一维介观环中持续电流的电子-声子相互作用非经典效应*

罗质华[1)†] 梁国栋[2)]

1)(广东第二师范学院物理系,广州 510303)

2)(暨南大学光电工程系,广州 510632)

(2010 年 5 月 31 日收到;2010 年 6 月 28 日收到修改稿)

基于声子相干态功效和计及声子压缩态非经典效应,研究了电子-磁振子和电子-声子相互作用对一维介观环持续电流的影响. 与自由环比较,由于电子-磁振子相互作用,持续电流的振幅呈现指数减小. 对于正常态电子,电子-声子相互作用导致持续电流以 Debye-Waller(D-W)因子衰减. 但是计入跳步电子-单声子相干态关联效应导致系统本征态能量大幅度下降,从而持续电流 I_n 有大幅度增加. 另一方面计入双声子相干态行为,由于声子压缩态效应压缩电子-相干(态)声子弹性散射行为,导致电子绕环运动保持电子的相位相干性,使得 D-W 效应衰减有效减弱. 特别是由于声子压缩-声子相干态之间非绝热关联效应的作用,压缩角极显著增大更有效压制 D-W 效应引起基态能量大幅度下降和持续电流有更大幅度增加. 应当特别指出,持续电流随外界磁通变化出现周期性振荡,当外界磁通 $\Phi_{em}=0$ 时,本征持续电流 $\tilde{I}_n\neq0$,系统仍会支持平衡自旋和电荷流,外界磁通只起到一个绝热参量作用.

关键词:持续电流,电子-声子相互作用,声子相干态,声子压缩态效应

PACS:73.23.Ra,73.23.Ad,73.23.Hk,73.60.Nm

1. 引　　言

上世纪 80 年代初,Büttiker 等预言,当有磁通穿过介观尺寸的一维非超导金属环时,由于电子获得 Berry 相位可诱发平衡持续电流(I_{PC}),并预言介观环的物理性质是量子磁通 $\Phi_0 = hc/e$ 的周期函数[1]. 1990 年 Levy 第一次实验上在低温测量 10^7 个孤立介观 Cu 环的持续电流系综平均值,证实周期为 $\Phi_0/2$,但电流幅度大小与方向和理论期望值有很大差别,电流大小比理论预言大 1—2 个数量级[2—5]. 尽管如此,他们的开头性工作引起了人们的广泛兴趣并进行一系列研究:包括从单通道环推广到多通道环,超导环,多道无序,以及磁性杂质效应,电子关联行为,温度效应,弹性散射与非弹性散射的不同作用,特别是不同的系综平均及其差别[6—23]. 应当指出,中国学者近年来在此领域作出了一系列富有成果创新性工作,其中包括耦合金属环的 I_{PC}[24],嵌入单量子点与双量子点 A-B 环的 kondon 效应[17,19,20,25],杂质与无序效应,多臂环,自旋极化输运,三维掺杂纳米环,双电子量子环[26—28],经典电磁场的量子噪声与热噪声对 I_{PC} 的影响[21],介观导电高聚物中的 Peierls 畸变[13]等. 特别是人们理论预言和证实介观环中电子由于自旋-轨道相互作用获得自旋 Berry 相位,从而诱导出持续自旋流[15,22,23]. 并且目前这方面的研究已涉足于纳米环的持续电流[29,30]与应用方面的设想[14].

尽管介观环持续电流的研究在理论和实验上作了一系列研究,开展的课题领域也十分宽广,但是,正常金属介观环的持续电流问题至今在实验和理论方面对我们仍然是一个严重挑战,I_{PC} 测量值大小与方向和理论预期相差十分大,周期与系综平均处理还很令人困惑[31,32]. 观察目前的研究动向,在解决本质问题与深入的工作很少[31,33,34]. 鉴于这样的事实,人们还是试图努力就金属介观环的 I_{PC} 问题作出解答[31]. 有鉴于此,我们特别注意到 Loss 等人于 1990 年在提出关于金属介观环的铁磁性织构(Texture)模型[35]. 他们将介观环放在一个经典静

* 国家自然科学基金(批准号:10574163)资助的课题.

† E-mail:lo-zh@126.com

态均匀磁场中,试图例证这一铁磁性织构的持续电流与 Berry 相位的关系,特别是他们预言,甚至在通常通过环的磁场不存在情况,系统将会支持持续平衡自旋和电荷流,而外加磁通只起到一个绝热参量作用而不是电流的驱动者. 由此事实 Loss 等人指出,在他们所研究系统的织构应该确认为一个内在的铁磁性材料或者是一种非均匀性绝缘铁磁物质. 因此在一定温度下,在这织构中加上一个小微扰将会存在自旋波元激发. 事实上,Aoki 等人在有机材料的研究中已发现激发谱原来是包含与光学磁振子模式一起的声学磁振子模式,其中光学磁振子包含在原胞之内的空间自旋振荡[36]. 因此,我们有理由相信电子-磁振子相互作用在介观环的持续电流的影响是一种重要基本效应,并且这种诡异效应在介观环的低位电子激发应该会发生.

在本文中首先研究介观环中与电子-磁振子相互作用相关的量子涨落. 在此基础上进而研究此织构的电子-声子相互作用效应对持续电流的影响. 我们前面已经指出,当介观环存在外界穿越磁通 Φ_B 致使电子绕环运动获得 Berry 几何相位,这一几何相位效应导致电子获得 Aharonov-Bohm (效应)势使得电子绕环运动保持电子相位相干,诱生出平衡持续电流. 在本文中,我们注意到铁磁性介观环系统客观上存在电子-声子相互作用 $H_{ep} = \sum_{ql} \tilde{M}_q e^{iqx_l}(b_q + b_{-q}^+)c_l^+ c_l$ ($\tilde{M}_q$ 为电子-声子相互作用强度参量, x_l 为格位 l 坐标, b_q 与 c_l 分别为声子、电子算符),作为与实验测量的持续电流相比较,我们必须计及这一相互作用带来的重要效应. 从量子光学知识我们知道,由于电子-单声子相互作用过程,系统将会演化出单声子相干态. 因此,电子波绕介观环运动将会发生电子-相干(态)声子弹性散射(相干参量 $f_q^{(1)} = \tilde{M}_q/\hbar\omega_q \neq 0$), 这一效应破坏电子波绕环运动保持电子相位相干,与此同时,由于温度 $T \neq 0$, 声子场的热噪声涨落效应随温度上升而增加(因声子数目 $\langle n_q \rangle_T$ 随温度 T 增加),也加剧了破坏电子绕介观环运动保持电子相位相干,这两个效应结合在一起导致持续电流振幅 $I_{pc}^{(0)}$ 以 D-W 因子 $w_{ph}^{(0)}$ 呈指数衰减 $I_{pc}^{(0)} \to e^{-w_{ph}^{(0)}(f_q, \langle n_q \rangle)} I_{pc}^{(0)}$. 至目前为止,这个问题在国内外尚没有人给予注意和提出有效方法予以解决. 虽然由于电子-声子相互作用, ($\tilde{M}_q \neq 0$) 作为声子场量子涨落的测不准量子极限的声子相干态是客观存在的(相干参量 $f_q \neq 0$), 另一方面由于 hopping 电子-声子相干态间非绝热关联导致系统经历电子-双声子相互作用进一步演化出双声子相干态(声子压缩相干态,压缩参量 $\phi_q \neq 0$), 这一非经典态在一维介观环也是客观存在事实(不是数学处理方法产生的). 由于压缩相干态有压缩单声子相干态的结果,从而抑制了电子-相干声子弹性散射效应和声子场热噪声效应. 为了使电子绕环运动保持相位相干,作为本文的精神核心,我们着重介入非经典态效应方法来遏制 D-W 效应:即跳步电子-声子相干态关联效应和双声子相干态(即压缩声子相干态)效应,特别是声子相干态-声子压缩态间非绝热关联等非经典效应对介观持续电流的重要影响和修正. 在我们现在的近似,对铁磁性织构采用绝热近似处理,即自旋沿局域磁织构排列. 在低温,我们考虑磁场足够强以使电子自旋被冻结和极化,物理上这意味介观环有铁磁性自旋序. 因此在下面的计算中可以勾掉自旋指标,而有效自旋-轨道耦合将包含在几何相位中.

2. 介观环中电子-磁振子相互作用

本文研究具有磁通穿过的一维紧束缚介观环,考虑到介观环有铁磁性自旋序这一重要物理图像,首先要考虑电子-磁振子相互作用,因而该织构的 Hamiltonian 表示成

$$H = \sum_{l=1}^{N} [(\varepsilon_0 - \mu)c_l^+ c_l - J(c_{l+1}^+ c_l + c_l^+ c_{l+1})] + \sum_q \hbar\omega_q a_q^+ a_q + \sum_{q,l} M_q e^{iqx_l}(a_q + a_{-q}^+)c_l^+ c_l, \quad (1)$$

此处 $a_q^+(a_q)$ 为波矢 q 的磁振子产生(湮没)算符, $c_l^+(c_l)$ 为格位 l 的电子产生(湮没)算符, J 表示跳步积分, $\varepsilon_0 = \mu B$ 表示在格位能量, μ 代表化学势. (1)式是基于线性自旋波近似的结果,其中第 3 项表示电子-磁振子相互作用,并且 $M_{-q} = M_q^*$. 为了以后的演算方便,我们对(1)式作如下的正则变换:

$$s = \sum_{q,l} \frac{M_q}{\hbar\omega_q} e^{iqx_l}(a_q - a_{-q}^+)c_l^+ c_l, \quad (2)$$

新哈密顿量 $\tilde{H} = e^{-s}He^{s}$ 变换成

$$\tilde{H}_m = \tilde{H}_0 + \tilde{H}_1, \quad (3)$$

$$\tilde{H}_0 = \sum_l (\varepsilon_0 - \Delta_0)c_l^+ c_l + \sum_q \hbar\omega_q a_q^+ a_q + \sum_{l\neq l'} U(l-l')c_l^+ c_{l'}^+ c_l c_{l'}, \quad (4)$$

$$\tilde{H}_1 = -J\sum_{l,\rho} c_{l+\rho}^{+} c_l X_{l+\rho}^{+} X_l, \tag{5}$$

其中

$$\Delta_0 = \sum_q \frac{|M_q|^2}{\hbar\omega_q},$$

$$U(l-l') = -\sum_q \frac{|M_q|^2}{\hbar\omega_q} e^{iq(x_l - x_{l'})}, \tag{6}$$

$$X_l = e^{\sum_q \frac{M_q}{\hbar\omega_q} e^{iqx_l}(a_q - a_{-q}^{+})}, \tag{7}$$

在单磁极化子效应考虑下, $U(l-l')$ 项可以不计. 从(6)式看到, $\tilde{H}_1$ 代表非对角项,它表示电子在跳步过程吸收与发射磁振子的虚过程. 进一步我们对哈密顿量 $\tilde{H}$ 在多自旋波态正交集求平均,即

$$|\cdots n_q \cdots\rangle = \prod_q \frac{1}{\sqrt{n_q!}}(a_q^{+})^{n_q}|0\rangle, \tag{8}$$

电子的有效哈密顿量变成

$$\begin{aligned} H_{em} = &\sum_{l=1}(\varepsilon_0 - \mu - \Delta_0)c_l^{+}c_l \\ &- Je^{-w_m}\sum_l (c_{l+1}^{+}c_l + c_l^{+}c_{l+1}) \\ &+ \sum_q \hbar\omega_q\langle n_q\rangle. \end{aligned} \tag{9}$$

从这里可以看到,考虑电子-磁振子相互作用导致的量子涨落效应,导致跳步电子存在 D-W 因子 e^{-w_m} 修正,有效电子跳步能为 Je^{-w_m},其中

$$\begin{aligned} w_m &= \sum_q \left|\frac{M_q}{\hbar\omega_q}(1 - e^{-iqa})\right|^2\left(\langle n_q\rangle + \frac{1}{2}\right) \\ &= 2\sum_q \frac{|M_q|^2}{(\hbar\omega_q)^2}\sin^2\frac{qa}{2}\coth\left(\frac{\hbar\omega_q}{2k_B T}\right). \end{aligned} \tag{10}$$

(a 为晶格常数)在推导有效哈密顿量中,我们用了二个近似:1)应用正交多自旋波集(8)消除磁振子自由度;2)对自旋运动采用了绝热近似. 一般来说,我们可以在如下意义下将自旋与轨道运动自由度脱耦合,即自旋在外磁场存在下演化,而该磁场参量上依赖于轨道运动路径. 这样一来波函数的自旋相关部分要求自旋在可变磁场演化中有一个几何相位,即 Berry 相位 $\Phi_0\Phi_g$,其中 $\Phi_g = (\cos\chi)/2$, 基本量子磁通 $\Phi_0 = eh/c$. 这里参量 χ 表示量度织构对系统对称轴的偏离. 因此,总磁通为

$$\Phi = \Phi_{em} + \Phi_0\Phi_g, \tag{11}$$

此处 Φ_{em} 是穿过介观环的磁通.

3. 电子-声子相互作用,单声子相干态和双声子相干态对基态和持续电流的效应

3.1. 单声子相干态效应

一般而言,电子-磁振子相互作用(H_{e-m})比电子-声子相互作用(H_{e-p})弱, $Je^{-w_m} \approx J$. 但是,声子相干态效应对介观环的持续电流产生重要修正,目前已有许多工作考虑介观系统中电子-声子相互作用和 Peierls 不稳定性对持续电流的影响. 我们在本文讨论电子-磁振子相互作用和电子-声子相互作用两者同时存在时对持续电流的压抑效应,然后再进一步考虑压缩声子相干态和非绝热声子相干态-声子压缩态关联带来的修正.

计入电子-声子相互作用,哈密顿量修正为

$$\begin{aligned} \tilde{H} &= H_{em} + \sum_q \hbar\tilde{\omega}_q\left(b_q^{+}b_q + \frac{1}{2}\right) \\ &\quad + \sum_{q,l}\tilde{M}_q e^{iqx_l}(b_q + b_{-q}^{+})c_l^{+}c_l \\ &= H_{em} + H_{ep}, \end{aligned} \tag{12}$$

其中(声子波矢 $\tilde{q}$ 为了简化以后写成 q)

$$\begin{aligned} H_{em} = &\sum_l(\varepsilon_0 - \mu - \Delta_0)c_l^{+}c_l + \sum_q \hbar\omega_q\langle n_q\rangle \\ &- Je^{-w_m}\sum_{l,\rho} c_{l+\rho}^{+}c_l. \end{aligned} \tag{13}$$

(12)式中 $b_q^{+}(b_q)$ 表示声子产生(湮没)算符,电子-声子哈密顿量 H_{ep} 中的第 2 项代表电子-声子相互作用,耦合系数 $\tilde{M}_{-q} = \tilde{M}_q^{*}$.

由于电子-单声子相互作用的存在,介观环系统将会演化进入单声子相干态和双声子相干态(声子压缩相干态). 我们知道声子场单声子相干态效应(一阶量子涨落)代表声子场振幅涨落有最小不确定值这一量子极限效应;而双声子相干态效应代表声子场的二阶量子涨落修正,计及这一重要非经典态效应会导致系统基态能量 E_n 有大幅度下降,从而使持续电流有大幅度提高的贡献. 为了更精确求解相互作用系统(由(12)式表征的 $\tilde{H}$)的基态,在本文中将基态变分波函数采用如下的关联表象形式:

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= U|\tilde{\Phi}\rangle, \\ |\tilde{\Phi}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{l=1} C_l^{+} e^{i\frac{2\pi}{L}\left(n + \frac{\Phi}{\Phi_0}\right)x_l}|0\rangle_{C_l} \otimes |\cdots\tilde{n}_q\cdots\rangle, \end{aligned} \tag{14}$$

$$U = \mathrm{e}^{\sum_q \left\{ \sum_l f_q \mathrm{e}^{\mathrm{i}qx_l}(b_q - b_q^+) C_l^+ C_l + \frac{1}{2N_1}\phi_q (b_q^{+2} - b_q^2) \right\}}. \quad (15)$$

下面我们首先考虑单声子相干态效应对本征态能量与持续电流的修正,为此我们对 $\tilde{H}$ 进行位移正则变换(U_1),使 $\tilde{H}$ 约化成有效哈密顿量 $\tilde{H}_{\mathrm{eff}}(U_1)$. 与通常位移变换不同,为了计入电子-位移声子非绝热关联作用以及后面计及压缩声子相干态效应对电子跳步作用项 $-J\mathrm{e}^{-w_m}\sum_{l,\rho} c_{l+\rho}^+ c_l$ 的修正,代替通常格位 x_l 的平移变换,我们有意识取作

$$U_1 = \mathrm{e}^{\sum_{ql} f_q \mathrm{e}^{\mathrm{i}qx_l}(b_q - b_{-q}^+) c_l^+ c_l}. \quad (15\mathrm{a})$$

此时

$$\begin{aligned} U_1^{-1}\tilde{H}U_1 = {} & \sum_l \Big(\varepsilon_0 - \mu - \Delta_0 - 2\sum_q \tilde{M}_q f_q^* \\ & + \sum_q \hbar\tilde{\omega}_q |f_q|^2 \Big) c_l^+ c_l + \sum_q \hbar\omega_q \langle n_q \rangle \\ & + \sum_q \hbar\tilde{\omega}_q \Big(b_q^+ b_q + \frac{1}{2} \Big) \\ & + \sum_{ql} (\tilde{M}_q - \hbar\tilde{\omega}_q) \mathrm{e}^{\mathrm{i}qx_l} (b_q^+ + b_{-q}^+) c_l^+ c_l \\ & - J\mathrm{e}^{-w_m} \sum_{l,\rho} c_{l+\rho}^+ c_l X_{l+\rho}^+ X_l, \end{aligned} \quad (16)$$

$$X_l = \mathrm{e}^{\sum_q f_q \mathrm{e}^{\mathrm{i}qx_l}(b_q - b_{-q}^+)}, \quad (17)$$

其中 $\tilde{H}_1 = -J\sum_{l,\rho} C_{l+\rho}^+ C_l X_{l+\rho}^+ X_l$ 代表电子跳步运动过程中吸收和发射声子的虚过程. 注意,我们已略去 l 与 l' 处两个局域极化子的有效相互作用,即 $-\sum_q \tilde{M}_q f_q \mathrm{e}^{\mathrm{i}q(x_l - x_{l'})} c_l^+ c_{l'}^+ c_l c_{l'}$. 这时与 $U_1^{-1}\tilde{H}U_1$ 相应的本征能量 E_n,

$$E_n = \langle \tilde{\Phi} | U_1^{-1}\tilde{H}U_1 | \tilde{\Phi} \rangle, \quad (18)$$

其中波函数

$$\begin{aligned} |\tilde{\Phi}\rangle &= |\Phi_1\rangle \otimes |\cdots\tilde{n}_q\cdots\rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{l=1}^{N} c_l^+ \mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{2\pi}{L}\left(n + \frac{\Phi}{\Phi_0}\right)x_l} |0\rangle_c \otimes |\cdots\tilde{n}_q\cdots\rangle, \end{aligned} \quad (19)$$

$$|\cdots\tilde{n}_q\cdots\rangle = \prod_q \frac{1}{\sqrt{\tilde{n}_q!}} (b_q^+)^{\tilde{n}_q} |0\rangle_b. \quad (20)$$

经过运算,我们有

$$\begin{aligned} E_n = {} & (\varepsilon_0 - \mu - \Delta_0) + \sum_q \hbar\omega_q \langle n_q \rangle + E_{\mathrm{ph}} \\ & - \sum_q (\tilde{M}_q f_q^* + \tilde{M}_q^* f_q) \\ & - 2J\mathrm{e}^{-w_m - w_{\mathrm{ph}}} \cos\frac{2\pi}{N}\Big(n + \frac{\Phi}{\Phi_0} \Big), \end{aligned} \quad (21)$$

其中声子能量 E_{ph} 为

$$E_{\mathrm{ph}} = \sum_q \hbar\tilde{\omega}_q \Big[\Big(\langle \tilde{n}_q \rangle + \frac{1}{2} \Big) + |f_q|^2 \Big]. \quad (22)$$

f_q 由极值方程决定:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_n}{\partial f_q} = {} & \hbar\omega_q f_q - \tilde{M}_q + 2J\mathrm{e}^{-w_m - w_{\mathrm{ph}}} f_q |1 - \mathrm{e}^{\mathrm{i}q\rho}|^2 \\ & \times \Big(\langle \tilde{n}_q \rangle + \frac{1}{2} \Big) \cos\frac{2\pi}{N}\Big(n + \frac{\Phi}{\Phi_0} \Big) = 0. \end{aligned} \quad (23)$$

按照相干态 $|f_q\rangle$ 概念,$b_q|f_q\rangle = f_q|f_q\rangle$,而 $w_{\mathrm{ph}} = \langle \{\tilde{n}_q\} | \mathrm{e}^{\lambda_q^* b_q^+ - \lambda_q b_q} | \{\tilde{n}_q\} \rangle$ 只是对声子组态 $|\{\tilde{n}_q\}\rangle$ 求平均,不是对相干态 $|f_q\rangle$ 求平均,因此 w_{ph} 与相干参量 f_q 无关,即

$$w_{\mathrm{ph}} = \sum_q |f_q^{(0)}(1 - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho})|^2 \Big(\langle \tilde{n}_q \rangle + \frac{1}{2} \Big) = w_{\mathrm{ph}}^{(0)},$$

$$f_q^{(0)} = \frac{\tilde{M}_q}{\hbar\tilde{\omega}}. \quad (24)$$

这时 f_q 的超越方程(24)约化为线性方程,而包含在跳步项(J)的 f_q 作用作为介入变分参量极值方程(24)求解,因此这一项的 f_q 有了相干参量意义,记作

$$\begin{aligned} f_q^{(1)} = \frac{\tilde{M}_q}{\hbar\tilde{\omega}_q} \Big/ \Big[1 + & \frac{2J}{\hbar\tilde{\omega}_q} \mathrm{e}^{-w_m - w_{\mathrm{ph}}^{(0)}} |1 - \mathrm{e}^{\mathrm{i}q\rho}|^2 \\ & \times \Big(\langle \tilde{n}_q \rangle + \frac{1}{2} \Big) \cos\frac{2\pi}{N}\Big(n + \frac{\Phi}{\Phi_0} \Big) \Big]. \end{aligned} \quad (23\mathrm{a})$$

从(23a)式可以看到,由于 $H_{\mathrm{e-p}}$ 的作用($\tilde{M}_q \neq 0$),$f_q^{(1)} \neq 0$,相互作用系统会演化进入单声子相干态. 为了进一步计及声子相干态效应修正,我们必须考虑 E_n 的(21)式由于 f_q 变分极值 $\frac{\partial E_n}{\partial f_q} = 0$ 介入相干态效应导致对基态能量的进一步修正,其结果为

$$\begin{aligned} E_n = {} & (\varepsilon_0 - \mu - \Delta_0 - \Delta_{\mathrm{ph}}) + \sum_q \hbar\tilde{\omega}_q \Big(\langle \tilde{n}_q \rangle + \frac{1}{2} \Big) \\ & - 2J\mathrm{e}^{-w_m - w_{\mathrm{ph}}^{(0)}} \Big[1 + \sum_q |f_q^{(1)}(1 - \mathrm{e}^{\mathrm{i}q\rho})|^2 \\ & \times \Big(\langle \tilde{n}_q \rangle + \frac{1}{2} \Big) \Big] \cos\frac{2\pi}{N}\Big(n + \frac{\Phi}{\Phi_0} \Big). \end{aligned} \quad (25)$$

(其中我们略去磁振子 $\sum_q \hbar\omega_q \langle n_q \rangle$ 贡献)显然,由于电子-相干(态)声子弹性散射结果,极化子能带变窄,$J \to J\mathrm{e}^{-w_{\mathrm{ph}}^{(0)}}$;与此同时,电子-声子相互作用的直接结果引起基态能量下降,$\Delta_{\mathrm{ph}} = |\tilde{M}_q|^2 / \hbar\tilde{\omega}_q$,特别是来自跳步电子-单声子相干态关联修正

$$2J\sum_q |f_q^{(1)}(1 - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho})|^2 \Big(\langle \tilde{n}_q \rangle + \frac{1}{2} \Big)$$

导致基态能量较大幅度下降,从而使持续电流有大幅度增加. 此时持续电流

$$I(\Phi,T) = -c\frac{\partial F}{\partial \Phi_{\mathrm{em}}} = \sum_n I_n f(E_n), \quad (26)$$

其中 $f(E_n)$ 为 Fermi 分布函数

$$f(E_n) = 1/(\mathrm{e}^{(E_n-\mu)/kT}+1),$$

而

$$I_n = -\frac{2eJ}{\hbar}\mathrm{e}^{-w_m-w_{\mathrm{ph}}^{(0)}}\Big[1+\sum_q |f_q^{(1)}(1-\mathrm{e}^{\mathrm{i}q\rho})|^2 \times(\langle\tilde{n}_q\rangle+1)\Big]\sin\frac{2\pi}{N}\Big(n+\frac{\Phi}{\Phi_0}\Big). \quad (27)$$

(27)式是我们计及单声子相干态效应应对一维介观环系统本征持续电流 I_n 的修正表达式,它说明,当声子系统处于相干态,由于所有声子的相位相同引起声子间相位相干,声子场量子涨落趋于测不准量子极限,此时,由于电子-声子相干态关联效应导致持续电流 I_n 的大幅度增加起着主导作用.

3.2. 单模双声子相干态效应

当温度 $T\neq 0$ 时,系统存在着声子激发导致声子热涨落噪声效应,从而破坏电子波绕环传播相位相干;另一方面电子-声子相互作用导致电子被相干态声子弹性散射,其效果也同样破坏电子波传播的相干性. 因此,(27)式电子跳步项 E_J 出现 D-W 衰减修正 $J\mathrm{e}^{-w_m-w_{\mathrm{ph}}^{(0)}}$ 因子,导致介观环中的持续电流幅度下降. 为了解决这一问题,我们知道,在量子光学中,通过光场的算符 a,a^+ 作规范变换(即压缩变换),可以获得场的一个正交分量的量子涨落小于测不准量子极限,因而人们可以找到一种使光场的量子噪声大大减少的量子态,即压缩相干态. 1996年,Ivanov 等人以及 Mahan 曾经提出[37,38],当电子-声子相互作用不太弱时,电子与晶格粒子相互作用势在离开平衡位置邻域展开应该计及到三级以上,若果保留到三级,量子化后就会出现电子-双声子相互作用. 但是我们知道,在电子-声子相互作用 $H_{\mathrm{e-p}}$ 存在时,电子不但由于电子-单声子相互作用过程演化进入单声子相干态. 与此同时由于 hopping 电子与声子相干态的非绝热关联,当极化子运动时,电子还会经历着电子-双声子相互作用过程从声子相干态演化出非经典双声子相干态(声子压缩态),这一演化与 H 中是否存在电子-双声子相互作用无关(事实上压缩参量 γ_q 只与 $\tilde{M}_q/\hbar\tilde{\omega}_q$ 和 $|f_q(1-\mathrm{e}^{\mathrm{i}q\rho})|^2$ 的乘积有关). 下面我们对声子算符 b_q,b_q^+ 作类似的声子压缩态 U_2- 变换,

$$U_2 = \mathrm{e}^{\frac{1}{2N_1}\sum_q \phi_q(b_q^{+2}-b_q^2)},$$

$$b_s(q) = U_2^{-1}bU_2 = b_q ch\frac{\phi_q}{N_1}+b_q^+\frac{\phi_q}{N_1}, \quad (15\mathrm{b})$$

其中 ϕ_q 称为压缩角,(15b)式压缩态变换 U_2 含义是准粒子变换,它表示由于 H_{ep} 中存在电子-声子相互作用,声子 b_q 变成准粒子 $b_s(q)$. 我们可以期望,由于声子压缩的相干态效应,抑制电子-声子相互作用过程中相干态声子对电子波传播的弹性散射,其结果压缩 D-W 效应而使极化子能带变宽,从而会大大增强介观环的持续电流. 下面我们具体求解通过 U_2- 变换带来 E_n 与 I_n 的二阶量子涨落修正.

系统哈密顿量经过 U_1,U_2 两次正则变换,考虑到含有 $b_q^+b_q^+,b_qb_q$ 及单个 b_q^+,b_q 对正交声子集 $|\cdots\tilde{n}_q\cdots\rangle$ 无贡献,我们将有效哈密顿量 $\tilde{H}_{\mathrm{eff}}$ 约化成

$$\begin{aligned}\tilde{H}_{\mathrm{eff}} &= U_2^{-1}U_1^{-1}\tilde{H}U_1U_2\\ &= \sum_l\Big[\varepsilon_0-\mu-\Delta_0-\sum_q(\tilde{M}_qf_q^*+\tilde{M}_q^*f_q)\Big]c_l^+c_l\\ &\quad+\sum_q\hbar\omega_q\langle n_q\rangle+\sum_q\hbar\tilde{\omega}_q\Big(b_q^+b_q\mathrm{ch}^2\frac{\phi_q}{N_1}\\ &\quad+b_qb_q^+\mathrm{sh}^2\frac{\phi_q}{N_1}+|f_q|^2+\frac{1}{2}\Big)\\ &\quad-J\mathrm{e}^{-w_m}\sum_l\sum_\rho c_{l+\rho}^+c_l\mathrm{e}^{\sum_q(\Lambda_q^*b_q^+-\Lambda_qb_q)},\end{aligned} \quad (28)$$

其中 $\lambda_q = f_q\mathrm{e}^{\mathrm{i}qx_l}(1-\mathrm{e}^{\mathrm{i}q\rho})$ 修正为 Λ_q,

$$\begin{aligned}\sum_q\Lambda_q^+b_q^+ = \sum_q\Big[&f_q^*\mathrm{e}^{-\mathrm{i}qx_l}(\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho}-1)\mathrm{ch}\frac{\phi_q}{N_1}\\ &-f_q\mathrm{e}^{\mathrm{i}qx_l}(\mathrm{e}^{\mathrm{i}q\rho}-1)\mathrm{sh}\frac{\phi_q}{N_1}\Big]b_q^+.\end{aligned} \quad (29)$$

现在我们先来计算系统的修正本征态能量($\tilde{E}_n$)

$$\tilde{E}_n = \langle\Phi|\tilde{H}_{\mathrm{eff}}|\Phi\rangle. \quad (30)$$

注意到

$$\langle n|\mathrm{e}^{\Lambda^+b^+}\mathrm{e}^{-\Lambda b}|n\rangle = L_n(|\Lambda|^2), \quad (31)$$

在对 q,q' 求和要求拉革尔多项式 $L_n(|\Lambda|^2)$ 中 $|\Lambda|^2$ 必须是实数,且 $f_{-q}=f_q^*$, $\mathrm{sh}\frac{\phi_{-q}}{N_1}=\mathrm{sh}\frac{\phi_q}{N_1}$, 经过算符运算,最后我们求得

$$\begin{aligned}\tilde{E}_n &= \varepsilon_0-\mu-\Delta_0-\sum_q(\tilde{M}_qf_q^*+\tilde{M}_q^*f_q)\\ &\quad+\sum_q\hbar\omega_q\langle n_q\rangle+\sum_q\hbar\tilde{\omega}_q\Big[\langle\tilde{n}_q\rangle ch^2\gamma_q\end{aligned}$$

$$+ (\langle \tilde{n}_q \rangle + 1) \mathrm{sh}^2 \gamma_q + \frac{1}{2} + | f_q |^2 \Big]$$
$$- 2J \mathrm{e}^{-w_m - \tilde{w}_{\mathrm{ph}}} \cos \frac{2\pi}{N} \Big(n + \frac{\Phi}{\Phi_0} \Big),$$

$$\gamma_q = \frac{\phi_q}{N_1}, \tag{32}$$

其中 Debye-Waller 因子 w_{ph} 考虑声子压缩的相干态效应修正成

$$\tilde{w}_{\mathrm{ph}} = \sum_q \left| f_q (1 - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho}) \right|^2 \left(\mathrm{ch} \frac{\phi_q}{N_1} - \mathrm{sh} \frac{\phi_q}{N_1} \right)^2 \times \left(\langle \tilde{n}_q \rangle + \frac{1}{2} \right) < \mathrm{w}_{\mathrm{ph}}^{(0)}. \tag{33}$$

现在,(32)式 $\tilde{E}_n$ 代表计及 $U_1 U_2$ 联合变换后的相互作用系统基态能量的修正与仅含 U_1- 变换不同 ($\tilde{E}_n \neq E_n$),此时 f_q 新修正值应从极值方程 $\frac{\partial \tilde{E}_n}{\partial f_q^*} = 0$ 重新决定,即

$$\frac{\partial \tilde{E}_n}{\partial f_q^*} = \hbar \tilde{\omega}_q f_q - \tilde{M}_q$$
$$- 2J \mathrm{e}^{-w_m - \sum_q | f_q (\mathrm{ch}\gamma_q - \mathrm{sh}\gamma_q)(1 - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho}) |^2 \left(\langle \tilde{n}_q \rangle + \frac{1}{2} \right)} f_q$$
$$\times | (ch\gamma_q - sh\gamma_q)(1 - \mathrm{e}^{\mathrm{i}q\rho}) |^2$$
$$\times \left(\langle \tilde{n}_q \rangle + \frac{1}{2} \right) \cos \frac{2\pi}{N} \Big(n + \frac{\Phi}{\Phi_0} \Big) = 0. \tag{34}$$

(34)式是关于 f_q 的超越方程,考虑到 $\mathrm{e}^{-\tilde{w}_{\mathrm{ph}}} = \langle \{ n_q \} | \mathrm{e}^{\Lambda_q^* b_q^+ - \Lambda_q b_q} | \{ n_q \} \rangle$ 与相干态平均无关, $\mathrm{e}^{-\tilde{w}_{\mathrm{ph}}}$ 中的 $f_q \approx f_q^{(0)} = \frac{\tilde{M}_q}{\hbar \tilde{\omega}_q}$, 方程(34)物理上约化成(保留包含在跳步项的 f_q 参与极值变分)

$$\hbar \tilde{\omega}_q f_q - \tilde{M}_q + 2J \mathrm{e}^{-w_m - \tilde{w}_{\mathrm{ph}}^{(0)}} f_q$$
$$\times | (\mathrm{ch}\gamma_q - \mathrm{sh}\gamma_q)(1 - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho}) |^2$$
$$\times \left(\langle \tilde{n}_q \rangle + \frac{1}{2} \right) \cos \frac{2\pi}{N} \Big(n + \frac{\Phi}{\Phi_0} \Big) = 0.$$

由此 f_q 新修正为

$$f_q = \frac{\tilde{M}_q}{\hbar \tilde{\omega}_q} \Big\{ 1 + \frac{2J}{\hbar \tilde{\omega}_q} \mathrm{e}^{-w_m - \tilde{w}_{\mathrm{ph}}^{(0)}}$$
$$\times | (\mathrm{ch}\gamma_q - \mathrm{sh}\gamma_q)(1 - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho}) |^2$$
$$\times \left(\langle \tilde{n}_q \rangle + \frac{1}{2} \right) \cos \frac{2\pi}{N} \Big(n + \frac{\Phi}{\Phi_0} \Big) \Big\}^{-1}, \tag{35}$$

其中

$$\tilde{w}_{\mathrm{ph}}^{(0)} = \sum_q \left| \frac{\tilde{M}_q}{\hbar \tilde{\omega}_q} (\mathrm{ch}\gamma_q - \mathrm{sh}\gamma_q)(1 - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho}) \right|^2 \times \left(\langle \tilde{n}_q \rangle + \frac{1}{2} \right), \tag{36}$$

联立极值方程(34), $\tilde{E}_n$ 进一步修正成为

$$\tilde{E}_n = \left(\varepsilon_0 - \mu - \Delta_0 - \sum \frac{| \tilde{M}_q |^2}{\hbar \tilde{\omega}_q} \right) + \sum_q \hbar \tilde{\omega}_q$$
$$\times [\langle \tilde{n}_q \rangle \mathrm{ch}^2 \gamma_q + (\langle \tilde{n}_q \rangle + 1) \mathrm{sh}^2 \gamma_q + 1]$$
$$- 2J \mathrm{e}^{-w_m - \tilde{w}_{\mathrm{ph}}^{(0)}}$$
$$\times \Big[1 + \sum_q | f_q (\mathrm{ch}\gamma_q - \mathrm{sh}\gamma_q)(1 - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho}) |^2$$
$$\times \left(\langle \tilde{n}_q \rangle + \frac{1}{2} \right) \Big] \cos \frac{2\pi}{N} \Big(n + \frac{\Phi}{\Phi_0} \Big). \tag{37}$$

从(37)式看到,由于 $\tilde{w}_{\mathrm{ph}}^{(0)} < w_{\mathrm{ph}}^{(0)}$, 计入声子场压缩相干态效应,极化子能带变宽,从而持续电流变大.

进一步,从 $\tilde{E}_n$ 的(32)式,由极值方程 $\frac{\partial \tilde{E}_n}{\partial \gamma_q} = 0$ 可求压缩角,即

$$\frac{\partial \tilde{E}_n}{\partial \gamma_q} = \hbar \omega_q (2 \langle \tilde{n}_q \rangle + 1) \mathrm{sh} 2\gamma_q - 2J \mathrm{e}^{-w_m - \tilde{w}_{\mathrm{ph}}^{(0)}}$$
$$\times | f_q (1 - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho}) |^2 (\mathrm{ch} 2\gamma_q - \mathrm{sh} 2\gamma_q)$$
$$\times (2 \langle \tilde{n}_q \rangle + 1) \cos \frac{2\pi}{N} \Big(n + \frac{\Phi}{\Phi_0} \Big) = 0.$$

近似 $\mathrm{ch} 2\gamma_q \approx 1$, 因此

$$\mathrm{sh} 2\gamma_q = \frac{2J}{\hbar \tilde{\omega}_q} \mathrm{e}^{-w_m - \tilde{w}_{\mathrm{ph}}^{(0)}} | f_q (1 - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho}) |^2$$
$$\times \cos \frac{2\pi}{N} \Big(n + \frac{\Phi}{\Phi_0} \Big) \Big/ \Big[1 + \frac{2J}{\hbar \tilde{\omega}_q} \mathrm{e}^{-w_m - \tilde{w}_{\mathrm{ph}}^{(0)}}$$
$$\times | f_q (1 - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho}) |^2 \times \cos \frac{2\pi}{N} \Big(n + \frac{\Phi}{\Phi_0} \Big) \Big]. \tag{38}$$

从(38)式 $\mathrm{sh} 2\gamma_q$ 中乘积 $\frac{2J}{\hbar \tilde{\omega}_q} | f_q (1 - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho}) |^2$ 代表跳步电子发生经历双声子相互作用过程,由于 $f_q \approx \frac{\tilde{M}_q}{\hbar \omega_q} \neq 0, J \neq 0$,因而 $\mathrm{sh} 2\gamma_q \neq 0$,即系统演化成双声子相干态. 这说明,由于电子 - 单声子相互作用 $H_{\mathrm{e-p}}$ 的存在($\tilde{M}_q \neq 0$),极化子的运动($J \neq 0$)使电子-声子相互作用系统的声子场不但可以演化进入单声子相干态 ($f_q \neq 0$),而且演化进入非经典双声子相干态 ($\gamma_q \neq 0$) 即声子场压缩相干态.

应该说明,非经典声子压缩态是一种二阶量子涨落效应,我们以 $|\mu,v;f\rangle$ 简记压缩相干态(其中 $\mu=\mathrm{ch}\frac{\phi_q}{N_1}$, $v=\mathrm{sh}\frac{\phi_q}{N_1}$, $f\rightarrow$ 相干参量, $b\rightarrow b_q$), 此时,

$$\langle[\mu,v;f]|b|[\mu,v;f]\rangle=\mu f-vf,$$

$$\langle[\mu,v;f]|b^2|[\mu,v;f]\rangle=(\mu f-vf^*)^2,$$

因而声子场的量子涨落

$$\langle[\mu,v;f]|(\Delta b)^2|[\mu,v;f]\rangle$$
$$=-\mu v=-\mathrm{ch}\frac{\phi_q}{N_1}\mathrm{sh}\frac{\phi_q}{N_1}\neq 0.$$

由于电子-声子相互作用 $H_{\mathrm{e-p}}$, $\gamma_q=\frac{\phi_q}{N_1}\neq 0$, 因此声子场的二阶量子涨落不为零, $\tilde{w}_{\mathrm{ph}}^{(0)}<w_{\mathrm{ph}}^{(0)}$, $\mathrm{e}^{-\tilde{w}_{\mathrm{ph}}^{(0)}}>\mathrm{e}^{-w_{\mathrm{ph}}^{(0)}}$, $f_q>f_q^{(1)}$. 说明声子压缩效应抑制声子场的热噪声涨落,不但使基态能量降低,而且极化子能带变宽 $J\mathrm{e}^{-w_{\mathrm{ph}}^{(0)}}\rightarrow J\mathrm{e}^{-\tilde{w}_{\mathrm{ph}}^{(0)}}$, 应用新修正的 $\tilde{E}_n$ 即(37)式,此时(27)式持续电流修正成

$$\tilde{I}(\Phi,T)=-c\frac{\partial F}{\partial\Phi_{\mathrm{em}}}=\sum_n\tilde{I}_n f(E_n),\tag{39}$$

$$\begin{aligned}\tilde{I}_n&=-c\frac{\partial\tilde{E}_n}{\partial\Phi_{\mathrm{em}}}\\&=-\frac{2eJ}{N\hbar}\mathrm{e}^{-w_m-\tilde{w}_{\mathrm{ph}}^{(0)}}\Big[1+\sum_q|\tilde{f}_q(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho})|^2\\&\quad\times\Big(\langle\tilde{n}_q\rangle+\frac{1}{2}\Big)\Big]\sin\frac{2\pi}{N}\Big(n+\frac{\Phi}{\Phi_0}\Big),\end{aligned}\tag{40}$$

其中 $\tilde{f}_q=f_q(\mathrm{ch}\gamma_q-\mathrm{sh}\gamma_q)$.

4. 声子相干态-声子压缩态之间非绝热关联

我们现在进一步注意到, $\tilde{E}_n$ 与 $\tilde{I}_n$ 的(37)与(38)式中 $\sum_q\left|f_q(\mathrm{ch}\gamma_q-\mathrm{sh}\gamma_q)(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho})\right|^2\left(\langle\tilde{n}_q\rangle+\frac{1}{2}\right)$ 代表相互作用系统声子场相干态与声子场压缩态之间耦合关联,从表象理论,关联表象

$$\begin{aligned}U&=\mathrm{e}^{\sum_q\{\sum_l f_q\mathrm{e}^{\mathrm{i}qxl}(b_q-b_q^+)'c_l^+c_l+\frac{1}{2N_1}\phi_q((b_q^{+2}-b_q^2)\}}\\&\neq U_1(f_q)U_2(\phi_q),\end{aligned}\tag{41}$$

也即是说,关联表象 U 仅在极化子态和声子压缩态相互独立出现时才可以分解成单个 U_1 与 U_2 的乘积. 但是,在电子-声子相互作用不是非常弱时,声子位移(声子相干态)与声子压缩不仅同时出现,而且在电子-声子耦合系统中相互影响和密切相关,它们两者并不是绝热过程,这一非绝热关联效应影响压缩声子的位移与极化子态. 因而,由于关联表象 U 的直接效应导致声子位移变换 U_1 的位移参量 f_q(相干参量)的重整化修正 $f_q\rightarrow f(\phi_q)$[37]:

$$U=U_1(f(\phi_q))U_2,\tag{42}$$

其中($f(\phi_q)$ 是两个独立变量 f_q, ϕ_q 的函数,分别对应两个变量 f_q, ϕ_q 的极值方程)

$$f(\phi_q)=\frac{\mathrm{e}^{2\gamma_q}-1}{2\gamma_q}f_q>f_q.\tag{43}$$

因此,我们在 3.1 与 3.2 只考虑非关联表象 $U=U_1(f_q)U_2(\phi_q)$ 情形声子压缩态效应, $f_q^{(0)}\rightarrow f_q$, $w_{\mathrm{ph}}^{(0)}\rightarrow\tilde{w}_{\mathrm{ph}}^{(0)}$. 现在进一步考虑到声子相干态-声子压缩态间非绝热关联效应, U 因式化成(42)式,即 f_q 重整化修正为 $f(\phi_q)$. 此时, $\tilde{E}_n$ 方程(37)式与压缩角方程(38)式 f_q 重整化修正为 $f(\phi_q)$, 折合到(39),(40)式, $\tilde{I}_n$ 进一步由于相干参量重整化效应修正成

$$\begin{aligned}\tilde{I}_n=&-\frac{2eJ}{N\hbar}\mathrm{e}^{-w_m-\tilde{w}_{\mathrm{ph}}^{(0)\prime}}\left[1+\sum_q\left|\frac{\mathrm{e}^{2\gamma_q}-1}{2\gamma_q}\tilde{f}_q(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho})\right|^2\right.\\&\left.\times\Big(\langle\tilde{n}_q\rangle+\frac{1}{2}\Big)\right]\sin\frac{2\pi}{N}\Big(n+\frac{\Phi}{\Phi_0}\Big),\end{aligned}\tag{44}$$

其中, $\tilde{w}_{\mathrm{ph}}^{(0)\prime}=w_{\mathrm{ph}}^{(0)}(\mathrm{ch}\tilde{\gamma}_q-\mathrm{sh}\tilde{\gamma}_q)^2\ll w_{\mathrm{ph}}^{(0)}$, $\tilde{\gamma}_q=\gamma_q(f(\phi_q))\gg\gamma_q$, 作为比较,当不考虑跳步电子-声子相干态关联、压缩声子相干态效应,以及非绝热声子相干态-声子压缩态关联诸行为进一步修正,从(20)式可得

$$I_n=-\frac{2eJ}{N\hbar}\mathrm{e}^{-w_m-w_{\mathrm{ph}}^{(0)}}\sin\frac{2\pi}{N}\Big(n+\frac{\Phi}{\Phi_0}\Big),\tag{45}$$

这正是 Ma 等人的结果[39]. 他们的结果只考虑声子场的热噪声涨落带来的 D-W 衰减效应修正. 虽然,电子-声子相互作用直接贡献一项负能量 $-\sum_q|\tilde{M}_q|^2/\hbar\tilde{\omega}_q$, 重要是电子-单声子相干态关联效应使极化子能带宽度 J 修正成 $J\left[1+\sum_q\left|f_q(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho})\right|^2\Big(\langle\tilde{n}_q\rangle+\frac{1}{2}\Big)\right]$, 遏制 D-W效应使极化子能带变窄;而声子压缩相干态又进一步压缩单声子相干态的量子涨落,从而压缩了电子-相干(态)声子间弹性散射效应和声子场的热噪声效应,不但 $\tilde{E}_n$ 出现进一步下降,特别重要的是 $w_{\mathrm{pn}}^{(0)}\rightarrow\tilde{w}_{\mathrm{ph}}^{(0)}$, 而进一步遏制 D-W 效应使极化子能带变宽. 与此同时,当声子场处于压缩态时,同时会存

在由于关联表象 $U\neq U_1(f_q)U_2(\phi_q)$ 带来的非绝热声子相干态-声子压缩态关联，相干态参量重整化修正 $f(\phi_q)\gg f_q,\tilde{E}_n(f_q,\gamma_q)\to\tilde{E}_n[f(\phi_q),\tilde{\gamma}_q],\gamma_q(f_q)\to\gamma_q[f(\phi_q)]\gg\gamma_q$，因而 $w_{\mathrm{ph}}^{(0)}\to\tilde{w}_{\mathrm{ph}}^{(0)\prime}\ll w_{\mathrm{ph}}^{(0)}$ 导致系统能量 $\tilde{E}_n$ 更大幅度下降，持续电流更大幅度增加. 显然，$\tilde{I}_n$ 随着外界磁通的变化出现周期性振荡，这与实验上是一致的. 特别是本文得到 $\tilde{I}_n$ 的结果即(40)式说明一个重要事实：当 $\Phi_{\mathrm{em}}=0,\tilde{I}_n\neq0$，这说明通过环的磁场不存在情况下，系统将会支持平衡自旋和电荷流，外界磁通只起到一个绝热参量作用而不是电流的驱动者.

5. 结论与讨论

虽然 Loss 的铁磁性织构一维介观环电子-磁振子相互作用是一种重要基本效应，但是，电子-声子相互作用导致 D-W 效应破坏电子绕环运动保持电子相位相干行为要远比电子-磁振子相互作用严重. 在本文中，我们正确论证铁磁性织构介观环系统存在非经典态的(严重)客观事实：由于极化子运动，一方面电子经历电子-单声子相互作用 (H_{ep}) 演化出单声子相干态，$f_q\sim\dfrac{\tilde{M}_q}{\hbar\tilde{\omega}_q}\neq0$. 与此同时，由于 hopping 电子-单声子相干态间非绝热关联，极化子态的存在使电子还经历电子-双声子相互作用演化出双声子相干态(声子压缩相干态)，$\mathrm{sh}2\gamma_q\sim\dfrac{2J}{\hbar\tilde{\omega}_q}\mathrm{e}^{-w_{\mathrm{ph}}^{(0)}}\left|f_q(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho})\right|^2\neq0$. 引入单声子相干态效应(除了负能量 $-\sum_q\left|\tilde{M}_q\right|^2/\hbar\omega_q$ 修正外)，由于电子-声子相干态关联效应使极化子能带加宽 $J\to J\left[1+\sum_q\left|f_q^{(1)}(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho})\right|^2\left(\langle\tilde{n}_q\rangle+\dfrac{1}{2}\right)\right]$，有效削电子-相干(态)声子弹性散射造成极化子能带变窄效应 ($J\mathrm{e}^{-w_{\mathrm{ph}}^{(0)}}$). 特别是介入非经典态导致两个重要非经典态效应修正：1) 声子压缩态效应由于 $\tilde{w}_{\mathrm{ph}}^{(0)}<w_{\mathrm{ph}}^{(0)}$ 使极化子能带 $J\mathrm{e}^{-w_{\mathrm{ph}}^{(0)}}$ 又进一步加宽成 $J\mathrm{e}^{-\tilde{w}_{\mathrm{ph}}^{(0)}}\left[1+\sum_q\left|\tilde{f}_q(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho})\right|^2\left(\langle\tilde{n}_q+\dfrac{1}{2}\rangle\right)\right]$，持续电流幅度比单声子相干态效应有更进一步增加；2) 特别是介入第二个非经典效应即单声子相干态-声子压缩态间非绝热关联，f_q 修改成 $f(\phi_q)=\dfrac{e^{2\gamma_q}-1}{2\gamma_q}f_q\gg f_q$，压缩角 $2\gamma_q$ 修正成 $2\tilde{\gamma}_q\sim\dfrac{2J}{\hbar\omega_q}\mathrm{e}^{-\tilde{w}_{\mathrm{ph}}^{(0)}}\left|f(\phi_q)(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho})\right|^2\gg2\gamma_q$，以及 $\tilde{w}_{\mathrm{ph}}^{(0)}=w_{\mathrm{ph}}^{(0)}e^{-2\gamma_q}<w_{\mathrm{ph}}^{(0)}$ 修改成 $\tilde{w}_{\mathrm{ph}}^{(0)\prime}=w_{\mathrm{ph}}^{(0)}e^{-2\tilde{\gamma}_q}\ll w_{\mathrm{ph}}^{(0)}$. 因此极化子能带带来更重要新的加宽修正

$$J\mathrm{e}^{-w_{\mathrm{ph}}^{(0)}}\to J\mathrm{e}^{-\tilde{w}_{\mathrm{ph}}^{(0)\prime}}\left[1+\sum_q\left|f(\phi_q)(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho})\right|^2\times\left(\langle\tilde{n}_q\rangle+\frac{1}{2}\right)\right]\gg Je^{-w_{ph}^{(0)}}.$$

由此带来系统基态能量有新的更大下降，介观环持续电流幅度有更新的增大.

下面我们对持续电流 $\tilde{I}_n$ 的修正结果作近似估计. 注意到 $J\mathrm{e}^{-w_{\mathrm{ph}}^{(0)}}(\mathrm{ch}\tilde{\gamma}_q-\mathrm{sh}\tilde{\gamma}_q)^2\approx Je^{-\left(1-\frac{2\tilde{\phi}_q}{N_1}\right)e_{\mathrm{ph}}^{(0)}}$，作为近似(保守)估计 ($f(\phi_q)\gg f_q$)

$$\langle\tilde{n}_q\rangle\approx50—100,$$

$$|f(\phi_q)(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho})|^2\approx0.01—0.05,$$

$$w_{\mathrm{ph}}^{(0)}\approx\sum_q\left|\frac{\tilde{M}_q}{\hbar\tilde{\omega}_q}(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho})\right|^2\left(\langle\tilde{n}_q\rangle+\frac{1}{2}\right)\approx0.25—0.05,$$

一般而言，电子-磁振子相互作用较弱，$M_q\ll\tilde{M}_q,w_m\approx0.05$，而 $\dfrac{2\tilde{\phi}_q}{N_1}\approx\dfrac{2J}{\hbar\tilde{\omega}_q}\mathrm{e}^{-w_m-\tilde{w}_{\mathrm{ph}}^{(0)}}|f(\phi_q)(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}q\rho})|^2\approx0.1—0.5$，以 $\dfrac{2\tilde{\phi}_q}{N_1}\approx0.2$ 估算，

$$\tilde{I}_n\approx1.25(1+0.5)I_n^{(0)},$$

其中 $I_n^{(0)}=-\dfrac{2eJ}{N\hbar}\mathrm{e}^{-w_m-w_{\mathrm{ph}}^{(0)}}\sin\dfrac{2\pi}{N}\left(n+\dfrac{\Phi}{\Phi_0}\right)$ 为文献[22]的结果.

实际上 $\langle\tilde{n}_q\rangle$ 远大于 100，随着温度升高，$\langle\tilde{n}_q\rangle$ 更大($\langle\tilde{n}_q\rangle\gg100$)，$\tilde{I}_n$ 会变得更大，由于 ϕ_q 与 $\dfrac{J}{\hbar\tilde{\omega}_q}$ 和 $\left|\dfrac{\tilde{M}_q}{\hbar\tilde{\omega}}\right|^2$ 成正比，增大 $J,\tilde{M}_q$ 可使 ϕ_q 增大，从而 $f(\phi_q)$ 更远大于 $f_q,\tilde{w}_{\mathrm{ph}}^{(0)\prime}$ 更远小于 $w_{\mathrm{ph}}^{(0)}$，使电子运动的弹性散射效应行为更有效地减弱，$\tilde{I}_n$ 振幅更大幅度增加. 特别要指出，$\tilde{I}_n$ 随外界磁通变化出现周期

性振荡,当通过环的磁通 $\Phi_{em} = 0, \tilde{I}_n \neq 0$, 系统会支持平衡自旋与电荷流,外界磁通只起到一个绝热参量作用而不是持续电流的驱动者.

[1] Buttiker M, Imry Y, Landauer R 1983 *Phys. Lett.* A **96** 365
[2] Chandrasekhar V, Webb R A, Brady M J, Ketchen M B, Gailagher W J, Kleinsasser A 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 3578
[3] Cheung H F, Gefen Y, Riedel E K, Shih W H 1988 *Phys. Rev.* B **37** 6050
[4] Ambegaoker V, Eckern U 1990 *Phys. Lett.* **65** 381
[5] Altshuler B L, Gelfan Y, Imry Y 1991 *Phys. Rev. Lett.* **66** 88
[6] Bouzerar G, Poilblanc D, Monlambaux G 1994 *Phys. Rev.* B **49** 8258
[7] Lévy L P, Dolan G, Dansmuir J, Bouchait H 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 2074
[8] Mailly D, Chapelier C, Benoid A 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 2120
[9] Grüner G 1994 *Rev. Mod. Phys.* **66** 1
[10] Ye J F, Ye H, Ding G H 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 468 (in Chinese)[叶剑斐、叶 辉、丁国辉 2003 年物理学报 **52** 468]
[11] Giamarchi T, Shastry B S 1995 *Phys. Rev.* B **51** 10915
[12] Wang J, Ma Z S 1995 *Phys. Rev.* B **52** 14892
[13] Liang S D, Bai Y H, Beng B 2006 *Phys. Rev.* B **74** 113304
[14] Citro R, Romeo F 2007 *Phys. Rev.* B **75** 73306
[15] Sun Q F, Xie X C, Wang J 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 196801
[16] Niliionl J, Hans-Peter Eckler, Johanness-onr 2007 *Phys. Rev.* B **76** 73408
[17] Zhao H K 2005 *Phys. Lett.* A **342** 468
[18] Liang F Y, Li H M, Li Y J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 830 (in Chinese)[梁芳营、李汉明、李英骏 2006 年物理学报 **55** 830]
[19] Wu S Q, He Z, Yan, C H, Chen X W, Sun W L 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1413 (in Chinese)[吴绍全、何 忠、阎从华、谌雄文、孙威立 2006 年物理学报 **55** 1413]
[20] Chen X W, He D J, Wu S Q, Song K H 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 4287 (in Chinese)[谌雄文、贺达江、吴绍全、宋克慧 2006 物理学报 **55** 4287]
[21] Dajkal J, Szopal M, Voardas, Zipperl 2004 *Phys. Rev.* B **69** 45305
[22] Sheng J S, Kai Chang 2006 *Phys. Rev.* B **74** 235315
[23] Wu J N, Chang M C 2005 *Phys. Rev.* B **72** 172405
[24] Ji Y H, liu Y M, Xin J Z, Xie F S, Lei M S 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 1207 (in Chinese)[嵇英华、刘咏梅、辛建之、谢芳森、雷敏生 2004 物理学报 **53** 1027]
[25] Wu S Q, Sun W L, Yu W L, Wang S J 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2910 (in Chinese)[吴绍全、孙威立、余万伦、王顺金 2005 物理学报 **54** 2910]
[26] Wu Hong 2008 *Chin. Phys.* B **17** 3026
[27] Liu P, Xiong S J 2009 *Chin. Phys.* B **18** 5414
[28] Xu N, Ding J W, Ma M M, Tang X 2010 *Chin. Phys.* B **19** 016101
[29] Ma M M, Ding J W, Chen H B, Xu N 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2726 (in Chinese)[马明明、丁建文、陈宏波、徐 宁 2009 物理学报 **58** 2726]
[30] Xu N, Ding J W, Chen H B, Ma M M 2009 *Chine. Phys.* B **18** 2030
[31] Hamutal B S, Ora Entin-Wohlman, Imryl Y 2009 *Phys. Rev.* B **80** 02459
[32] Bouchiat H 2008 *Mesoscopics Phys.* **1** 7
[33] Zelgak O, Murthy 2008 *Phys. Rev.* B **78** 125305
[34] Feilhauer J, Moško M 2008 *Physica* E **40** 1582
[35] Loss D, Goldbart P 1991 *Phys. Rev.* B **43** 13762
Loss D, Goldbart P 1992 *Phys. Rev.* B **45** 13544
[36] Kusakabe K, Aoki H 1994 *Phys. Rev. Lett.* **72** 144
[37] Majernikava E, Koval J 1998 *Physica* **37** 23
[38] Ivanov V A, Zhuravlev M Ye, Murayama Y, Nakajima S 1996 *JETP Lett.* **64** 148
[39] Wu S S, Ma Z S 1996 *Phys. Rev.* B **53** 16372

Non-classical state effect on the persistent current in one-dimensional mesoscopic ring with electron-phonon interaction*

Luo Zhi-Hua[1)†] Liang Guo-Dong[2)]

1) (*Department of Physics, Guangdong University of Education, Guangzhou* 510303, *China*)

2) (*Department of Optoelectronic Engineering, Jinan University, Guangzhou* 510632, *China*)

(Received 31 May 2010; revised manuscript received 28 June 2010)

Abstract

Based on the efficacy of the phonon coherent state and with consideration of the non-classical effect of the squeezed state of phonon, the influence of the electron-magnon interaction and the electron-phonon interaction on the persistent current in one-dimensional mesoscopic ring is studied. Compared with the free ring, our study shows that in one-dimensional mesoscopic ring, the amplitude of the persistent current exponentially diminishes due to the electron-magnon interaction. For the normal state electron, the interaction of the electron-phonon causes the persistent current to weakendce to the Debye-Waller effect. However, taking the correlation between the hopping electron states and the one-phonon coherent states into the equation, the ground energy of the mesoscopic system is declined in a large scale. In result, the persistent current I_n is increased substantially. On the other hand, taking the behavior of the two-phonon coherent state into account, as the effect of the squeezed states of phonons maintains the phase coherence of electrons, so the Debye-Waller attenuation is weakened effectively. Especially, when the squeezed angle is larger, because of the non-adiabatic correlation between the squeezed-phonon states and the coherent states of phonon, it causes a significant decline in the ground state energy and a significant increase in the squeezed angle, thus persistent current has a even more significant increase. It should be pointed out, that the persistent current shows period oscillation as the external magnetic flux changes. Even the external magnetic flux $\Phi_{em} = 0$, still the persistent current of the intrinsic has $\tilde{I}_n \neq 0$. The system continuoues to support the equilibrium spin and charge flow, the external magnetic flux only plays the role of an adiabatic parameter.

Keywords: persistent current, electron-phonon interaction, phonon coherent state, squeezed phonon state

PACS: 73.23.Ra, 73.23.Ad, 73.23.Hk, 73.60.Nm

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10574163).

† E-mail: lo-zh@126.com