

无零级衍射干扰的彩色数字全息研究*

李俊昌^{1)2)†} 樊则宾¹⁾ Tankam Patrice²⁾ 宋庆和¹⁾²⁾ Picart Pascal²⁾³⁾

1) (昆明理工大学理学院, 昆明 650093)

2) (LAUM, CNRS, Université du Maine, Av. O. Messiaen, 72085 LE MANS, France)

3) (ENSIM-École Nationale Supérieure d'Ingénieurs du Mans, rue Aristote, 72085 LE MANS, France)

(2010年1月19日收到; 2010年5月17日收到修改稿)

彩色数字全息研究中, 用球面波为重建波及角谱衍射公式进行波前重建是一种有效的方法. 然而, 重建图像上通常伴有强烈的零级衍射干扰. 本文通过理论分析, 对波前重建过程作了重要改进. 用改进后的方法进行彩色数字全息的实验研究表明, 重建彩色图像的质量获得显著改善.

关键词: 彩色数字全息, 波前重建, 零级衍射干扰

PACS: 42.40.Kw

1. 引言

随着计算机及 CCD 技术的进步, 用 CCD 代替全息感光板的彩色数字全息^[1-6]及记录飞秒级超快瞬态过程的脉冲数字全息技术^[7]受到积极关注. 虽然, 彩色数字全息重建像质量目前还低于数码相机直接拍摄的彩色图, 但是, 重建彩色图像的研究对于正确综合多波长数字全息检测信息具有重要意义. 彩色数字全息研究中, 用统一的放大率对不同色光的物光场进行重建是一个重要研究内容. 由于菲涅耳衍射积分的一次快速傅里叶变换重建图像的物理尺寸是光波长的函数^[1-3], 必须采用插值方法统一图像的尺寸^[2,3]. 但插值计算容易引入额外误差, 研究无插值运算的波前重建方法具有重要意义. 对文献[1]提出的重建方法研究表明^[6], 该方法虽然可以避免插值运算, 但重建计算很难满足取样定理, 重建图像上出现新的干扰. 为提高重建图像质量, 我们提出用球面波为重建波进行可变放大率波前重建的方法^[8]. 该方法首先从球面波照射下数字全息图透射光的频谱中获取物光频谱, 然后利用角谱衍射公式进行波前重建. 这种方法能较好地满足彩色数字全息研究的需要^[4,5]. 然而, 在实际应用中发现, 当重建球面波的波面半径较小时, 各级衍

射波的频谱显著扩展而相互混叠, 在重建像上常形成强烈的零级衍射干扰. 为避免这种干扰, 不得不选择尺寸较小的滤波窗获取物光频谱^[4,5,8]. 其代价是损失了重建物光场的高频分量, 降低了重建图像的质量.

为消除干扰, 本文对全息图透射光的频谱进行了理论研究. 结果表明: 球面波照射下各级衍射波的频谱必然展宽, 其展宽量与重建波面半径及波长成反比. 但是, 如果预先消除全息图中对波前重建形成干扰的分量, 再用球面波照射作波前重建, 就能获得无干扰的重建图像. 将改进后的波前重建方法用于彩色数字全息研究, 取得很好的效果.

2. 球面波照射下数字全息图的频谱分析

在直角坐标系 $o-xyz$ 中, 定义 $z=0$ 平面为 CCD 面阵所在平面. 令 CCD 的窗口函数为 $w(x, y)$, 到达 CCD 平面的物光复振幅为 $U(x, y)$, 参考光 $R(x, y)$ 是振幅 A_r 的均匀光波, 干涉场强度为 $I(x, y)$. CCD 探测的数字全息图可以表为^[9]

$$I_H(x, y) = w(x, y)I(x, y), \quad (1)$$

$$I(x, y) = |U(x, y)|^2 + A_r^2 + R(x, y)U^*(x, y) + R^*(x, y)U(x, y). \quad (2)$$

* 国家自然科学基金(批准号:60977007)资助的课题.

† E-mail: jeli@vip.163.com

令波数 $k = 2\pi/\lambda$, λ 为光波长, 用波面半径为 z_c 的重建球面波

$$R_c(x, y) = \exp\left[j \frac{k}{2z_c}(x^2 + y^2)\right], \quad (3)$$

照射数字全息图后, 透射波的频谱可引入卷积符号“*”表示为

$$\begin{aligned} & F\{R_c(x, y)I_H(x, y)\} \\ &= F\{R_c(x, y)w(x, y)\} * F\{I(x, y)\} \\ &= F\{R_c(x, y)w(x, y)\} * F\{|U(x, y)|^2\} \\ &+ F\{R_c(x, y)w(x, y)\} * F\{A_r^2\} \\ &+ F\{R_c(x, y)w(x, y)\} * F\{R(x, y)U^*(x, y)\} \\ &+ F\{R_c(x, y)w(x, y)\} * F\{R^*(x, y)U(x, y)\}. \end{aligned} \quad (4)$$

根据卷积的性质, 球面波照射下 $F\{I(x, y)\}$ 所包含的每一项的频谱将展宽, 展宽量是 $F\{R_c(x, y)w(x, y)\}$ 的宽度. 为研究展宽量, 令 CCD 窗口是边长 L 的方形, f_x, f_y 为频率平面坐标, 将 $F\{R_c(x, y)w(x, y)\}$ 展开如下:

$$\begin{aligned} & F\{R_c(x, y)w(x, y)\} \\ &= F\left\{\exp\left[j \frac{k}{2z_c}(x^2 + y^2)\right] \text{rect}\left(\frac{x}{L}, \frac{y}{L}\right)\right\} \\ &= (\lambda z_c)^2 \exp\left[-j \frac{k}{2} \lambda z_c (f_x^2 + f_y^2)\right] \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \text{rect}\left(\frac{\lambda z_c u}{L}, \frac{\lambda z_c v}{L}\right) \\ &\times \exp\left\{j \frac{\pi \lambda}{1/z_c} [(u - f_x)^2\right. \\ &\left.+ (v - f_y)^2]\right\} dudv, \end{aligned} \quad (5)$$

式中, $u = \frac{x}{\lambda z_c}, v = \frac{y}{\lambda z_c}$.

与熟知的空间域菲涅耳衍射积分比较不难看出, 如果将 $1/z_c$ 与空间域的菲涅耳衍射距离相对应, (5) 式是频率空间边长为 $\left|\frac{L}{\lambda z_c}\right|$ 的方形孔的菲涅耳衍射图像. 当 $1/z_c$ 较小时, $F\{R_c(x, y)w(x, y)\}$ 的能量主要集中于方形孔的几何投影区. 数值分析容易证明, 对于应用研究中涉及的重建球面波的波面半径 z_c , (5) 式计算结果的频谱能量仍然集中于方形孔的几何投影区. 为此, 可以将球面波照射下 $F\{I(x, y)\}$ 所包含的每一项的频谱展宽量近似视为 $\left|\frac{L}{\lambda z_c}\right|$. 例如, (4) 式中 $F\{A_r^2\}$ 将由原来是坐标原点的 δ 函数变为宽度为 $\left|\frac{L}{\lambda z_c}\right|$ 的方形斑. 重建波面半

径 z_c 越小, 数字全息图各级衍射波的频谱展宽越甚. 由 (4) 式知, 频谱展宽将导致不同衍射波的频谱相互重叠. 因此, 直接使用文献 [8] 的方法重建波前时, 许多情况不得不使用尺寸较小的滤波窗来避免干扰 [4, 5].

3. 可变放大率波前重建方法的改进

3.1. 获取“无干扰全息图”

为简明起见, 令参考光为倾斜平面波 $R(x, y) = A_r \exp[jk(\theta_x x + \theta_y y)]$. 这时, 全息图的傅里叶变换存在下述近似:

$$\begin{aligned} & F\{w(x, y)I(x, y)\} \\ &\approx \delta(f_x, f_y) * F\{I(x, y)\} \\ &= F\{I(x, y)\} \\ &= F\{|U(x, y)|^2\} + F\{A_r^2\} \\ &+ A_r F\{U^*(x, y)\} * \delta\left(f_x - \frac{\theta_x}{\lambda}, f_y - \frac{\theta_y}{\lambda}\right) \\ &+ A_r F\{U(x, y)\} * \delta\left(f_x + \frac{\theta_x}{\lambda}, f_y + \frac{\theta_y}{\lambda}\right). \end{aligned} \quad (6)$$

当 $F\{U(x, y)\}$ 的带宽有限时, 适当设计参考光则能通过滤波窗取出中心被平移后的物光或共轭物光频谱项 [9]. 将取出频谱的中心平移到坐标原点便能得到物光或共轭物光频谱. 最后, 再作傅里叶逆变换即得到没有干扰的物光或共轭物光复振幅, 即“无干扰全息图”.

3.2. 用“无干扰全息图”进行可变放大率波前重建

若记录全息图时物平面到 CCD 平面的距离为 z_0 , 通过上面的处理获得共轭物光 $A_r U^*(x, y)$, 球面波照射下放大率为 M 的重建物光场可用角谱衍射公式表示为 [8]

$$U_i(x, y) = F^{-1}\{F\{A_r U^*(x, y)R_c(x, y)\} \times \exp[jkz_i \sqrt{1 - \lambda^2(f_x^2 + f_y^2)}]\}, \quad (7)$$

式中

$$z_i = \left(\frac{1}{z_0} - \frac{1}{z_c}\right)^{-1}, \quad (8)$$

而放大率为

$$M = z_i/z_0. \quad (9)$$

以下通过实验进行波前重建方法改进前后的比较研究.

4. 彩色数字全息实验

图 1 是实验光路^[4], 波长 $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ 及 $\lambda = 532 \text{ nm}$ 的两入射激光分别被分束镜 PBS_1 及 PBS_2 分为两束光, 其中, 反射光投向扩束系统经扩束及准直后, 再被后续反射镜反射形成照明物光投射向物体. 从物体表面散射的光波通过半反半透镜 S_2 到达 CCD 形成物光. 从分束镜 PBS_1 及 PBS_2 透射的光波分别经全反镜 M_1 反射、扩束及准直后, 再经后续

的反射及半反射镜形成与光轴 z 有微小夹角的光波到达 CCD 形成参考光. 实验中使用的 CCD 面阵像素宽度 $4.65 \mu\text{m}$, 采用 1024×1024 像素的数字全息图进行波前重建, 对应于 $L = 4.76 \text{ mm}$. 被测量物体是一铜质奖牌, 奖牌直径 $d_{\text{obj}} \approx 53 \text{ mm}$, 到 CCD 的距离 $z_0 = 1250 \text{ mm}$. 为充分利用 CCD 获取两种色光信息, 我们参照文献[5]的方法, 通过对两种色光参考光角度的调整, 让两种色光的一次傅里叶变换重建像在第 1 及第 2 象限.

由于 CCD 面阵宽度与物体直径之比 $L/d_{\text{obj}} \approx$

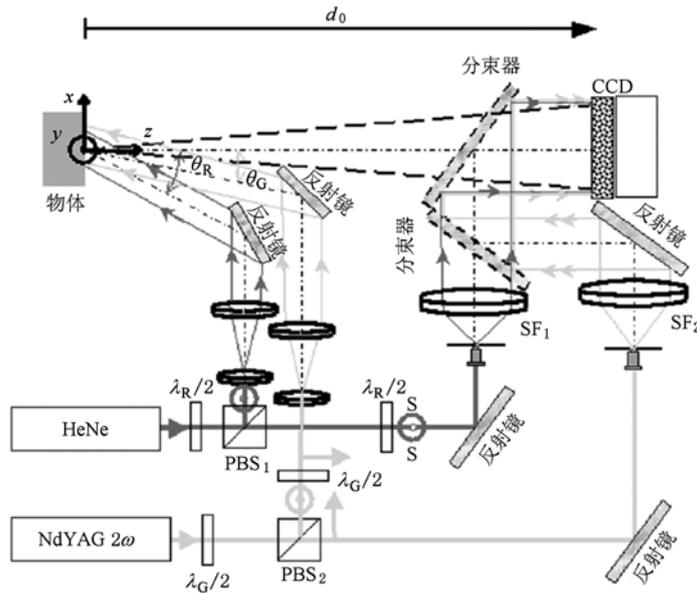


图 1 彩色数字全息实验光路

0.09, 为让重建物体的像充分占有重建平面, 令 $M = 0.08$, $z_0 = 1250 \text{ mm}$, 根据 (8), (9) 两式求得 $z_i = 100 \text{ mm}$, $z_c = -108.7 \text{ mm}$.

4.1. 改进方法前的彩色数字全息研究

按照 $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ 及 $z_c = -108.7 \text{ mm}$ 确定的球面波照射全息图后, 图 2 (a) 给出球面波照射下 FFT 计算得到的数字全息图的频谱图像 (图中用十字叉交点标出共轭物光频谱中心, 用矩形框标出获取共轭物光频谱的两种不同尺寸的滤波窗). 不难看出, 频谱图中有一强度较高的矩形孔衍射斑.

由于图 2 (a) 图像宽 $N/L = 215.12 \text{ mm}^{-1}$, 而 $\left| \frac{L}{\lambda z_c} \right| =$

$$\frac{4.76}{0.0006328 \times 108.7} = 69.2 \text{ mm}^{-1},$$

矩形孔衍射斑正是 (4) 式中 $F\{R_c(x, y)w(x, y)\} * F\{A_r^2\}$ 的图像. 从

图中还可以看出, 物光和共轭物光频谱是分布范围较大的弥散斑, 与零级衍射光频谱产生了较强烈的混叠.

按照图 2 (a) 中两种不同尺寸滤波窗取出频谱重建的图像示于图 2 (b) 及图 2 (c). 由图可见, 用尺寸较大的滤波窗获得的重建图像较清晰, 但重建图像上覆盖了强烈的零级衍射干扰. 反之, 尺寸较小的滤波窗虽然避免了干扰, 但重建图像不清晰. 这是损失物光高频分量的必然结果.

令 $\lambda = 532 \text{ nm}$, 利用完全类似的计算, 图 3 (a) 给出球面波照射下 FFT 计算得到的数字全息图的频谱图像; 由图 3 (a) 中两种不同尺寸滤波窗取出频谱重建的图像示于图 3 (b) 及图 3 (c). 可以看出, 由于波长变为 $\lambda = 532 \text{ nm}$,

$$\left| \frac{L}{\lambda z_c} \right| = \frac{4.76}{0.000532 \times 108.7} = 82.3 \text{ mm}^{-1},$$

(a) 中零级衍射斑的宽度比图 2(a) 略大, 但其余结论完全相似. 即, 用尺寸较大的滤波窗获得的重建图像较清晰, 但有强烈的零级衍射干扰; 尺

寸较小的滤波窗虽然避免了干扰, 但重建图像较模糊.

将图 2(c) 及图 3(c) 的每一像素的灰度值转换

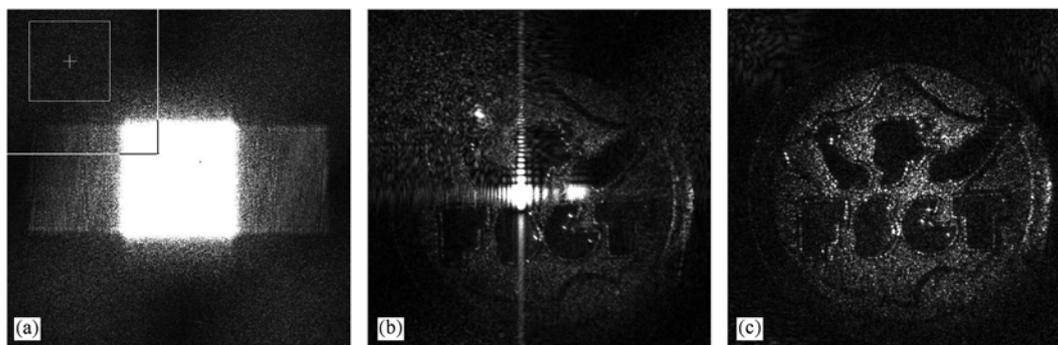


图 2 $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ 的全息图频谱及选择尺寸不同的滤波窗重建的图像 ($M = 0.08, z_i = 100 \text{ mm}, z_c = -108.7 \text{ mm}$) (a) 全息图的频谱及滤波窗; (b) 大尺寸滤波窗重建图像; (c) 小尺寸滤波窗重建图像

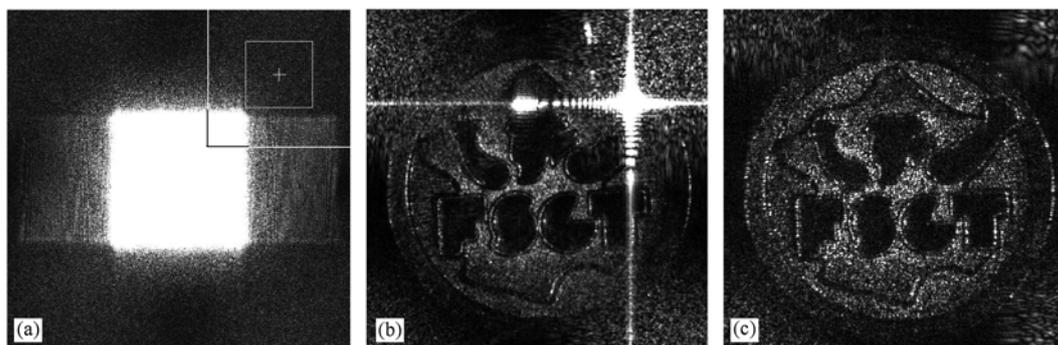


图 3 $\lambda = 532 \text{ nm}$ 的全息图频谱及选择尺寸不同的滤波窗重建的图像 ($M = 0.08, z_i = 100 \text{ mm}, z_c = -108.7 \text{ mm}$) (a) 全息图的频谱及滤波窗; (b) 大尺寸滤波窗重建图像; (c) 小尺寸滤波窗重建图像

为像素的红色及绿色分量便能进行彩色图像合成. 观察稍后给出的重建彩色图像可以看出, 重建图像质量不高.

4. 2. 改进方法后的彩色数字全息研究

用 FFT 对原数字全息图进行傅里叶变换的图像示于图 4(a). 不难看出, 零级衍射光的频谱与两种色光的频谱能够较好地分离. 用基本能容纳第 2 象限频谱的滤波窗取出频谱后, 将频谱移到频率平面中央, 通过周边补零形成红光照射的共轭物光频谱, 对频谱进行逆变换得到红光的“无干扰全息图”. 使用“无干扰全息图”及(7)式重建的放大率 M

$= 0.08$ 的物体图像示于图 4(b). 将图 4(b) 与图 2(c) 比较容易看出, 不但重建图像质量显著提高, 而且图像具有十分干净背景.

用基本能容纳第 1 象限共轭物光频谱的滤波窗取出频谱, 按照完全类似的处理, 图 4(c) 给出绿色光重建的放大率 $M = 0.08$ 的物体图像. 显然, 图像质量高于图 3(c).

作为重建方法改进前后合成彩色图像的比较实例, 图 5(a) 给出利用图 2(c) 及图 3(c) 合成的彩色重建图像. 图 5(b) 给出利用图 4(b) 及图 4(c) 合成的彩色重建图像. 很明显, 重建方法改进后合成的彩色图像质量获得显著改善.

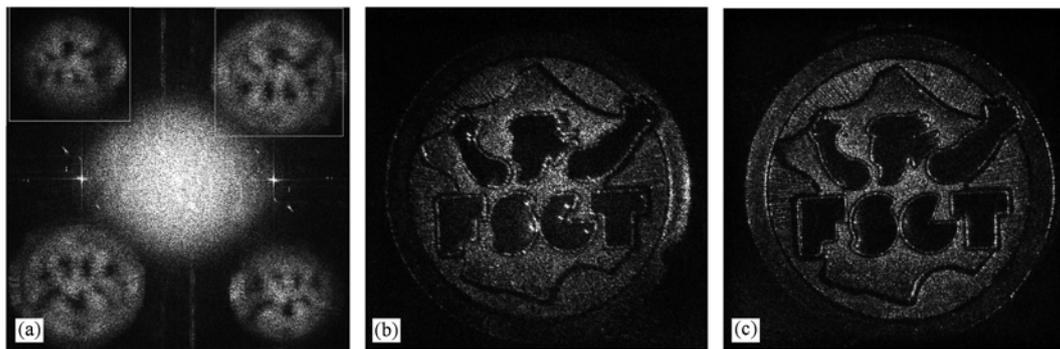


图4 对两色光同时记录的全息图频谱及不同的色光的重建图像($M=0.08, z_i=100\text{ mm}, z_c=-108.7\text{ mm}$) (a)全息图的频谱及滤波窗;(b) $\lambda=632.8\text{ nm}$ 重建图像;(c) $\lambda=532\text{ nm}$ 重建图像

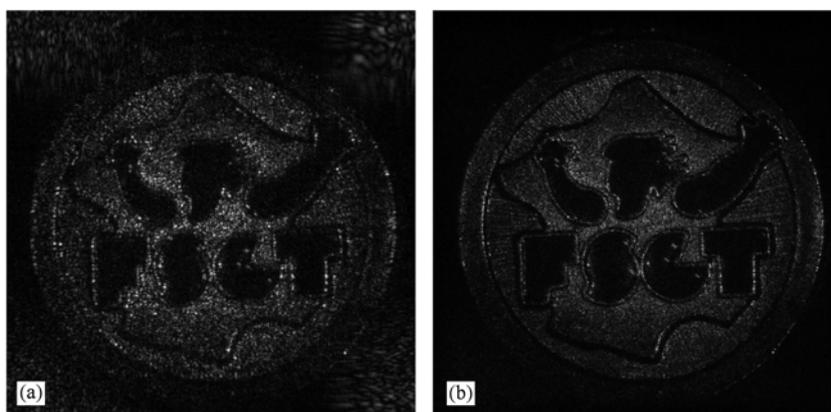


图5 改进方法前后数字全息彩色重建图像比较 (a)改进方法前;(b)改进方法后

5. 结 论

将参考光视为平面波,我们通过理论分析及实验研究证明,用共轭物光构成的“无干扰数字全息图”进行可变放大率波前重建能够获得较高质量的重建图像.该研究可以推广为参考光为波面半径 z_r 的球面波的情况(例如,文献[3]的无透镜傅里叶变

换系统即是参考光为球面波的一个特例),但在进行波面重建时,重建波面半径 z_c 应满足 $\frac{1}{z_c} + \frac{1}{z_r} + \frac{1}{z_i} - \frac{1}{z_0} = 0$ [9].此外,也可以选择物光构成“无干扰数字全息图”,利用衍射的逆运算[10]等价地进行波前重建.综上所述,本文对文献[8]的可变放大率重建方法作了重要改进,为彩色数字全息及多波长照明的数字全息检测研究提供了有益的参考.

- [1] Zhang F, Yamaguchi I 2004 *Opt. Lett.* **29** 1668
- [2] Domenico A, Giuseppe C, Sergio D N, Pietro F, Andrea F, Giovanni P, Bahram J 2006 *Opt. Commun.* **260** 113
- [3] Zhao J L, Jiang H H, Di J L 2008 *Opt. Express* **16** 2514
- [4] Pascal P, Patrice T, Denis M, Peng J C, Li J C 2009 *Opt. Express* **17** 9145
- [5] Patrice T, Pascal P, Denis M, Jean M D, Li J C 2010 *Appl. Opt.* **49** 320
- [6] Li J C, Fan Z B 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 2457 (in Chinese) [李俊昌,樊则宾 2010 物理学报 **59** 2457]
- [7] Wang X L, Zhang N, Zhao Y B, Li Z L, Zhai H C, Zhu X N 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 354 (in Chinese) [王晓雷,张楠,赵友博,李智磊,翟宏琛,朱晓农 2008 物理学报 **57** 354]
- [8] Li J C, Patrice T, Peng Z J, Pascal P 2009 *Opt. Lett.* **34** 572
- [9] Goodman J W 2006 *An Introduction to Fourier Optics* (3rd ed) (Beijing: Publishing House of Electronics Industry) pp266,271,

279 [Goodman J W, 傅里叶光学导论(第三版)(中译本)(北京:电子工业出版社)第 266,271,279 页] [10] Li J C, Peng Z J, Fu Y C 2007 *Opt. Commun.* **280** 243

The study of color digital holography free from the zero-order diffraction interruption*

Li Jun-Chang^{1)2)†} Fan Ze-Bin¹⁾ Tankam Patrice²⁾ Song Qing-He¹⁾²⁾ Picart Pascal²⁾³⁾

1) (Kunming University of Science and Technology, Kunming 650093, China)

2) (LAUM, CNRS, Université du Maine, Av. O. Messiaen, 72085 LE MANS, France)

3) (ENSIM-École Nationale Supérieure d'Ingénieurs du Mans, rue Aristote, 72085 LE MANS, France)

(Received 19 January 2010; revised manuscript received 17 May 2010)

Abstract

In the study of color digital holography, using the spherical wave as the reconstruction wave, the wave-front reconstruction with the angular spectrum diffraction formula is an effective approach. However, this method is usually accompanied by intense zero-order diffraction interruption. In this paper, based on the theoretical analysis, an important modification of the wave-front reconstruction process has been made. The color digital holography experiment result demonstrated that the quality of reconstructed color image has been improved remarkably with this modified method.

Keywords: color digital holography, wave-front reconstruction, zero-order diffraction

PACS: 42.40.Kw

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60977007),

† E-mail: jeli@vip.163.com