

一种超材料梁对机械波振动吸收的模拟研究*

林国昌 孙宏伟[†] 谭惠丰 杜星文

(哈尔滨工业大学复合材料与结构研究所, 哈尔滨 150001)

(2010年7月4日收到; 2010年9月8日收到修改稿)

本文设计了一种能够对机械波进行吸收的超材料梁, 超材料梁由若干质量-弹簧微结构系统和一根各向同性梁构成. 通过对两种不同结构的质量-弹簧系统的分析, 从理论上解释了“负有效质量”和“负有效刚度”. 根据 Hamilton 原理, 导出了超材料梁的代表性胞元的控制方程. 通过数值模拟分析了两种不同结构的有限超材料梁对机械波的吸收性能, 一种是弹性系数线性变化的质量-弹簧系统在有限梁内均匀分布, 另一种是由固有频率线性变化的弹簧-阻尼器子系统构成四个相同吸收器子群在有限梁内均匀分布. 模拟结果表明, 进入梁中的机械波与质量-弹簧振子构成的吸收器系统发生了共振, 对机械波起到了理想的吸收, 从而验证了本文提出的超材料梁对机械波吸收的有效性.

关键词: 超材料梁, 负有效质量, 负有效刚度, 机械波

PACS: 43.40.+s

1. 引言

超材料(LHMs)首先是用于处理电磁波, 其概念最初由 Veselago 于 1964 年提出^[1]. 20 世纪 90 年代, 英国皇家学院 John Pendry 指出金属细线结构^[2]和开环谐振器结构^[3]分别在电等离子频率和磁等离子频率以下时, 电磁参数会表现出负值, 这为 LHMs 的实现提供了理论基础. 美国加州大学 D. R. Smith 等人将金属细线结构和开环谐振器结构结合起来, 使材料的介电常数和磁导率在某个频率范围同时出现负值, LHMs 正式面世^[4]. 具有负介电常数 ϵ 和负磁导系数 μ 的光学超材料可使电磁波与材料电荷之间发生光学共振, 从而屏蔽电磁辐射.

由于机械波(声波)与电磁波相类似, 因此最近研究人员开始研究能够吸收机械波的声学超材料^[5-9]. 目前, 声学超材料的研究主要有: 亥姆霍兹共振器^[10-12], 如图 1(a)所示; 声子晶体^[13, 14], 例如将外面包裹柔性橡胶材料的刚性球体分散到树脂基体中制成的声学超材料, 如图 1(b)所示; 由质量-弹簧微结构构成的声学超材料^[15-17], 若干质量-弹

簧微结构通过串联构成声学超材料, 如图 1(c)所示. 研究发现, 这些声学超材料对某一频率的机械波都有吸收能力, 而且表现出了负有效质量和负有效刚度的特性^[15, 18]. 与电磁超材料一样, 对声学超材料的研究也会促进许多新技术的发展, 包括用于军舰或潜艇躲避声纳的声学超材料, 利用超级透镜效应的声波成像, 亚波长波导等.

本文基于质量-弹簧微结构, 提出了一种可以吸收机械波的新型声学超材料梁, 它由一个各向同性的梁和若干个小的质量-弹簧微结构组成, 与其他文献中不同(质量-弹簧微结构串联, 如图 1(c))^[15-18], 本文提出的超材料梁中, 质量-弹簧微结构沿着梁方向并联排列, 因此可以吸收与梁方向垂直的机械波, 如图 2 所示. 本文将通过理论分析解释超材料梁的负有效质量和负有效刚度, 通过数值模拟验证其吸收机械波的性能.

2. 负有效材料特性

与光学超材料类似, 声学超材料也会表现出负的有效材料特性^[15, 18], 本节将讨论声学超材料的负有效质量和负有效刚度问题.

* 国家高技术研究发展计划(批准号: 2008AA12A205)资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail: sunhw@hit.edu.cn

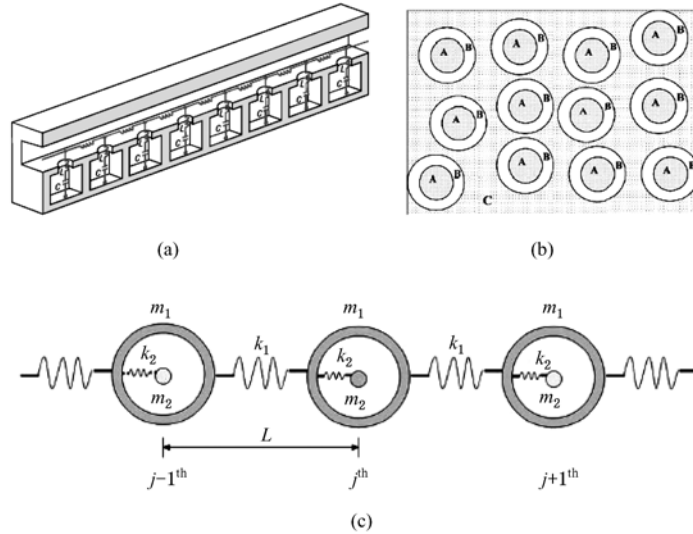


图1 声学超材料 (a)亥姆霍兹共振器;(b)声子晶体超材料;(c)质量-弹簧微结构声学超材料

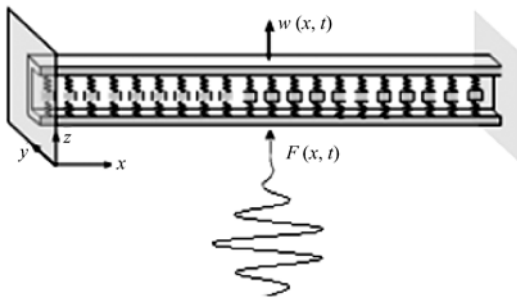


图2 能够进行振动吸收的超材料梁的模型

2.1. 负有效质量

考虑一个如图3所示质量-弹簧二自由度系统, 并设该系统受谐振力 $F(t) \equiv F_0 e^{i\omega_0 t}$ 激励作用, t 代表时间, ω_0 是激励频率, $j = \sqrt{-1}$, 则位移 $u_i(t)$ 和输入的谐振力 $F(t)$ 之间的运动方程为

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad (1)$$

其解为 $u_1 = a_1 e^{i\omega_0 t}$, $u_2 = a_2 e^{i\omega_0 t}$, a_1 和 a_2 是常数. 另外还可以解得 $F = m_1 \ddot{u}_1 + m_2 \ddot{u}_2$.

假设对观察者来说, 吸收器(即质量-弹簧系统)微结构是未知的(即假设 $u_2 = 0$), 便可将二自由度(2-DOF)系统看作是一个 1-DOF 系统, 从而定义有效质量 \tilde{m}_1 为

$$\tilde{m}_1 \equiv \frac{F}{\ddot{u}_1} = \frac{F_0}{-\omega_0^2 a_1} = m_1 + \frac{m_2}{1 - \omega_0^2/\omega^2},$$

$$\omega \equiv \sqrt{\frac{k_2}{m_2}}, \quad (2)$$

式中, ω 是质量-弹簧系统的局部共振频率.

方程(2)表明, 如果 ω_0 趋近于 ω , 则有效质量 $|\tilde{m}_1| \rightarrow \infty$. 那么由方程(2)可知 $u_1 \rightarrow 0$, 再由 $F = m_1 \ddot{u}_1 + m_2 \ddot{u}_2$ 可得 $F(t) = m_2 \ddot{u}_2(t) = -k_2 u_2(t)$. 这一结果表明, 通过弹簧的弹性系数 k_2 可以计算出惯性力 $-m_2 \ddot{u}_2$, 也就是弹簧起了到振动吸收器的作用, 通过其振动来吸收机械波. 当 ω_0 正趋近于 ω 时 ($\omega_0 > \omega$), 由方程(2)可知, 当 $m_1 < \frac{m_2}{\omega_0^2/\omega^2 - 1}$ 时, 有效质量变为负值, 即 $\tilde{m}_1 < 0$, 此时作用在 m_1 上的向下牵引的弹簧力为 $k_2(a_1 - a_2) = F_0(\tilde{m}_1 - m_1)/\tilde{m}_1 > F_0$, 这就是有效质量 \tilde{m}_1 变为负值的原因.

需要进一步说明的是, 当 ω_0 正趋近于 ω ($\omega_0 > \omega$), 且有效质量 $\tilde{m}_1 < 0$ 时, 由于 $F_0/a_1 = -\tilde{m}_1 \omega_0^2 > 0$ 以及 $F_0/a_2 = \tilde{m}_1 \omega_0^2 (\omega_0^2/\omega^2 - 1) < 0$, 则 $u_1(t)$ 和 $u_2(t)$ 的相位差 180° , 振动模式称为光学模式; 如果 $\omega_0 > \omega$ 且有效质量 $\tilde{m}_1 > 0$ 时, 由于 $F_0/a_1 = -\tilde{m}_1 \omega_0^2 < 0$ 以及 $F_0/a_2 = \tilde{m}_1 \omega_0^2 (\omega_0^2/\omega^2 - 1) > 0$, 则 $u_1(t)$ 和 $u_2(t)$ 的相位也差 180° , 振动模式仍为光学模式. 如果 ω_0 负趋近于 ω 时 ($\omega_0 < \omega$), 由于有效质量 $\tilde{m}_1 > 0$, $F_0/a_1 = -\tilde{m}_1 \omega_0^2 < 0$, 且 $F_0/a_2 = \tilde{m}_1 \omega_0^2 (\omega_0^2/\omega^2 - 1) < 0$, 则 $u_1(t)$ 和 $u_2(t)$ 同相, 振动

模式称为声学模式.

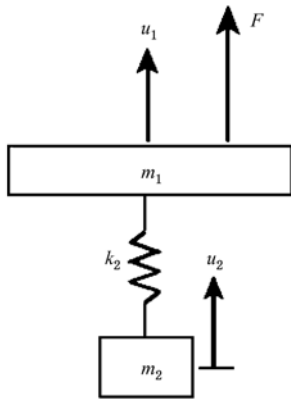


图3 质量-弹簧系统

2.2. 负有效刚度

同理,考虑一个如图4所示质量-弹簧二自由度系统,同样设该系统受谐振力 $F(t) \equiv F_0 e^{j\omega_0 t}$ 激励作用,则位移 $u_i(t)$ 和输入的谐振力 $F(t)$ 之间的运动方程为

$$\begin{aligned} \ddot{u}_1 + k_1 u_1 + k_2(u_1 - u_2) &= F, \\ m_2 \ddot{u}_2 + k_2(u_2 - u_1) &= 0, \end{aligned} \quad (3)$$

其解为 $u_1 = a_1 e^{j\omega_0 t}$, $u_2 = a_2 e^{j\omega_0 t}$, a_1 和 a_2 是常数. 另外还可以解得 $F = k_1 u_1 + m_2 \ddot{u}_2$.

同理,仍然假设对观察者来说,吸收器(即质量-弹簧系统)微结构是未知的,于是将2-DOF系统看作是一个1-DOF系统,从而定义有效刚度 \tilde{k}_1 为

$$\begin{aligned} \tilde{k}_1 &\equiv \frac{F}{u_1} = \frac{F_0}{a_1} = k_1 + \frac{k_2}{1 - \omega^2/\omega_0^2}, \\ \omega &\equiv \sqrt{\frac{k_2}{m_2}}. \end{aligned} \quad (4)$$

方程(4)表明,当 ω_0 负趋近于 ω 时 ($\omega_0 < \omega$), 且 $k_1 < \frac{k_2}{\omega^2/\omega_0^2 - 1}$, 有效刚度 \tilde{k}_1 为负,即 $\tilde{k}_1 < 0$, 此时抵抗 $F(t)$ 的向下牵引的弹簧力为 $k_2(a_1 - a_2) = F_0(\tilde{k}_1 - k_1)/\tilde{k}_1 > F_0$, 这就解释了为什么有效刚度 \tilde{k}_1 变负值的原因.

如果 $\omega_0 < \omega$ 且 $\tilde{k}_1 > 0$, 因为 $F_0/a_1 = \tilde{k}_1 > 0$, 同时 $F_0/a_2 = \tilde{k}_1(1 - \Omega^2/\omega_2^2) > 0$, 此时 $u_1(t)$ 和 $u_2(t)$ 是同相位的, 振动模式为声学模式. 如果 $\Omega < \omega_2$ 且 $\tilde{k}_1 < 0$, 因为 $F_0/a_1 = \tilde{k}_1 < 0$, 同时 $F_0/a_2 = \tilde{k}_1(1 - \Omega^2/\omega_2^2) < 0$, 此时 $u_1(t)$ 和 $u_2(t)$ 是 180° 反相位的, 此时振动模式为光学模式.

实际上图3和图4的质量-弹簧系统是平移振

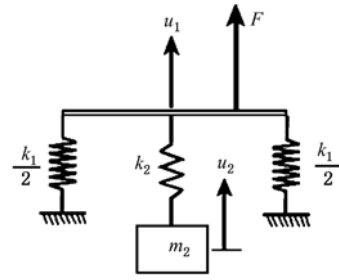


图4 质量-弹簧系统

动吸收器. 图3和方程(2)表明,在光学模式中,抵抗作用在质量块上的外部激励力,其频率 $\omega_0 > \omega$. 而图4和方程(4)表明,在声学模式中,抵抗作用在弹簧上的外部力,其频率 $\omega_0 < \omega$. 但是梁同时具有质量和弹簧效应,横向机械波在梁中是分散的,即不同波长以不同速度在梁中传播. 在梁中传播的横波是通过初始剪切力和弯矩实现的,因此,为了有效的阻止波的传播,需要考虑横向振动吸收器.

3. 加入横向振动吸收器的单胞模型

图5给出了一个考虑横向振动吸收器(即质量-弹簧微结构系统)的超材料梁单胞模型. 一个有限超材料梁的单胞控制方程可通过扩展的 Hamilton 原理 $\int_0^L (\delta T - \delta \Pi + \delta W_{nc}) dt = 0$ 获得,其中 T 是动能, Π 是弹性能, W_{nc} 是外力产生的非保守功.

$$\delta W_{nc} = EAu'_1 \delta u_1 - EAu'_{-1} \delta u_{-1}, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \int_0^L \delta T dt &= \int_0^L \left[\int_{-L/2}^{L/2} \rho A \dot{u} \delta u dx + m \dot{v} \delta v \right] dt \\ &= \int_0^L \left[\int_{-L/2}^{L/2} -\rho A \ddot{u} \delta u dx - m \ddot{v} \delta v \right] dt, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \delta \Pi &= \int_{-L/2}^{L/2} EAu' \delta u' dx + k(v - u_0)(\delta v - \delta u_0) \\ &= - \int_{-L/2}^{L/2} EAu'' \delta u dx \\ &\quad + EA(u'_1 \delta u_1 - u'_{-1} \delta u_{-1} + u'_0 \delta u_0 - u'_0 \delta u_0 - u'_{-1} \delta u_{-1}) \\ &\quad + k(v - u_0)(\delta v - \delta u_0). \end{aligned} \quad (7)$$

将以上三式代入到公式 $\int_0^L (\delta T - \delta \Pi + \delta W_{nc}) dt = 0$ 中,得

$$\begin{aligned} &\int_0^L (\delta T - \delta \Pi + \delta W_{nc}) dt \\ &= \int_0^L \left[\int_{-L/2}^{L/2} (EAu'' - \rho A \ddot{u}) \delta u dx \right. \\ &\quad \left. - (m \ddot{v} + k(v - u_0)) \delta v \right] dt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + [k(v - u_0) + EA(u'_{0+} - u'_{0-})] \delta u_0] dt \\
 = & \int_0^t \left[\int_{-L/2}^{L/2} (EAu'' - \rho A\ddot{u} + [k(v - u) \right. \\
 & + EA(u'_{0+} - u'_{0-})] \delta(x)) \delta u dx \\
 & \left. - (m\ddot{v} + k(v - u_0)) \delta v \right] dt \\
 = & 0, \tag{8}
 \end{aligned}$$

式中, A, E 和 ρ 分别是梁的截面积、杨氏模量和密度, L 是单胞长度. $u' \equiv \partial u / \partial x, u'_{0+} \equiv u'(0^+, t), u'_{0-} \equiv u'(0^-, t), \delta(x)$ 是 Dirac delta 函数, 并且 δu 是 $u(t)$ 的变分. 这样方程(8)中的 $\delta u, \delta v$ 都趋近于 0, 则控制方程变为

$$EAu'' + k(v - u)\delta(x) + EA(u'_{0+} - u'_{0-})\delta(x) = \rho A\ddot{u}, \tag{9a}$$

$$k(u_0 - v) = m\ddot{v}. \tag{9b}$$

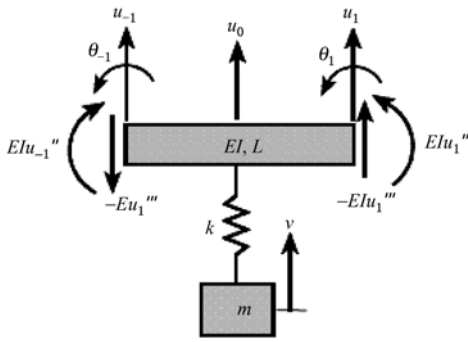


图5 考虑横向振动吸收的有限超材料梁模型的单胞

假设可以把梁的单元看成刚体, 对方程(9a)沿单胞长度 L (即 $-L/2 \leq x \leq L/2$) 方向进行积分可以得到

$$EA(u'_{-1} - u'_{-1}) + k(v - u_0) = \int_{-L/2}^{L/2} \rho A\ddot{u} dx \tag{10}$$

其中 $u_{-1} \equiv u(-L/2, t)$ 和 $u_1 \equiv u(L/2, t)$. 一个有限周期结构的动力学特性可通过对其代表性胞元的研究获得, 因此, 通过单胞传播的机械波可假设为

$$u(x, t) = pe^{j(\beta x - \omega t)}, v(t) = qe^{-j\omega t}, \tag{11}$$

式中, β 是波数, $\lambda (= 2\pi/\beta)$ 是波长, ω 是振动频率. 这样联立方程(9b), (10) 和(11)可以得到下面的离散方程:

$$\begin{aligned}
 & \omega^4 \sin\bar{\beta} + 4\omega_1^2 \omega^2 \bar{\beta}^2 \sin\bar{\beta} \\
 & - [(\omega_2^2 + 4\omega_1^2 \bar{\beta}^2) \sin\bar{\beta} + \bar{\beta}k/m_1] \omega^2 = 0, \\
 & \bar{\beta} \equiv \beta L/2, k_1 \equiv EA/L, m_1 \equiv \rho AL, \\
 & \omega_1 \equiv \sqrt{k_1/m_1} = c_p/L, \\
 & c_p \equiv \sqrt{E/\rho}, \omega_2 \equiv \sqrt{k/m}, \tag{12}
 \end{aligned}$$

这里 c_p 为各向同性梁中的纵波速度. 由方程(12)最

后一式可知, 如果 $m \rightarrow 0$, 可以得到 $\omega_2 \rightarrow \infty, \omega = 2\omega_1 \bar{\beta} = c_p \bar{\beta}$. 同时如果 $k \rightarrow 0$, 得到 $\omega_2 \rightarrow 0, \omega = 2\omega_1 \bar{\beta} = c_p \bar{\beta}$. 这两个结果可以说明当不增加弹簧振子时, 梁就是均质梁, 并且 $\omega/\beta = c_p$. 这样假设在计算中对于增加的弹簧振子不予考虑, 而是以均质梁来进行分析, 就可以假设有效密度为 $\tilde{\rho}$, 因此由方程(10)可以得到

$$EA(u'_{-1} - u'_{-1}) = \int_{-L/2}^{L/2} \tilde{\rho} A \ddot{u} dx. \tag{13}$$

将方程(11)带入到方程(13)得到

$$\tilde{\rho} = E\bar{\beta}^2/\omega^2. \tag{14}$$

如果 $\beta = j\alpha$ 且 $\alpha > 0$, 则 $\tilde{\rho} = -E\alpha^2/\omega^2 < 0$ 同时 $u(x, t) = pe^{-\alpha x} e^{-j\omega t}$, 联立方程(10)和方程(11), 则离散方程可以变为

$$m_1 m \omega^4 - (m_1 k + mk + 4mk_1 \bar{\beta}^2) \omega^2 + 4k_1 k \bar{\beta}^2 = 0. \tag{15}$$

当 $m \rightarrow 0$ (即 $\omega_2 \rightarrow \infty$), 方程(12)简化为 $\beta = \omega/c_p$.

4. 数值模拟

为了研究所设计的超材料梁吸收机械波的有效性, 以及如何设计超材料, 本节通过数值模拟研究了质量-弹簧微结构吸收器在梁中不同分布情况时, 有限超材料梁吸收机械波的特性.

4.1. 吸收器均匀分布的超材料梁

考虑一个吸收器(质量-弹簧系统)均匀分布的超材料梁, 即在梁(图2)内均匀分布 100 个图5所示的质量-弹簧系统. 这里取吸收器内的弹簧的弹性系数为 $k = m\bar{\Omega}^2(0.5 + i/100)$ ($i = 1, \dots, 100$), 其中 i 是吸收器在梁中的顺序编号. 可以看出, 梁中 100 个吸收器(质量-弹簧系统)内的弹簧的弹性系数是随着吸收器所在位置而线性变化的, 即梁中第一个吸收器内的弹簧的弹性系统是 $k = m\bar{\Omega}^2(0.5 + 1/100) = 0.51m\bar{\Omega}^2$ ($i = 1$), 而第 2 个吸收器内的弹簧的弹性系统是 $k = m\bar{\Omega}^2(0.5 + 2/100) = 0.52m\bar{\Omega}^2$ ($i = 2$), 其他的以此类推. 超材料梁的物理参数如下:

$$\begin{aligned}
 \bar{L} &= 100 \text{ cm}, L = \bar{L}/100, b = 4 \text{ mm}, h = 1 \text{ mm}, \\
 A &= bh, E = 72.4 \text{ GPa}, \nu = 0.33, \\
 \rho &= 2780 \text{ kg/m}^3, m = 0.1\rho AL, \\
 k &= m\bar{\Omega}^2(0.5 + i/100) (i = 1, \dots, 100),
 \end{aligned}$$

$$c = 2\zeta \sqrt{mk}, \zeta = 0.01, \bar{\Omega} = 3000 \text{ Hz},$$

$$F_0 = \rho AL\bar{\Omega}, \quad (16)$$

上式中, \bar{L} 为梁的长度, L 是单胞长度, F_0 是谐波激励力, c 是微结构阻尼系数, ζ 是微结构阻尼比. 这里取 $F_0 = \rho AL\bar{\Omega}$, 目的是与低频振动和高频振动获得相同量级的振动幅值.

图 6 给出了当 $\zeta = 0.01, \bar{\Omega} = 3000 \text{ Hz}$, 激发位置在 $x = 0.25 \text{ m}$ 的稳态波形. 根据(16)式中的参数 $k = m\bar{\Omega}^2(0.5 + i/100)$ ($i = 1, \dots, 100$) 可知, 当 $i =$

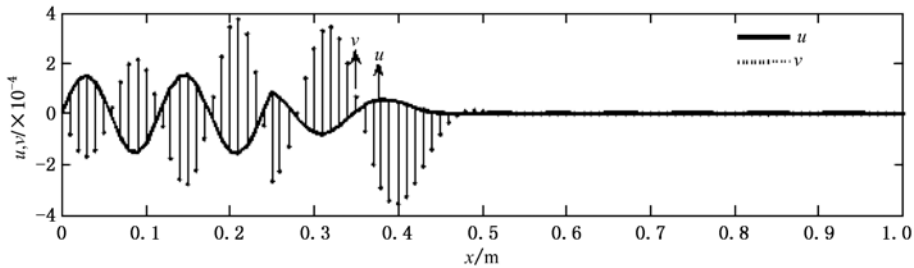


图 6 当 $\bar{\Omega} = 3000 \text{ Hz}, x = 0.25 \text{ m}$ 时的稳态波形

图 7 给出了当 $\zeta = 0.01, \bar{\Omega} = 3000 \text{ Hz}$, 激发位置在 $x = 0.75 \text{ m}$ 时的稳态波形. 图 7 说明, 尽管激励位置在 $x = 0.75 \text{ m}$ 处, 但由于共振发生在 $x = 0.5 \text{ m}$ 处, 所以弹性波在 0.5 m 处发生共振, 被质量-弹簧结构吸收, 使其不能向 $x < 0.5 \text{ m}$ 的方向传播, 但

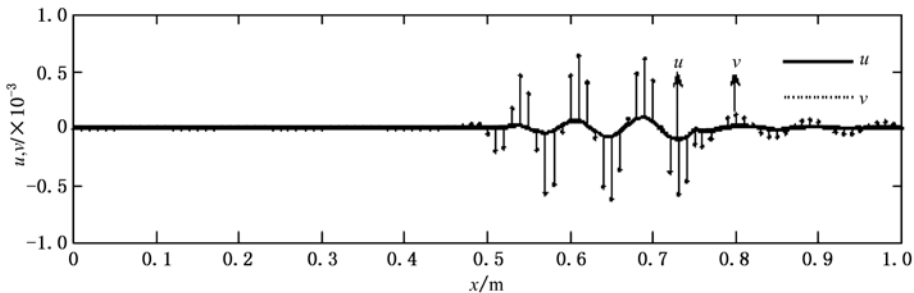


图 7 当 $\bar{\Omega} = 3000 \text{ Hz}, x = 0.75 \text{ m}$ 时的稳态波形

50 时, $k = m\bar{\Omega}^2(0.5 + 50/100) = m\bar{\Omega}^2$, 此时质量-弹簧系统的频率与激励频率相同, 在 $x = 0.5 \text{ m}$ 发生共振, 致使弹性波的能量被振子结构吸收, 因此弹性波不能向 $x > 0.5 \text{ m}$ 的方向传播, 但是仍然可以向 $x < 0.5 \text{ m}$ 的方向传播. 从图中可以看到 u 与 v 是 180° 反相位的, 这是由于当 $i < 50$ 时, $k = m\bar{\Omega}^2(0.5 + i/100) < m\bar{\Omega}^2, \omega = \sqrt{k/m} > \bar{\Omega}$, 此时发生的振动模式是光学模式.

是依旧可以向 $x > 0.75 \text{ m}$ 的方向传播. 从图中可以看到 u 与 v 是同相位的, 这是由于当 $i > 50$ 时 $k = m\bar{\Omega}^2(0.5 + i/100) > m\bar{\Omega}^2, \omega = \sqrt{k/m} > \bar{\Omega}$, 此时发生的振动模式是声学模式.

4.2. 含有固有频率线性变化的四个子群的超材料梁

在 4.1 节中, 尽管超材料梁能够有效阻止弹性波在某一方向上的传播, 但是在另一方向上却无法阻止其传播. 本节将对超材料梁结构重新设计, 使其能够在两个方向上阻止弹性波的传播.

首先取一个弹簧振子和一个阻尼器并联构成一个弹簧-阻尼器子系统, 取 25 个这样的弹簧-阻尼器子系统沿着一个方向均匀分布, 这样便构建了一个吸收器子群. 设该吸收器子群内的 25 个弹簧-阻

尼器子系统的固有频率 p 线性变化, 即 $p = (0.75 + \frac{1}{50}i)\bar{\omega}_0$ ($i = 1, 2, \dots, 25$), i 为弹簧-阻尼器子系统的编号. 之后取 4 个完全相同的吸收器子群布置在梁内构成一个超材料梁, 下面为超材料梁的内部振子参数:

$$\bar{L} = 100 \text{ cm}, b = 4 \text{ mm},$$

$$h = 1 \text{ mm}, A = bh, E = 72.4 \text{ GPa},$$

$$\nu = 0.33, \rho = 2780 \text{ kg/m}^3,$$

$$m = 0.1\rho AL, k = m\bar{\omega}_0^2,$$

$$c = 2\zeta \sqrt{mk}, \zeta = 0.01,$$

$$p = \left(0.75 + \frac{1}{50}i\right)\bar{\omega}_0 \quad (i = 1, 2, \dots, 25). \quad (17)$$

图 8 给出了当 $\zeta = 0.01, \bar{\omega}_0 = 3000$ Hz, 激发位

置在 $x = 0.3$ m 处的稳态波形.

图 9 给出了当 $\zeta = 0.01, \bar{\omega}_0 = 3000$ Hz, 激发位置在 $x = 0.6$ m 时的稳态波形.

由图 8 与图 9 可以明显看出, 由吸收器子群构

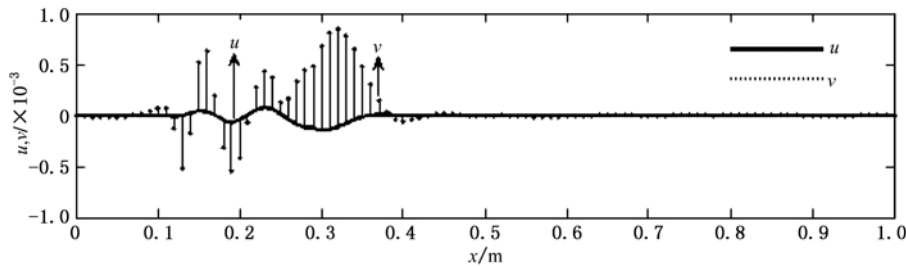


图 8 在 $x = 0.3$ m 处, 当 $\bar{\omega}_0 = 3000$ Hz 时的稳态波形

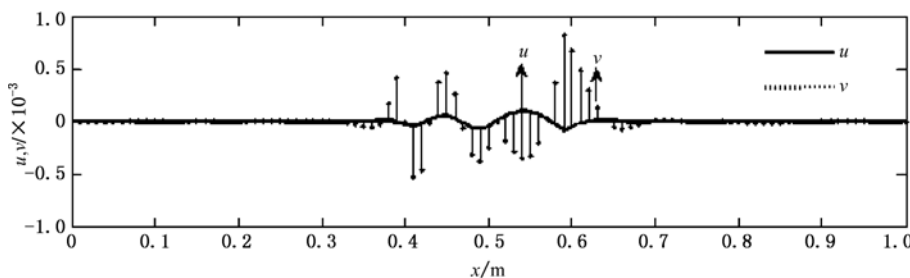


图 9 在 $x = 0.6$ m 处, 当 $\bar{\omega}_0 = 3000$ Hz 时的稳态波形

成的超材料梁对波的吸收性能有了显著地提升, 可以使波沿梁的两个方向都无法传播. 同时由于每个子群中弹簧-阻尼器子系统的固有频率呈现线性变化, 进一步提升了波的吸收带宽.

5. 结 论

本文提出了一种超材料梁模型, 并对其吸收机械波的性能进行了模拟研究. 通过本文的研究, 得出以下结论:

1. 本文提出的由各向同性梁和若干质量-弹簧系统构成的超材料梁能够对机械波进行有效吸收.
2. 如果机械波的频率在吸收器衰减带内, 那么机械波将会与质量弹簧吸收器系统发生共振, 从而阻止波的传播.
3. 质量-弹簧系统(吸收器)在梁内的不同布局和它们的不同共振频率会产生不同的振动吸收特点. 通过适当的设计和优化计算, 可以通过有限个离散的质量-弹簧吸收器制作出宽带振动吸收的超材料梁.

[1] Sachan M, Majetich S 2005 *DARPA Meta-Materials Program Report*
 [2] Liu S 2005 *DARPA Meta-Materials Program Report*
 [3] Chen C 2005 *DARPA Meta-Materials Program Report*
 [4] Shelby R A, Smith D R, Schultz S 2001 *Science* **292** 77
 [5] Li J, Chan C T 2004 *Phys. Rev. E* **70** 0225602
 [6] Wu Y, Lai Y, Zhang 2007 *Phys. Rev. B* **76** 205313
 [7] Milton G W, Willis J R 2007 *Proc. R. Soc. A* **463** 855
 [8] Cheng Y, Xu J Y, Liu X J 2008 *Phys. Rev. B* **77** 045134
 [9] Huang, H H, Sun, C T, Huang, G L 2009 *Int. J. of Engineering Science* **47** 610

[10] Fang N, Xi D J, Xu J Y, Ambati M, Srituravanich W, Sun C, Zhang X 2006 *Nature Mater.* **5** 452
 [11] Ding C L, Zhao X P 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 6351 (in Chinese) [丁昌林, 赵晓鹏 2009 物理学报 **58** 6351]
 [12] Akl W, Baz A 2010 *J. Intell. Mater. Syst. Struct.* **12** 541
 [13] Sheng P, Zhang X X, Liu Z, Chan C T 2003 *Physica B* **338** 201
 [14] Hirsekorn M, Delsanto P P, Batra N K, Matic P 2004 *Ultrasonics* **42** 231
 [15] Yao S S, Zhou X M, Hu G K 2008 *New J. Phys.* **100** 043020
 [16] Huang H H, Sun C T, Huang G L 2009 *Int. J. Eeg. Sci.* **47** 610

Simulation of a metamaterial beam for mechanical wave absorption

Lin Guo-Chang Sun Hong-Wei[†] Tan Hui-Feng Du Xing-Wen

(Center for Composite Materials and Structures, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

(Received 4 July 2010; revised manuscript received 8 September 2010)

Abstract

In this paper, we present a metamaterial beam consisting of a uniform isotropic beam with many small mass-spring systems serving as mechanical wave absorbers. Based on the analysis of two different mass-spring systems, negative effective mass and negative effective stiffness are explained theoretically. The governing equations of a unit cell of a metamaterial beam are derived using the Hamilton's principle. The mechanical wave absorbabilities of the following two different finite metamaterial beams are analyzed by numerical simulation: one is the beam in which mass-spring systems with linearly varying elastic coefficients are uniformly distributed, and the other is the beam in which four identical absorber subgroups composed of spring-damper subsystems with linearly varying natural frequencies are uniformly distributed. The results reveal that the mechanical wave transmitted in the metamaterial beam is absorbed by resonating with spring-mass absorbers, which verifies the effectivity of the proposed metamaterial beam on mechanical wave absorption.

Keywords: metamaterial beam, negative effective mass, negative effective stiffness, mechanical wave

PACS: 43.40.+s

* Project supported by National High Technology Research and Development Program 863 (Grant No. 2008AA12A205).

[†] Corresponding author. E-mail: sunhw@hit.edu.cn