde{H}$  来表示对角化后的哈密顿,即,  $\tilde{H} \equiv H(l = \infty)$  并给出自旋波谱  $\tilde{\xi} \equiv \xi(\infty)$  及基态能  $\tilde{C} \equiv C(\infty)$ ,

$$\tilde{\xi} = 2Z|J|s\sqrt{1-\gamma_k^2},$$

$$\tilde{C} = -2NZ|J|(s^2 + s) + 2Z|J|s \sum_k \sqrt{1-\gamma_k^2}.$$

上式显然与 Bogoliubov 变换获得的结果是一致的,这也显示出流方程方法在处理自旋系统时是十分有效的. 同样,该方法在对系统力学量的处理中也存在一定的优越性.

#### 3.2. 算符的重整化流

通常,算符  $O$  重整化流的具体形式由对易子  $[\eta(l), O(l)]$  给出. 但是在大多数实际操作中,为了计算的便利性而选取其他更适当的形式. 对于

本文所研究的对象,选取以下方案作为算符  $a_k, b_k$  的流:

$$\begin{aligned} a_k(l) &= \mu_k(l)a_k + \nu_k(l)b_k^+, \\ b_k(l) &= \nu_k(l)a_k^+ + \mu_k(l)b_k. \end{aligned} \quad (7)$$

初始条件  $\mu_k(0) = 1, \nu_k(0) = 0$  以及对易关系  $[a_k, a_{k'}^+] = \delta_{kk'}$ . 同样,算符  $O$  与生成函数也存在如下关系:

$$\frac{dO(l)}{dl} = [\eta(l), O(l)]. \quad (8)$$

将(7)式和  $\eta(l)$  代入上式,可得到另一组流方程

$$\begin{aligned} \frac{d\mu_k(l)}{dl} &= -2\xi(l)\lambda_k(l)\nu_k(l), \\ \frac{d\nu_k(l)}{dl} &= -2\xi(l)\lambda_k(l)\mu_k(l). \end{aligned} \quad (9)$$

将以上流方程从  $l=0$  积分到  $\infty$ ,即可得到  $\mu_k(\infty), \nu_k(\infty)$ ,

$$\begin{aligned} \tilde{\mu}_k^2 &\equiv \mu_k^2(l = \infty) = \frac{1}{4}\left(\Delta + \frac{1}{\Delta}\right) + \frac{1}{2}, \\ \tilde{\nu}_k^2 &\equiv \nu_k^2(l = \infty) = \frac{1}{4}\left(\Delta + \frac{1}{\Delta}\right) - \frac{1}{2}, \\ \Delta &= \frac{\sqrt{1 - \gamma_k^2}}{1 + \gamma_k}. \end{aligned} \quad (10)$$

为了获得上式,需要利用对易关系  $[a_k(l), a_{k'}^+(l)] = \delta_{kk'}$  和(6)式,以及初始条件.由此得到算符  $a_k, b_k$  在时的解,我们将其标记为,  $\tilde{a}_k \equiv a_k(l = \infty), \tilde{b}_k \equiv b_k(l = \infty)$ . 对于  $a_k(b_k) \rightarrow \tilde{a}_k(\tilde{b}_k)$  的连续性么正变换记为  $U$ .

### 3.3. 时间演化

根据图 1,任意算符  $\tilde{O}$  的时间演化可通过公式  $\tilde{O}(t) = e^{i\tilde{H}t}\tilde{O}e^{-i\tilde{H}t}$  直接获得.我们在上两小节里已经将哈密顿对角化,并解出了  $\tilde{a}_k, \tilde{b}_k$  的具体形式,所以只需考虑对易关系  $\tilde{\zeta}a_k = [a_k, \tilde{H}]$ ,  $\tilde{\zeta}b_k = [b_k, \tilde{H}]$ ,即可直接给出  $\tilde{a}_k, \tilde{b}_k$  的时间演化方式,

$$\begin{aligned} \tilde{a}_k(t) &= \tilde{\mu}_k(t)a_k + \tilde{\nu}_k(t)b_k^+, \\ \tilde{b}_k(t) &= \tilde{\nu}_k(t)a_k^+ + \tilde{\mu}_k(t)b_k, \end{aligned} \quad (11)$$

其中,  $\tilde{\mu}_k(t) = \tilde{\mu}_k e^{-i\tilde{\zeta}t}, \tilde{\nu}_k(t) = \tilde{\nu}_k e^{-i\tilde{\zeta}t}$ . 我们的目的是获得初始态随时间的演化形式,因此还要给出  $a(t), b(t)$  的形式,即图 1 所示的第三步.为了获得

$a(t), b(t)$  的具体形式,需要对  $\tilde{a}_k(t), \tilde{b}_k(t)$  做么正变换  $U$  的逆变换  $U^+$ . 为了便于运算,对于算符  $\tilde{a}_k(t), \tilde{b}_k(t)$  的流方案的选择,我依然采取类似(7)式的形式,

$$\begin{aligned} a_k(l, t) &= \mu_k(l, t)a_k + \nu_k(l, t)b_k^+, \\ b_k(l, t) &= \nu_k(l, t)a_k^+ + \mu_k(l, t)b_k. \end{aligned} \quad (12)$$

将其代入(8)式,可以得到一组在形式上与(9)式相同的流方程.但是需要注意的是,我们的目标是从  $l = \infty$  积分到 0,而与之对应的初始条件由(11)式给出.由于适当地选择了算符的流方案,只须经过一些不太繁琐的数学计算即可解得系数  $\mu_k(0, t), \nu_k(0, t)$ ,

$$\begin{aligned} \mu_k(0, t) &= \frac{1}{2}\left(X + \frac{c(t)}{X}\right), \\ \nu_k(0, t) &= \frac{1}{2}\left(X - \frac{c(t)}{X}\right), \\ X &= \cos\tilde{\zeta}t - \frac{i}{\Delta}\sin\tilde{\zeta}t, \\ c(t) &= \cos 2\tilde{\zeta}t - \frac{i}{2}\left(\Delta + \frac{1}{\Delta}\right)\sin 2\tilde{\zeta}t. \end{aligned} \quad (13)$$

代回(12)式即获得  $a_k(0, t), b_k(0, t)$ .

至此,完成了图 1 所示的每个步骤,并成功获得了  $a_k(0, t), b_k(0, t)$  的具体形式.由此可以获得的该非平衡体系各类可观测量,本文将给出磁化强度的时间演化形式,以作示例.

### 3.4. 磁化强度

利用上一节获得的  $a_k(0, t), b_k(0, t)$ ,可以给出该系统的各可观测量.本文中,主要讨论该非平衡体系的基态磁化强度随时间的变化趋势,并将其与平衡体系进行比较,最后分析讨论给出结论.不失一般性,我们只讨论子格 a 的基态饱和磁化强度,其定义如下:

$$\chi_0(t) \equiv Ns - \sum_k a_k^+(0, t)a_k(0, t),$$

利用(12), (13)式并经过一些简单的计算,即可得到

$$\begin{aligned} \chi_0(t) &= Ns - \sum_k \nu_k^*(0, t)\nu_k(0, t) \\ &= Ns - \sum_k \frac{\gamma_k^2}{1 - \gamma_k^2} \sin^2 \tilde{\zeta}t. \end{aligned} \quad (14)$$

为便于比较,这里也给出平衡体系的基态磁化强度,以  $\chi_{\text{equil}}$  标记,

$$\chi_{\text{equil}} = Ns - \frac{1}{2} \sum_k \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 - \gamma_k^2}} - 1 \right\}. \quad (15)$$

对比以上两式可以看到,由于相互作用的突然引入导致了观测量随时间的震荡. 很容易验证(14)式是满足初始条件的,当  $t = 0$  时退回到自由体系,这也进一步说明了本文所述方法的有效性. 正如前文所料,该结果没有呈现发散趋势. 同时值得注意的是,在热力学极限下  $L \rightarrow \infty$ , (14)式无法收敛于某一有限值,这一点不同于 Cazalilla 等人讨论的非平衡 Luttinger 液体. 对于类似 Cazalilla 讨论的一维强关联体系,必须采用 Haldane 提出的玻色化方法才能进行精确的分析,再利用 Luther 提出的耦合系数近似  $\sinh 2\varphi_\mu(q) = e^{-\frac{|kR_0|}{2}} \sinh 2\varphi_\mu$ , 即可获得随时间震荡收敛的可观测量<sup>[38,39]</sup>. 因此可以预计,对于一维的非平衡反铁磁模型, (14)式将呈现不同形式.

## 4. 结 论

概括而言,本文利用流方程方法讨论了相互作用突然开启后的反铁磁海森伯模型. 在低温近似下,我们首先利用霍斯坦因-普里马科夫变换对模型哈密顿进行了处理. 并且,根据研究对象的独特性,给出了获得可观测量时间演化形式的途径. 文中,我们细致介绍了如何将流方程方法应用到此类非平衡体系之中,并给出了随时间演化的算符. 利用该结果,我们计算了基态磁化强度的演化形式,并利用边界条件验证了该结果的正确性,同时证实了流方程方法处理非平衡自旋体系的有效性. 通过与平衡体系和一维非平衡强关联体系相关结果的对比,发现该非平衡的可观测量呈现不同特点. 最后,本文依据已有成果对同样设想下一维反铁磁海森伯模型的行为做了预期.

- [1] Stamper-Kurn D M, Miesner H J, Chikkatur A P, Inouye S, Stenger J, Ketterle W 1999 *Phys. Rev. Lett.* **83** 661
- [2] Wu H Y, Yin L 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 490 (in Chinese) [武宏宇、尹 澜 2006 物理学报 **55** 490]
- [3] He Z M, Wang D L, Zhang W X, Wang F J 2008 *Chin. Phys. B* **17** 3640
- [4] Chin C, Vuletić V, Kerman A J, Chu S 2001 *Phys. Rev. Lett.* **85** 2717
- [5] Loftus T, Regal C A, Ticknor C, Bohn J L, Jin D S 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 173201
- [6] Greiner M, Mandel O, Esslinger T, Hänsch T W, Bloch I 2002 *Nature* **415** 39
- [7] Barouch E, McCoy B 1970 *Phys. Rev. A* **2** 1075
- [8] Stoferle T, Moritz H, Schori C, Kohl M, Esslinger T 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 130403
- [9] Fertig C D, O'Hara K M, Huckans J H, Rolston S L, Phillips W D, Porto J V 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 120403
- [10] Kinoshita T, Wenger T, Weiss D S 2006 *Nature* **440** 900
- [11] Zhao J M, Zhang L J, Li C Y, Jia S T 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2895 (in Chinese) [赵建明、张临杰、李昌勇、贾锁堂 2008 物理学报 **57** 2895]
- [12] Schreck F, Khaykovich L, Corwin K L, Ferrari G, Bourdel T, Cubizolles J, Salomon C 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 080403
- [13] Strecker K E, Partridge G B, Truscott A G, Hulet R G 2002 *Nature* **417** 150
- [14] Jiang Y R, Feng M, Gao K L, Zhu X W 2001 *Chin. Phys.* **10** 202
- [15] Calabrese P, Cardy J 2007 *J. Stat. Mech.* p06008
- [16] Wegner F 1994 *Ann. Phys.* **3** 77
- [17] Glazek S D, Wilson K G 1994 *Phys. Rev. D* **49** 4214
- [18] Kehrein S 2006 *The Flow Equation Approach to Many-Particle Systems* (Berlin: Springer) p98
- [19] Wang F, Zhang F S, Eric S 2003 *Chin. Phys.* **12** 164
- [20] Cazalilla M A 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 156403
- [21] Moeckel M, Kehrein S 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 175702
- [22] Peretto E 2006 *Phys. Rev. B* **74** 205123
- [23] Dobrescu B E, Pokrovsky V L 2006 *Phys. Lett. A* **350** 154
- [24] Luo X L, Zhang Z F, Feng M, Fang X M, Gao K L, Zhu X W 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 218 (in Chinese) [罗学立、张志飞、冯 芒、方细明、高克林、朱熙文 1999 物理学报 **48** 218]
- [25] Cherng R W, Levitov L S 2006 *Phys. Rev. A* **73** 043614
- [26] Zhang K C, Liu B G 2009 *Chin. Phys. B* **18** 3960
- [27] Altman E, Auerbach A 2006 *Phys. Rev. Lett.* **89** 250404
- [28] Hackl A, Kehrein S 2008 *Phys. Rev. B* **78** 092303
- [29] Hackl A, Kehrein S 2009 *J. Phys.: Condens. Matter* **21** 015601
- [30] Stenger J, Inouye S, Stamper-Kurn D M, Miesner H J, Chikkatur A P, Ketterle W 1998 *Nature* **396** 345
- [31] Chang M S, Hamley C D, Barrett M D, Saner J A, Fortier K M, Zhang W, You L, Chapman M S 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 140403
- [32] Zhao X D, Xie Z W, Zhang W P 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 5358 (in Chinese) [赵兴东、谢征微、张卫平 2007 物理学报 **56** 5358]
- [33] Zheng G P, Liang J Q, Liu W M 2006 *Ann. Phys.* **321** 950
- [34] Wang Y J, Liu X F, Han J R 2009 *Chin. Phys. B* **18** 5301
- [35] Stein J, 1998, *Eur Phys. J. B* **5** 193

- [36] Wang H, Lou P, Zhang Y H 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3764 (in Chinese) [汪洪、娄平、庄永河 2005 物理学报 **54** 3764]  
[37] Wang H, Lou P, Zhang Y H 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 577 (in Chinese) [汪洪、娄平、庄永河 2004 物理学报 **53** 577]  
[38] Haldane F D M 1981 *J. Phys. C* **14** 2585  
[39] Luther A, Peschel I 1974 *Phys. Rev. B* **9** 2911

## The antiferromagnetic Heisenberg model after a suddenly switched-on interaction \*

Zhou Zong-Li<sup>1)</sup> Zhang Guo-Shun<sup>1)†</sup> Lou Ping<sup>2)3)</sup>

1) (School of Science, Anhui Agricultural University, Hefei 230036, China)

2) (School of Physics & Material Science, Anhui University, Hefei 230039, China)

3) (Department of Chemistry, Sungkyunkwan University, Suwon 440-746, Korea)

(Received 9 May 2010; revised manuscript received 10 June 2010)

### Abstract

Based on the Heisenberg model, the anti-ferromagnet following the interaction suddenly switched-on at  $t = 0$  is considered in this paper. In the limit of low temperature, the time evolution of observables is analytically studied by utilizing the flow equation method. According to the unique feature of the system, the way to obtain the evolution of observables is shown and applied to the system we focused on. Further, special emphasis is laid on the application of the flow equation method to non-equilibrium magnetic systems so that the validity of the method applied to this kind of systems is traced. By means of this method, the evolution of magnetization of the ground state is traced in detail. It is found that the magnetization oscillates with time rather than converges, which is different from that of non-equilibrium Luttinger liquids.

**Keywords:** non-equilibrium system, anti-ferromagnetic Heisenberg model, flow equation method, magnetization

**PACS:** 11.10.Hi, 64.60.Ht, 75.10.Jm

\* Project supported by the Key Program of the Natural Science Foundation of the Higher Education Institutions of Anhui Province (Grant No. KJ2010A123).

† Corresponding author. E-mail: phyzha@ahau.edu.cn