

粗糙面重构问题的混合算法研究*

梁玉[†] 郭立新 王蕊

(西安电子科技大学理学院, 西安 710071)

(2009年11月24日收到; 2010年5月26日收到修改稿)

基于 Desanto 的谱表示法, 采用数值和近似算法相结合的混合算法对一维粗糙面的重构问题进行了研究. 对于正问题, 采用数值算法——矩量法(MOM)得到一维粗糙面的相关散射数据, 对于逆问题, 考虑不同粗糙度的粗糙面, 分别采用两种近似算法——微扰近似(SPA)、基尔霍夫近似(KA)与矩量法的混合算法, 对粗糙面轮廓进行了重构; 数值结果以高斯粗糙面为例, 给出了混合算法对不同粗糙度粗糙面的重构算例, 并进行了数据比较和分析.

关键词: 粗糙面重构, 矩量法, 微扰近似, 基尔霍夫近似

PACS: 41.20.-q, 42.25.-p, 42.68.-w, 84.40.-x

1. 引言

有关粗糙面散射的正问题, 如散射场和散射系数的计算, 已经在国内外得到相当多的研究^[1-8]; 然而, 在实际应用中常常需要解决粗糙表面的相关逆散射问题, 即如何根据已知正问题的散射数据, 重构粗糙面轮廓等信息, 研究粗糙面散射的逆问题(如重构粗糙面)的意义在于, 能够根据散射数据再现粗糙面轮廓(如地形、海貌), 有助于机载或星载雷达遥测地面或海面形状, 从而辨识不同地海特征, 实现特定的军事和民用价值, 在空间遥感、目标监测等领域具有一定的理论和实践用途. 早先 Harada 等曾基于基尔霍夫近似(KA)并借助传统优化理论间接重构粗糙面轮廓^[9], 首先根据测量场数据构造目标函数, 然后采用优化技术极小化目标函数, 寻找与实际测量值接近的基尔霍夫近似值. 而为求解目标函数的极小值, 需生成大量试验粗糙面, 再进行迭代, 同时现有的求解全局极值问题的优化算法收敛速度一般不快, 故此间接求解逆散射的方法对计算量的要求较高, 重构效率较低. 后继有学者利用模拟生物进化过程与机理求解问题的自组织、自适应人工智能随机搜索技术的进化计算算法, 对粗糙面重构问题进行研究^[10], 进化算法仍

是一种优化方法, 虽较传统优化方法有不少改进, 但仍需对大量试验样本进行迭代搜索, 有时还会陷入局部最优, 故仍难以保证效率和效果. 设想若从电磁波作用于随机粗糙面时一系列严格的散射机理出发, 获得散射数据与具体粗糙面轮廓间对应的潜在联系, 则可通过相关方法有效地重构粗糙面, 这方面已先后有学者开展相关研究并取得一定成果^[11,12]. 本文主要基于电磁波入射于随机粗糙面的散射机理, 探索粗糙面轮廓与散射数据的内在关联, 对一维粗糙面散射的逆问题(重构)进行研究, 提出了重构粗糙面的混合算法, 包括矩量法与微扰近似相结合的混合算法及矩量法与基尔霍夫近似相结合的混合算法.

本文首先针对粗糙面正散射问题, 讨论表面轮廓和源项、谱振幅的关系, 证明源项与入射场、谱振幅与散射场的等价性, 并采用矩量法(MOM)计算源项和谱振幅, 给出正问题的数值实例, 讨论了不同入射角和均方根高度对源项、谱振幅的影响; 在逆散射问题部分, 根据矩量法得到的散射数据(源项、谱振幅), 采用矩量法和微扰近似(SPA)相结合的混合算法来重构小粗糙度粗糙面轮廓, 采用矩量法和基尔霍夫近似(KA)相结合的混合算法来重构大粗糙度粗糙面轮廓. 结合给出的重构粗糙面数值实例, 对不同均方根高度、不同粗糙面尺寸、不同粗糙

* 国家自然科学基金(批准号:60971067), 高等学校博士学科点专项科研基金(批准号:20100203110016)和中央高校基本科研业务费专项资金资助的课题.

[†] E-mail: y_leung@yahoo.cn

面离散点下两种混合算法的结果进行了详细讨论与分析。

2. 矩量法计算源项和谱振幅

研究逆散射问题时,通常先研究关于“入射场”和“散射场”的正问题,分别等价于这里所提到的“源项” $\mathcal{R}_+(q, \hbar)$ 和“谱振幅” $\mathcal{R}_-(q, \hbar)$ (下文中将给出它们等价性的证明). 获得入射场和散射场数据既可以通过实验手段也可以通过数值手段模拟得到,通过实验手段可采用以下方法进行. 如图 1 所示,在粗糙表面上方一定距离上的水平线 $z = Z_0$ 和远区一水平线上分别放置散射仪,水平均匀移动散射仪,可以测得水平线 $z = Z_0$ 和远区水平线上若干点处的入射场 $\varphi_{i_1}(\theta_{i_1}, x_{i_1}, z_{i_1}), \varphi_{i_2}(\theta_{i_2}, x_{i_2}, z_{i_2}), \dots, \varphi_{i_{n-1}}(\theta_{i_{n-1}}, x_{i_{n-1}}, z_{i_{n-1}}), \varphi_{i_n}(\theta_{i_n}, x_{i_n}, z_{i_n})$ 和散射场 $\varphi_{s_1}(\theta_{s_1}, x_{s_1}, z_{s_1}), \varphi_{s_2}(\theta_{s_2}, x_{s_2}, z_{s_2}), \dots, \varphi_{s_{n-1}}(\theta_{s_{n-1}}, x_{s_{n-1}}, z_{s_{n-1}}), \varphi_{s_n}(\theta_{s_n}, x_{s_n}, z_{s_n})$, 其中, $n = 1, \dots, N, \theta_{i_{1-n}}, x_{i_{1-n}}, z_{i_{1-n}}$ 分别代表入射场所在水平线各离散点所对应的入射角和横、纵坐标值; $\theta_{s_{1-n}}, x_{s_{1-n}}, z_{s_{1-n}}$ 分别代表散射场所在水平线各离散点所对应的散射角及横、纵坐标值,由此便可获得逆问题所需的散射数据.

实际研究中可以通过实验手段测得众多离散点上的入射场和散射场,为方便地实现这一过程,本文将基于数值模拟手段,得到源项 $\mathcal{R}_+(q, \hbar)$ 和散射谱振幅 $\mathcal{R}_-(q, \hbar)$ (分别等价于入射场和散射场),将它们作为逆问题的散射数据,然后通过相关方法尝试重构粗糙面轮廓 $f(x)$.

考虑入射场 φ_i , 以 θ_i 角入射到一维粗糙面(见图 1). 针对一维粗糙面,其入射场可视为标量场,其中,入射波长为 λ, φ_s 为散射场, θ_s 为散射角,入射场与散射场之和为总场 φ , 即 $\varphi = \varphi_i + \varphi_s$. 以 HH 极化波(TE 波)为例,在满足狄氏(Dirichlet)边界条件

时^[13],根据 Desanto 提出的谱表示法^[14],可以得到两个包含粗糙面轮廓 $f(x)$ 的积分方程,分别为

$$\mathcal{R}_+(q, \hbar) = \int_{-\infty}^{\infty} \xi(x, \hbar) \exp(-iqx) \times \exp(+i\alpha_0(q)f(x)) dx, \quad (1)$$

$$\mathcal{R}_-(q, \hbar) = \int_{-\infty}^{\infty} \xi(x, \hbar) \exp(-iqx) \times \exp(-i\alpha_0(q)f(x)) dx, \quad (2)$$

其中 $\mathcal{R}_+(q, \hbar)$ 代表源项, $\mathcal{R}_-(q, \hbar)$ 代表散射场的谱振幅^[14], $\hbar = (\omega/c) \sin\theta_i, q = (\omega/c) \sin\theta_s, \omega$ 为角频率, i 为单位虚数, $c = 3 \times 10^8, \alpha_0(q) = \sqrt{\omega^2/c^2 - q^2}$. 需要说明的是粗糙面的积分上、下限暂取无穷,实际计算中将其截断为有限尺寸 L , 同时因倏逝波携带极小能量,计算中不计及. (1), (2) 两式中的函数 $\xi(x, \hbar)$ 与表面总场 φ 的导数有如下关系^[14]:

$$\begin{aligned} \xi(x, \hbar) &= (ik)^{-1} \partial_n [\varphi(x, z)] \\ &= (ik)^{-1} (\partial_z - f'(x) \partial_x) \\ &\quad \times [\varphi(x, z)] \Big|_{z=f(x)}, \end{aligned} \quad (3)$$

其中 k 为波数, $f'(x)$ 为粗糙面轮廓 $f(x)$ 的一阶导数,“ ∂_n ”为法向偏导算子,“ ∂_z ”为 z 向偏导算子. 根据文献[14]并结合(1)–(3)式,源项 $\mathcal{R}_+(q, \hbar)$ 与表面上方任意距离水平线 $z = Z_0$ 上入射场 φ_i 及其 z 向导数 $M_0 = (ik)^{-1} \partial_z \varphi_i$ 有如下关系:

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_+(q, \hbar) &= \exp(i\alpha_0(q)Z_0) \int_{-\infty}^{\infty} [\varphi_i(x, Z_0) \\ &\quad \times \alpha_0(\hbar)c/\omega - M_0(x, Z_0)] \\ &\quad \times \exp(-iqx) dx, \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $\alpha_0(\hbar) = \sqrt{\omega^2/c^2 - \hbar^2}$. 对于 $z \geq H$ (H 为粗糙面高度起伏最大值), 散射场可表示为^[14]

$$\begin{aligned} \varphi_s(x, z) &= \int_{-\infty}^{\infty} k(4\pi\alpha_0(q))^{-1} \mathcal{R}_-(q, \hbar) \\ &\quad \times \exp(i(qx + \alpha_0(q)z)) dq, \end{aligned} \quad (5)$$

在远区, 散射谱振幅 $\mathcal{R}_-(q, \hbar)$ 和散射场有如下

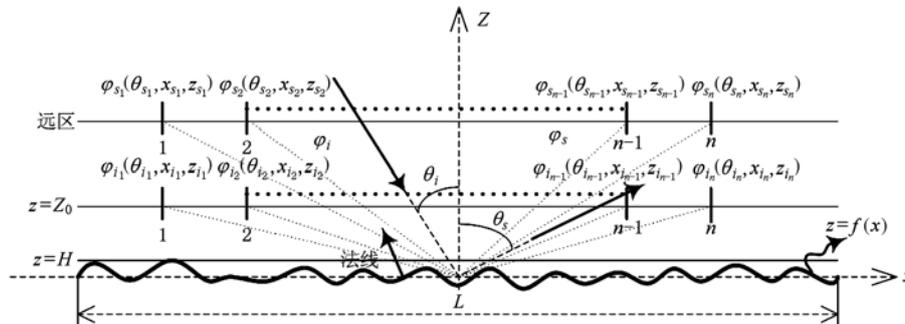


图 1 一维粗糙面入射、散射示意图

关系:

$$\mathcal{R}_-(q, \hbar) = \lim_{kr \rightarrow \infty} \varphi_s(x, z) \sqrt{2k/(\pi r)} \times \exp(ikr) \exp(i\pi/4), \quad (6)$$

其中 $r = \sqrt{x^2 + z^2}$. (4)式表明,若已知入射场 φ_i 即可知 $\mathcal{R}_+(q, \hbar)$, (6)式表明,已知散射场 $\varphi_s(x, z)$ 即可得 $\mathcal{R}_-(q, \hbar)$, 因此入射场与源项、散射场与散射谱振幅彼此对应且等价,从实验手段考虑需要测量“入射场”和“散射场”;而从数值模拟角度分析,仅需考虑“源项 $\mathcal{R}_+(q, \hbar)$ ”和“谱振幅 $\mathcal{R}_-(q, \hbar)$ ”.

为较为准确地计算源项和谱振幅,这里采用矩量法^[15]来进行计算. 对于数值模拟中的有限尺寸的粗糙面,运用矩量法计算时,为避免边缘效应,入射场采用 Thorsos 锥形波^[16],其形式如下:

$$\begin{aligned} \varphi_i(x, z) = & \exp(ik\sqrt{x^2 + z^2}) \\ & \times (1 + [2(x + z \tan \theta_i)^2/g^2 - 1] \\ & / (kg \cos \theta_i)^2) \\ & \times \exp(-(x + z \tan \theta_i)^2/g^2), \quad (7) \end{aligned}$$

其中 g 为锥形因子,时谐因子设为 $\exp(-i\omega t)$. 选用脉冲基函数和点匹配技术,将粗糙表面离散成 N 段, (3)式可以转化为 $\xi(x_n, \hbar) = \bar{A}^{-1} b_m$ ($n = 1-N$, $m = 1-n$), 其中

$$\begin{aligned} b_m = & \varphi_i(x_m, \hbar), \\ \bar{A} = & \begin{cases} (i/4) \Delta x H_0^{(1)}(k|\bar{r}_m - \bar{r}_n|), & m \neq n, \\ (i/4) \Delta x [1 + i(2/\pi) \\ \times \ln((\gamma k/4e) \Delta l_m)], & m = n, \end{cases} \quad (8) \end{aligned}$$

上式中 m, n, N 为整数, x_m, x_n 为粗糙面上离散的第 m 个和第 n 个点的横坐标, Δx 为 x 的采样步长, $H_0^{(1)}$ 为第一类零阶汉克耳函数, $\gamma = 1.781072$, $e = 2.718282$, $\Delta l_m = \Delta x \sqrt{1 + (f'(x_m))^2}$, $|\bar{r}_m - \bar{r}_n| = \sqrt{(x_m - x_n)^2 + (f(x_m) - f(x_n))^2}$, “ \bar{A}^{-1} ”表示 \bar{A} 的逆矩阵.

图2—图5分别给出了源项模值、谱振幅模值随散射角的分布. 针对单个具有高光谱分布的粗糙面^[13], 这里采用 Monte-Carlo 滤波法^[15]模拟粗糙面轮廓. 取 0° 入射, 粗糙面相关长度 $l = 1.0\lambda$, 粗糙面表面尺寸 L 为 100λ , 锥形因子 g 取 $L/4$. 表面被剖分成 1024 点. “|”代表取模值.

图2和图3分别给出了不同入射角下的源项和谱振幅的角分布,从图中可以看出,随着入射角的改变,源项和谱振幅均在镜向方向出现了峰值,且谱振幅(对应于散射场)峰值随入射角的增大而有

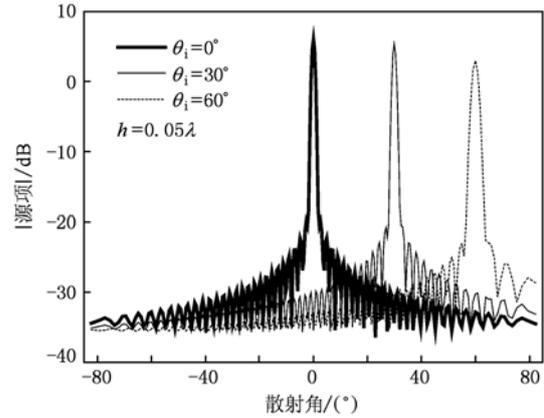


图2 不同入射角下的源项

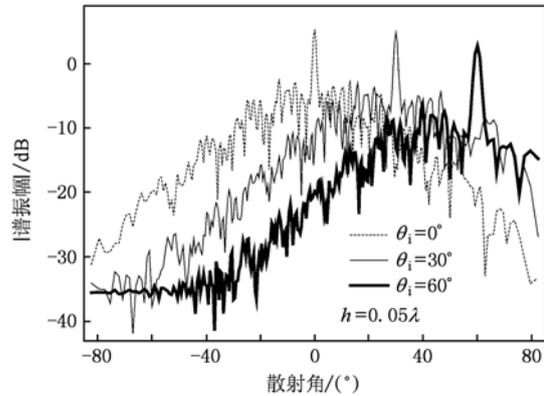


图3 不同入射角下的谱振幅

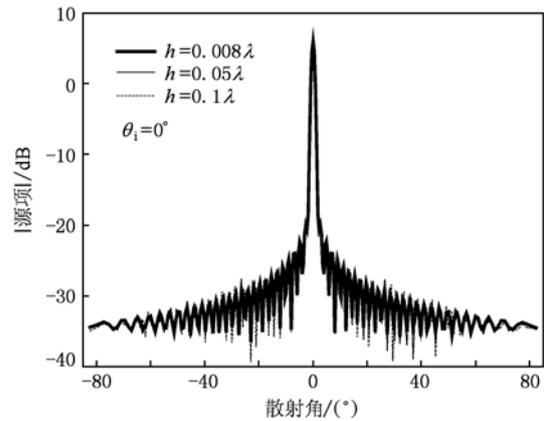


图4 不同均方根高度下的源项

减小的趋势. 图4和图5分别给出了粗糙面不同均方根下源项和谱振幅随散射角的变化. 从图4可以看出,源项模值的峰值出现在镜向散射方向,而在非镜向区域,源项模值随散射角较快地衰减并趋于稳定,这是由锥形入射波的固有特征^[16]所决定;另

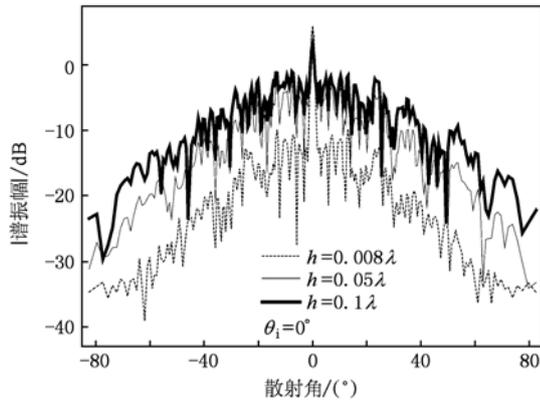


图5 不同均方根高度下的谱振幅

外,对比图4中的三条曲线不难发现,源项模值随均方根高度的改变基本不变,这进一步说明源项与入射场是对应等价的,同一Thorsos锥形波入射,其入射场随粗糙面本身的参数即均方根高度的变化而不发生变化,所以源项模值随均方根高度的改变基本保持不变.由图5中的谱振幅曲线分布可以看出,谱振幅模值随均方根高度的变化而发生明显改变,这与图4中的源项结果明显不同,这也正说明了谱振幅与散射场的等价性,对于同一入射场,其散射场应主要取决于粗糙面的相关参数,其中当均方根高度越大时,粗糙面粗糙度越大,非相干散射增强而相干散射减弱,因此镜向散射场幅值相应减小,而非镜向幅值增大,这恰好对应于图5中的谱振幅的变化情况,即随着均方根高度的增大,在镜向处谱振幅模值越小,而在非镜向谱振幅模值越大.

3. 粗糙面重构的混合算法

3.1. 矩量法(MOM)-微扰近似(SPA)混合算法重构小粗糙度粗糙面

定义 $\Omega_+(q, \hbar)$, $\Omega_-(q, \hbar)$ 为源项、散射谱振幅的和与差,可得

$$\begin{aligned} \Omega_+(q, \hbar) &= 0.5\mathcal{R}_+(q, \hbar) + 0.5\mathcal{R}_-(q, \hbar) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \xi(x, \hbar) \cos(\alpha_0(q)f(x)) \\ &\quad \times \exp(-iqx) dx, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \Omega_-(q, \hbar) &= 0.5i\mathcal{R}_+(q, \hbar) - 0.5i\mathcal{R}_-(q, \hbar) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \xi(x, \hbar) \sin(\alpha_0(q)f(x)) \\ &\quad \times \exp(-iqx) dx, \end{aligned} \quad (10)$$

当粗糙面为小粗糙度时,即表面起伏 $f(x)$ 远小于照射波长 λ ,可得 $|\alpha_0(q)f(x)| \ll 1$,以上两式可以近似为

$$\Omega_+(q, \hbar) \approx \int_{-\infty}^{\infty} \xi(x, \hbar) \exp(-iqx) dx, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \Omega_-(q, \hbar) &\approx \alpha_0(q) \int_{-\infty}^{\infty} \xi(x, \hbar) f(x) \\ &\quad \times \exp(-iqx) dx. \end{aligned} \quad (12)$$

因此,函数 $\Omega_+(q, \hbar)$ 和 $\Omega_-(q, \hbar)$ 与 $\xi(x, \hbar)$ 和 $\xi(x, \hbar)f(x)$ 存在傅里叶变换关系.作 $\Omega_+(q, \hbar)$ 和 $\Omega_-(q, \hbar)/\alpha_0(q)$ 的逆傅里叶变换,可以得到

$$\xi(x, \hbar) = F^{-1}[\Omega_+(q, \hbar)], \quad (13)$$

$$\xi(x, \hbar)f(x) = F^{-1}[\Omega_-(q, \hbar)/\alpha_0(q)], \quad (14)$$

其中“ F^{-1} ”代表逆傅里叶变换.将前面矩量法得到的源项、谱振幅代入(9),(10)式,得到 $\Omega_+(q, \hbar)$, $\Omega_-(q, \hbar)$,再将其代入(13),(14)式,可得到 $\xi(x, \hbar)$, $\xi(x, \hbar)f(x)$,这样便可得到重构粗糙面轮廓 $f(x)$,从而实现矩量法和微扰近似相结合的混合算法.

3.2. 矩量法(MOM)-基尔霍夫近似(KA)混合算法重构大粗糙度粗糙面

对于大粗糙度的粗糙面,关系式 $|\alpha_0(q)f(x)| \ll 1$ 不再满足,(11)和(12)式的近似不再成立,此时可以采用基尔霍夫切平面近似^[13],将(3)式中的总场 φ 用表面入射场 φ_i 的法向导数来近似,即

$$\begin{aligned} \xi(x, \hbar) &= (ik)^{-1} \partial_n \varphi(x, f(x)) \\ &\doteq 2(ik)^{-1} \partial_n \varphi_i(x, z, \hbar) \Big|_{z=f(x)} \\ &= \xi_{KA}(x, \hbar), \end{aligned} \quad (15)$$

$\xi_{KA}(x, \hbar)$ 代表基尔霍夫近似下 $\xi(x, \hbar)$ 的近似值.于是散射谱振幅可近似表示为

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_-(q, \hbar) &\doteq \int_{-\infty}^{\infty} \xi_{KA}(x, \hbar) \exp(-i(qx \\ &\quad + \alpha_0(q)f(x))) dx, \end{aligned} \quad (16)$$

为便于对上式进一步处理,将Thorsos锥形波中的窗函数去掉转化为平面波

$$\varphi_i(x, z, \hbar) = \exp(i(\hbar x - \alpha_0(\hbar)z)). \quad (17)$$

结合(15),(17)式,方程(16)变为

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_-(q, \hbar) &\doteq -2k^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} (\alpha_0(\hbar) + \hbar f'(x)) \\ &\quad \times \exp(i(\hbar x - \alpha_0(\hbar)f(x))) \\ &\quad \times \exp(-i(qx + \alpha_0(q)f(x))) dx. \end{aligned} \quad (18)$$

对方程(18)右边进行分部积分,可以得到

$$0.5\mathcal{R}_-(q, \hbar) \doteq - \left(\frac{\alpha_0(\hbar)\alpha_0(q) + 1 - \hbar q}{\alpha_0(\hbar) + \alpha_0(q)} \right)$$

$$\begin{aligned} & \times \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-i(q - \hbar)x) \\ & \times \exp(-i(\alpha_0(\hbar) + \alpha_0(q))f(x)) dx. \end{aligned} \quad (19)$$

定义如下变量:

$$\phi = \phi(\theta_s, \theta_i) = (q - \hbar)/k, \quad (20)$$

$$\tau = \tau(\theta_s, \theta_i) = (\alpha_0(q) - \alpha_0(\hbar))/k. \quad (21)$$

将(20), (21)式代入(19)式, 可得

$$\mathcal{R}_-(q, \hbar) \doteq [(\phi^2 + \tau^2)/\tau]D(\theta_s, \theta_i), \quad (22)$$

其中

$$\begin{aligned} D(\theta_s, \theta_i) &= \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-ik\phi x) \\ & \times \exp[-ik\tau f(x)] dx. \end{aligned} \quad (23)$$

需要说明的是, (22)式中的谱振幅项 $\mathcal{R}_-(q, \hbar)$ 在前面已经在正问题部分利用矩量法计算得到, 而在基尔霍夫近似下, 恰好约等于(22)式等号右边项, 从而可以得到 $D(\theta_s, \theta_i)$.

从(23)式可以发现, 粗糙面轮廓 $f(x)$ 和 $D(\theta_s, \theta_i)$ 似乎存在某种傅里叶变换关系, 但只要变化散射角 θ_s 或入射角 θ_i , ϕ 和 τ 就同时改变, 无法确立这种傅里叶变换关系, 若要建立这种傅里叶变换关系, 应以一种有序方式变化这些参量(τ 固定 ϕ 变化或 ϕ 固定 τ 变化). 可设法通过给定 ϕ, τ 来找到对应的 θ_s, θ_i . 对(20), (21)式进行处理, 有

$$\begin{aligned} 0.5\phi &= 0.5(q - \hbar)/k \\ &= \cos(0.5\theta_s + 0.5\theta_i) \\ & \times \sin(0.5\theta_s - 0.5\theta_i), \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} 0.5\tau &= 0.5(\alpha_0(q) - \alpha_0(\hbar))/k \\ &= \cos(0.5\theta_s + 0.5\theta_i) \\ & \times \cos(0.5\theta_s - 0.5\theta_i), \end{aligned} \quad (25)$$

根据以上两式, 可得

$$0.5\theta_s - 0.5\theta_i = \arctan(\phi/\tau) + \pi j, \quad (26)$$

$$\begin{aligned} 0.5\theta_s + 0.5\theta_i &= \arccos((0.25\phi^2 + 0.25\tau^2)^{1/2}) \\ & + 2\pi j', \end{aligned} \quad (27)$$

其中 j, j' 为整数. 从中我们解得散射角 θ_s 和入射角 θ_i , 即

$$\begin{aligned} \theta_s &= \arccos((0.25\phi^2 + 0.25\tau^2)^{1/2}) \\ & + \arctan(\phi/\tau) + \pi n, \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \theta_i &= \arccos((0.25\phi^2 + 0.25\tau^2)^{1/2}) \\ & - \arctan(\phi/\tau) + \pi n', \end{aligned} \quad (29)$$

这里 n, n' 为整数. 使用以上公式可以找到对应于具体 ϕ 和 τ 的入射角、散射角, 进而可以找到相应于 τ 固定时随 ϕ 变化或 ϕ 固定时随 τ 变化的散射谱振幅 $\mathcal{R}_-(q, \hbar)$. 在(28), (29)式中应注意 ϕ 和 τ 满足

如下约束范围:

$$\begin{aligned} 0 \leq \phi \leq 2, \quad 0 \leq \tau \leq 2, \\ |(0.25\phi^2 + 0.25\tau^2)^{1/2}| \leq 1, \end{aligned} \quad (30)$$

因此给定 τ 时, ϕ 仅在如下范围内变化

$$|\phi| \leq (4 - \tau^2)^{1/2}, \quad (31)$$

或者给定 ϕ 时, 则 τ 在以下范围内变化

$$|\tau| \leq (4 - \phi^2)^{1/2}. \quad (32)$$

假如使 τ 固定, 而 ϕ 变化, 根据(23)式, 项 $\exp[-ik\tau f(x)]$ 和 $D(\theta_s, \theta_i)$ 之间存在傅里叶变换关系, 即

$$\begin{aligned} D(\phi, \tau) &= D[\theta_s(\phi, \tau), \theta_i(\phi, \tau)] \\ &= F\{\exp[-ik\tau f(x)]\}, \end{aligned} \quad (33)$$

其中“F”表示傅里叶正变换. 若要得到粗糙面轮廓 $f(x)$, 还需对(33)式进行逆变换操作, 以 $R(x, \tau)$ 表示逆变换结果, 即

$$\begin{aligned} R(x, \tau) &= F^{-1}[D(\phi, \tau)] \\ &= \exp[-ik\tau f(x, \tau)], \end{aligned} \quad (34)$$

其中 $D(\phi, \tau)$ 由(22)式得到. 于是得到重构的粗糙面轮廓为

$$\begin{aligned} f(x, \tau) &= 1/(k\tau) \arctan\{-\text{Im}[R(x, \tau)] \\ & \quad / \text{Re}[R(x, \tau)]\}, \end{aligned} \quad (35)$$

这里 Re 和 Im 分别代表取 $R(x, \tau)$ 的实部和虚部. 将前面矩量法得到的谱振幅代入(22)式, 近似得到 $D(\theta_s, \theta_i)$, 再将其代入(34)式, 得到 $R(x, \tau)$, 最后由(35)式得到重构粗糙面轮廓 $f(x)$, 从而实现矩量法-基尔霍夫近似的混合. 需要说明的是, 本部分引用和借鉴了文献[17]中的部分表述和公式, 但区别之处在于, 本文在正问题部分采用的是矩量法这一数值方法, 而文献[17]采用的是积分方程法; 文献[17]对粗糙面加窗函数使其边缘区域成为平面, 从而避免对边缘效应的讨论, 而本文将对有限尺寸粗糙面的边缘效应进行详细讨论.

4. 粗糙面重构的数值实例

以下根据本文所提出的混合算法给出粗糙面重构数值结果并进行分析. 各算例中波长 λ 均为 0.045 且均针对单个一维高斯谱粗糙面, 但不失一般性. h 为均方根高度, l 为相关长度. 在粗糙面散射正问题部分采用矩量法进行计算, 目的是为重构逆问题提供较为准确的散射数据. 以下各图“原粗糙面”均为 Monte-Carlo 滤波法模拟的粗糙面轮廓. 图 6—图 8 中的“重构粗糙面”则代表采用 MOM-SPA

混合方法对粗糙面表面轮廓进行重构,其中粗糙面表面尺寸 L 为 100λ ,锥形因子 g 取 $L/4$,表面被剖分成 1024 点. 这里考虑 0° 入射, 散射角在 -87.4° —

87.4° 间均匀采样, 采样点数对应于粗糙面的离散点数.

图 6 给出了均方根高度 $h = 0.008\lambda$, 相关长度 l

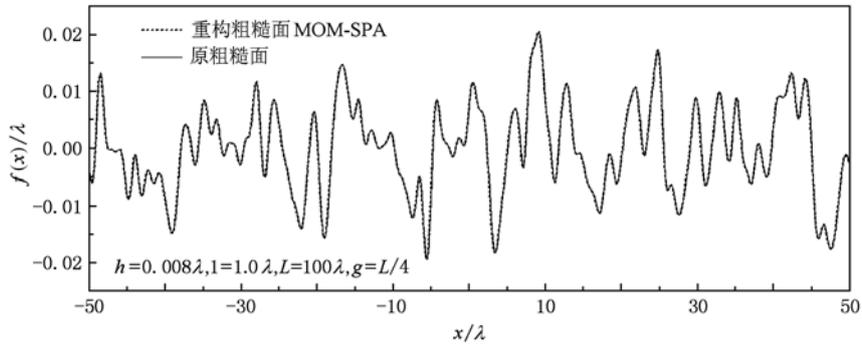


图 6 $h = 0.008\lambda$ 时 MOM-SPA 混合法粗糙面重构

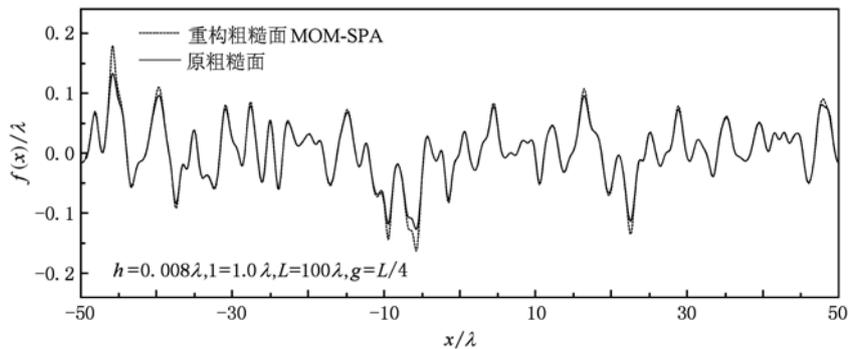


图 7 $h = 0.05\lambda$ 时 MOM-SPA 混合法粗糙面重构

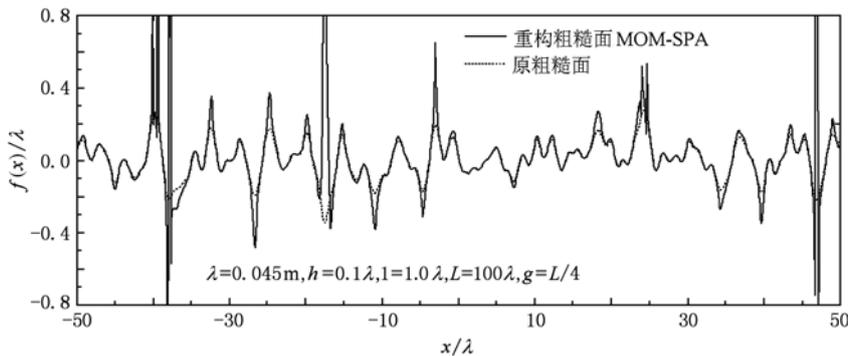


图 8 $h = 0.1\lambda$ 时 MOM-SPA 混合法粗糙面重构

$= 1.0\lambda$ 时粗糙面重构结果及与“原粗糙面”的轮廓比较. 从图中曲线对比可以看出, 重构轮廓与真实轮廓吻合较好, 说明对于甚小粗糙度的粗糙面, 采用矩量法与微扰近似相结合的混合算法可以获得较为理想的重构结果. 图 7 给出了当均方根高度增加为 0.05λ 时粗糙面重构轮廓与真实轮廓的比较.

可以看出, 在局部点, 重构曲线与原模拟曲线产生一定的差异. 说明随着粗糙度的增加, 矩量法与微扰近似混合算法的重构结果与真实轮廓逐渐产生差异, 这是由于随着粗糙度的增加, 关系式 $|\alpha_0(q)f(x)| \ll 1$ 逐渐不再满足. 图 8 给出了当均方根高度进一步增加为 0.1λ 时, 重构粗糙面轮廓与

真实轮廓的比较. 结果同样表明, 随着粗糙度的进一步增加, 混合算法的重构结果与真实轮廓差异进一步增大, 此时在局部点产生奇异值, 重构粗糙面与原粗糙面出现较大差异, 反映了随着粗糙度的进一步增加, 关系式 $|\alpha_0(q)f(x)| \leq 1$ 进一步不再满足, 导致重构结果误差更大.

针对以上均方根高度 h 为 0.1λ 时矩量法与微扰近似相结合的混合算法重构结果的不理想性, 图

9—图 12 给出了采用矩量法与基尔霍夫近似相结合的混合算法重构粗糙面轮廓结果, 其中计算参数如各图中所示, “重构粗糙面”代表采用 MOM-KA 混合方法对粗糙面表面轮廓进行重构. 重构计算时, 根据 (30) 式, τ 选为 1.1, ϕ 在 (31) 式规定的范围内均匀采样, 采样点数对应于粗糙面的离散点数, 由 (28), (29) 式便可得到各采样点对应的采样入射、散射角.

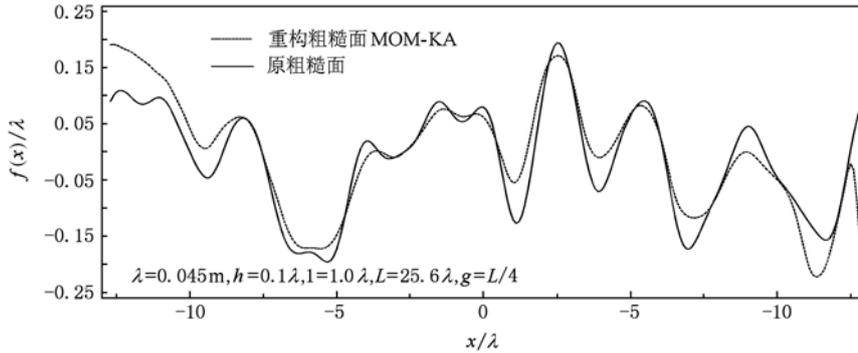


图9 $L = 25.6\lambda$, 采样点为 256 时粗糙面 MOM-KA 重构

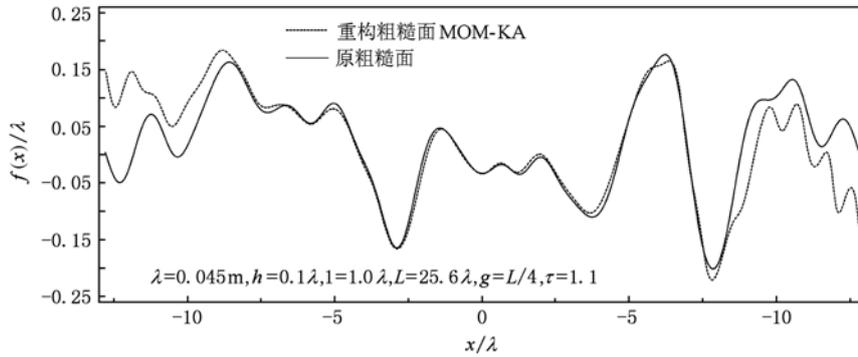


图10 $L = 25.6\lambda$, 采样点为 2048 点时粗糙面 MOM-KA 重构

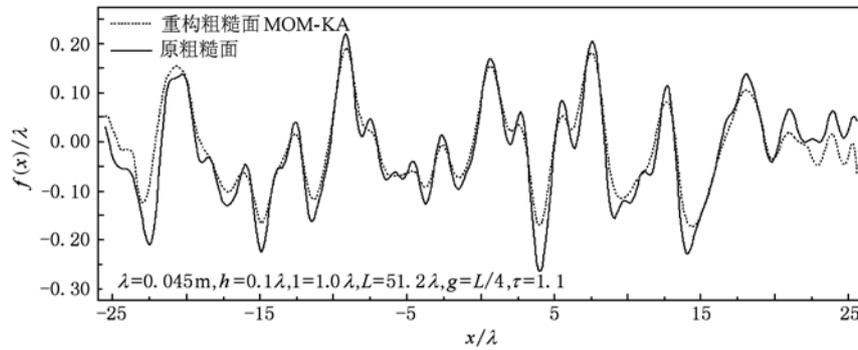
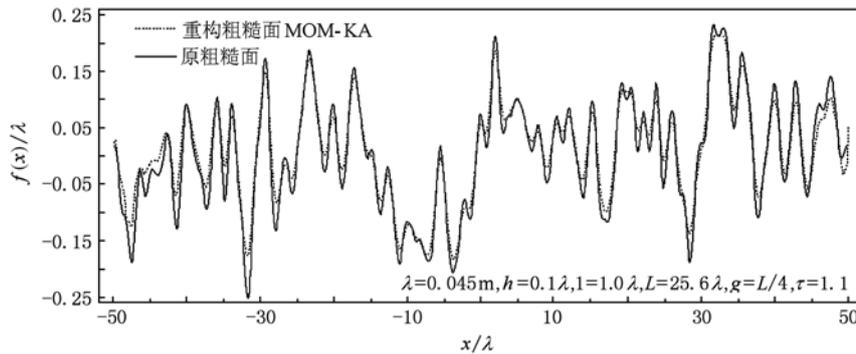


图11 $L = 51.2\lambda$, 采样点为 512 点时粗糙面 MOM-KA 重构

图12 $L=100\lambda$, 采样点为1024点时粗糙面 MOM-KA 重构

通过对图9—图12的分析可以发现,对于均方根高度为 0.1λ 的粗糙面,排除两边缘区域,采用矩量法和基尔霍夫近似相结合的混合算法进行重构的结果与真实廓线大体一致,虽然在许多局部点存在差别,但在重构结果中并未出现与原粗糙面有较明显差异的奇异点.分析局部点处差别的原因主要在于,基尔霍夫切平面近似,一般只能反映大粗糙度的散射特性,因此采用该理论进行轮廓重构时,一般只能重现大起伏的廓线,而其间的局部小起伏会出现重构失真.图9,图10对比表明,当粗糙面尺寸不变而离散点数由256增加至2048时,对局部小起伏的重构效果会明显改善,但对边缘区域的重构仍不理想.对部分顶点(深粗糙度)也会存在重构失真,这可以进一步通过二阶基尔霍夫近似加以弥补.对比图9(离散点数256点,粗糙面尺寸 25.6λ)和图11(离散点数512点,粗糙面尺寸 51.2λ)及图12(离散点数1024点,粗糙面尺寸 100λ),随着粗糙面尺寸的增加和离散点数的增多,误差越来越小,重构结果越来越理想,越能真实再现原来的粗糙面轮廓.

需要说明的是,在正问题中的矩量法,采用的是锥形化的平面波入射^[16],在重构逆算法中,微扰近似(SPA)仍沿用正问题中锥形波入射下的散射数据,而基尔霍夫近似(KA)采用的是一般意义上未加锥的平面波,对于有限尺寸粗糙面,锥形波入射能够避免所谓的边缘效应^[15],而平面波入射一般存在边缘效应的影响,所以,矩量法-微扰近似混合算法的重构轮廓与真实轮廓在粗糙面边缘附近区域基本一致,而矩量法-基尔霍夫近似混合算法的重构轮廓与真实轮廓在粗糙面边缘附近区域往往存在一定偏差.从图9—图12的对比中可以看出,随着

粗糙面尺寸和离散点数的增加,误差减小,说明此时边缘效应对重构结果的影响会减少.可以预知,当粗糙面尺寸趋于很大时,边缘效应将趋于消失,矩量法-基尔霍夫近似混合算法的重构结果与真实轮廓将趋于一致.

5. 结 论

本文基于一维粗糙面散射的正问题研究,采用混合算法对均方根高度从甚小(0.008λ)到逐渐增加至相对大(0.1λ)的粗糙面进行了轮廓重构.正问题结果表明,源项主要取决于入射场,与均方根几乎无关,入射角的改变仅造成其镜向值的变化,谱振幅等价于散射场,均方根和入射角的改变对其镜向、非镜向值均造成影响.逆问题和重构结果表明,对于微粗糙度,矩量法-微扰近似混合算法能够较好的重构粗糙面;随着表面粗糙度的增加,矩量法-微扰近似混合算法的重构效果逐渐恶化;对于相对大粗糙度粗糙面,在一定的误差范围内,矩量法-基尔霍夫近似混合算法能够更好地重构粗糙面,粗糙面尺寸不变,仅增加离散点数目,矩量法-基尔霍夫近似混合算法会改善对局部小起伏的重构效果,但不能改善边缘处的重构效果;随着粗糙面尺寸的增加且离散点数增多,矩量法-基尔霍夫近似混合算法不仅改善对局部小起伏的重构效果,而且在粗糙面边缘附近,重构结果逐渐逼近真实轮廓,逐渐能克服边缘效应影响.因此实际问题中,针对不同粗糙度的粗糙面和不同精度要求,采用矩量法-微扰近似混合算法或矩量法-基尔霍夫近似混合算法重构一维粗糙面对于有关粗糙面探测和遥感及有关参数反演具有重要意义.

- [1] Hill N R 1981 *Phys. Rev. B* **24** 7112
- [2] Garcia N, Stoll E 1984 *Phys. Rev. Lett.* **52** 1798
- [3] Guo L X, Wu Z S 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1064 (in Chinese)
[郭立新、吴振森 2000 物理学报 **49** 1064]
- [4] Guo L X, Wu Z S 2004 *J. Electromagn. Waves Appl.* **18** 1219
- [5] Guo L X, Wei G H, Kim C Y, Wu Z S 2005 *Commun. Theor. Phys.* **44** 901
- [6] Guo L X, Wang Y H, Wu Z S 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 96 (in Chinese)
[郭立新、王运华、吴振森 2005 物理学报 **54** 96]
- [7] Wang R, Guo L X, Qin S T, Wu Z S 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 3473 (in Chinese)
[王蕊、郭立新、秦三团、吴振森 2008 物理学报 **57** 3473]
- [8] Liang Y, Guo L X 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 6158 (in Chinese)
[梁玉、郭立新 2009 物理学报 **58** 6158]
- [9] Harada K, Noguchi A 1996 *IEICE Trans. Electron.* **E 79** 1345
- [10] Demetrio M, Gustavo O, Eugenio R M 2002 *LNCS* **2279** 233
- [11] Mendez O M, Roger A, Maystre D 1983 *Appl. Phys.* **B 32** 199
- [12] Ren Y C, Guo L X, Wu Z S 2007 *Chin. Phys. Lett.* **24** 702
- [13] Tsang L, Kong J A, Ding K H 2000 *Scattering of Electromagnetic Waves-Theories and Applications* (New York: Wiley) p389—415
- [14] DeSanto J A 1985 *J. Opt. Soc. Am.* **A 2** 2202
- [15] Tsang L, Kong J A, Ding K H 2000 *Scattering of Electromagnetic Waves-Numerical Simulations* (New York: Wiley) p114—151
- [16] Thorsos E I 1988 *J. Acoust. Soc. Am.* **83** 78
- [17] Wombell R J, DeSanto J A 1991 *J. Opt. Soc. Am.* **A 8** 1892

Investigation on the reconstruction of rough surface with hybrid method*

Liang Yu[†] Guo Li-Xin Wang Rui

(School of Science, Xidian University, Xi'an 710071, China)

(Received 24 November 2009; revised manuscript received 26 May 2010)

Abstract

Based on the Desanto's spectral formalism, using the hybrid method that combines the numerical and approximate algorithms, the reconstruction problem for the one-dimensional rough surface is investigated. For the direct problem, the scattering data is obtained by the numerical algorithm—the method of moments (MOM). For the inverse problem, the profile of rough surface with different roughness is reconstructed by two approximate algorithms—the small perturbation approximation (SPA) and the Kirchhoff approximation (KA) combined with the method of moments. Taking the Gaussian rough surface for example, the numerical results of reconstructed rough surface with different roughness are presented for the hybrid method, and the data are compared and analyzed.

Keywords: rough surface reconstruction, method of moments (MOM), small perturbation approximation (SPA), Kirchhoff approximation (KA)

PACS: 41.20.-q, 42.25.-p, 42.68.-w, 84.40.-x

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60971067), the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education, China (Grant No. 20100203110016), the Fundamental Research Funds for the Central Universities.

[†] E-mail: y_leung@yahoo.cn