

## 交替行为对螺旋波影响的数值模拟研究\*

韦海明 唐国宁†

(广西师范大学物理科学与技术学院, 桂林 541004)

(2010年7月12日收到; 2010年7月26日收到修改稿)

在离散可激发介质 Greenberg-Hasting 模型中引入交替 (alternans) 行为, 研究了交替行为对螺旋波的影响. 数值结果表明: 在适当选择参数下, 交替对螺旋波有很大影响, 例如交替导致螺旋波的形状振荡, 形成呼吸螺旋波, 交替使螺旋波漫游、漂移, 甚至使螺旋波漫游出系统的边界, 交替使螺旋波破碎形成小螺旋波、反靶波和时空混沌等, 首次在均匀介质中观察到交替导致传导障碍, 使螺旋波破碎和消失, 并对发生这些现象的机理进行了分析.

**关键词:** 离散可激发介质, 螺旋波, 靶波, 漫游

**PACS:** 05.45.-a, 87.18.Hf

## 1. 引言

螺旋波是非平衡系统中出现的一种自维持时空斑图, 从 Belousov-Zhabotinsky (BZ) 反应系统<sup>[1]</sup>、CO<sub>2</sub> 气体对流<sup>[2]</sup>、心肌组织的电信号<sup>[3]</sup>等化学、物理、生物系统<sup>[4]</sup>中都可以看到螺旋波存在. 研究表明, 心律失常与心脏中的螺旋波电信号有关, 如果螺旋波破碎形成多个螺旋波或者螺旋波湍流态, 将引起心脏的心室纤维颤动, 危及生物体的生命<sup>[5]</sup>. 因此对螺旋波的研究引起了不同学科领域研究者的极大兴趣<sup>[6-14]</sup>. 人们发现有多种因素可以导致螺旋波漫游和破碎, 例如介质的激发性降低<sup>[15,16]</sup>、外部周期调制对螺旋波的扰动<sup>[17]</sup>、介质的不均匀<sup>[18-22]</sup>等. 在心脏中, 心肌细胞动作电位持续时间按 ABAB 节律变化 (action potential duration alternans, APDA) 是一个非常重要的现象, 它是由心脏局部缺血引起的<sup>[23]</sup>. 实验表明, APDA 可以导致心律失常和心室纤维性颤动<sup>[24]</sup>, 因此研究动作电位持续时间的交替 (alternans) 对非线性波的影响有重要意义. 然而到目前为止还缺乏动作电位持续时间交替对螺旋波影响的研究, 而这些研究有助于了解 APDA 与心律失常和心室纤维性颤动的关系.

鉴于心肌组织细胞分布的离散性, 本文采用

Greenberg-Hasting (GH) 离散激发介质模型<sup>[25]</sup>, 通过按 ABAB 节律交替使用两种元胞演化规则 A 和 B, 在模型中引入交替, 模拟心脏中动作电位持续时间的交替 (这种模拟排除引起心脏动作电位持续时间交替的原因), 研究交替行为对稳定螺旋波影响. 数值模拟结果表明: 演化规则交替变化对稳定螺旋波有重要影响, 这些影响包括使螺旋波漂移和漫游, 螺旋波破碎形成靶波、小螺旋波或时空混沌态, 使螺旋波波臂粗细交替变化形成呼吸螺旋波等现象.

## 2. 模型

二维 GH 离散激发介质模型的演化规则为<sup>[25]</sup>

$$u_{i,j}(t+1) = \begin{cases} (u_{i,j}(t) + 1) \bmod K_A, \\ 1 \leq u_{i,j}(t) \leq K_A - 1, \\ 1, & A(u_{i,j}(t) = 0) \geq A_{th}, \\ 0, & A(u_{i,j}(t) = 0) < A_{th}. \end{cases} \quad (1)$$

式中  $i, j$  的为元胞 (格点) 空间位置的标号, mod 表示求余,  $u_{i,j}(t)$  为元胞  $(i, j)$  在  $t$  时刻的状态函数, 其中  $u_{i,j} = 0$  为元胞的静息态,  $u_{i,j} = 1$  为元胞的激发态,  $u_{i,j} = 2, 3, \dots, K_A - 1$  为元胞的不应态, 一个元胞的状态总数为  $K_A$ ,  $A(u_{i,j}(t) = 0)$  表示  $t$  时刻处于静息态的元胞  $(i, j)$  有  $A$  个邻居处于激发态,  $A_{th}$  为静息态元胞的激发阈值, 当  $A \geq A_{th}$  时, 下一时刻该元胞

\* 国家自然科学基金 (批准号: 10765002) 资助的课题.

† 通信联系人. E-mail: tangguoning@sohu.com

进入激发态. 本文始终作如下处理: 选取空间为  $300 \times 300$  的格点进行模拟, 采用无流边界条件, 考虑离散的时间步  $t = 0, 1, 2, \dots$ ; 在按规则(1)演化时, 元胞的状态总数固定取  $K_A = 8$ ; 为了减少采用正方形点阵带来各向异性影响, 采用扩展的 Moor 邻居, 具体说就是固定取元胞的邻居半径  $r = 3$ , 但是在边界附近,  $r$  逐渐降为 1, 以保证无流边界条件要求.

在适当选择  $A_{th}$  后, 可以通过截断平面波方式产生稳定螺旋波. 研究表明, 当阈值  $A_{th} \in [2, 7]$  时, 系统可存在稳定螺旋波, 螺旋波的周期  $T$  (同一元胞在相继两个激发时刻的时间差) 都相同, 即  $T = K_A = 8$ , 与元胞状态数相同. 数值模拟表明, 当  $A_{th} > 7$  不能通过截断平面波方式产生螺旋波.

为了研究交替行为对螺旋波的影响, 我们在系统中使所有元胞同时按规律  $ABAB$  交替使用  $A$  和  $B$  两个演化规则. 其中规则  $A$  由方程(1)描述, 当方程(1)中  $A$  改为  $B$  就得到规则  $B$ , 它与规则  $A$  不同的地方就是激发阈值、状态数不同, 其他方面相同. 考虑到螺旋波的周期与元胞状态数相等, 在数值模拟中, 始终使元胞按规则  $A$  演化  $K_A$  个时步, 按规则  $B$  演化个  $K_B$  个时步, 以保证每一个元胞按某规则演化时能经历该规则允许的所有态. 下面研究在不同参数  $A_{th}, K_B, B_{th}$  下研究交替行为对螺旋波的影响.

### 3. 模拟结果

首先在给定参数  $A_{th}$  下在系统中按规则  $A$  演化产生稳定螺旋波, 并作为初态, 然后考虑交替行为对稳定螺旋波的影响. 这里参数  $A_{th}$  在  $[2, 7]$  范围内取值,  $B_{th}$  在  $[1, 7]$  范围内取值, 参数  $K_B$  在  $[3, 8]$  范围内取值.

数值研究表明: 交替对螺旋波有很大影响, 例如, 交替导致螺旋波波臂粗细交替变化, 导致螺旋波漫游或漂移, 导致螺旋波破碎形成多螺旋波态、靶波态和时空混沌态, 导致螺旋波消失等, 依赖参数  $A_{th}, B_{th}$  和  $K_B$  的取值. 为了说明不同参数所对应的波态, 图 1 给出了不同值  $K_B$  下在  $A_{th}-B_{th}$  上的相图, 图中符号  $\oplus$  代表靶波态, 符号  $\square$  代表对螺旋波不产生明显影响, 符号  $\bullet$  代表螺旋波波臂粗细交替变化且漫游, 符号  $\circ$  代表螺旋波波臂粗细交替变化但不漫游, 符号  $\star$  表示对螺旋波破碎形成时空混沌态, 符号  $\diamond$  代表螺旋波从系统中消失, 符号  $\triangle$  代表螺旋波漂移到边界被吸引, 形成稳定螺旋波,  $\blacklozenge$  符号代表螺旋波漂移, 符号  $\nabla$  代表螺旋波沿边界漫游, 符号  $\blacktriangledown$  表示螺旋波在介质内漫游, 符号  $+$  表示出现多个螺旋波.

从图 1 可以看出: 1) 当  $K_B = K_A = 8$  时, 大部分

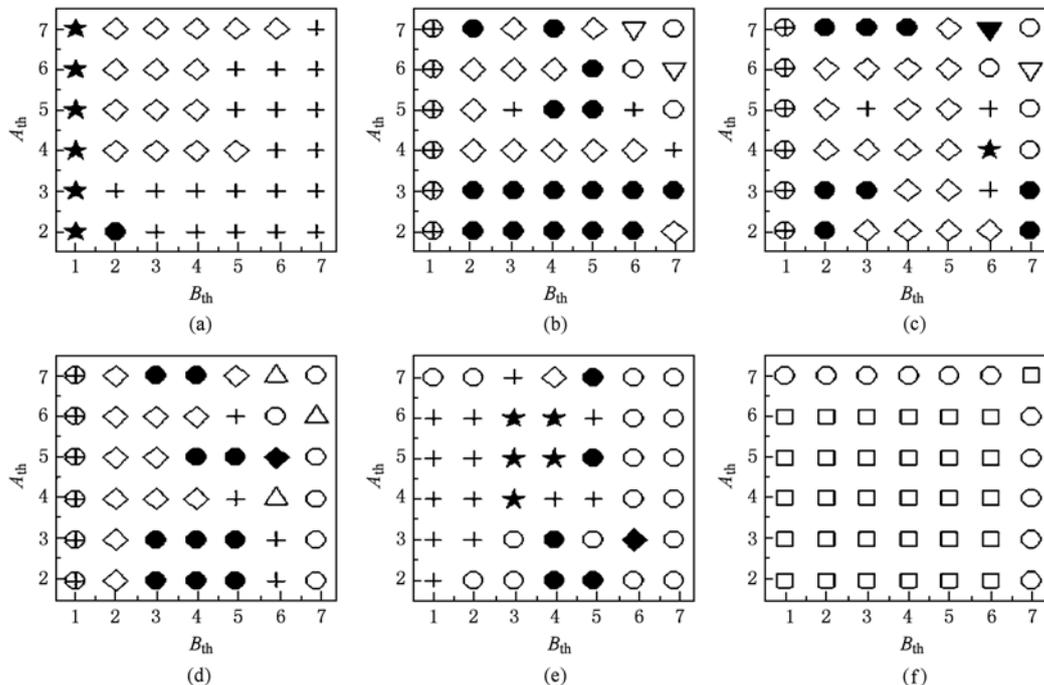


图 1 不同  $K_B$  参数下  $A_{th}-B_{th}$  平面上的相图 (a)  $K_B = 3$ ; (b)  $K_B = 4$ ; (c)  $K_B = 5$ ; (d)  $K_B = 6$ ; (e)  $K_B = 7$ ; (f)  $K_B = 8$

情况下,交替对螺旋波没有明显影响,唯一的较大影响是在激发阈值  $A_{th} = 7$  或  $B_{th} = 7$  的情况下交替导致螺旋波波臂粗细交替变化,这是因为,不同的激发阈值对应的螺旋波波臂的粗细有所不同产生的. 所以两阈值相差越大,螺旋波波臂粗细交替变化就越明显. 2) 当  $K_B = 3$  时,交替一般导致螺旋波破碎,形成多个螺旋波或时空混沌,或者导致螺旋波消失. 螺旋波破碎和消失的原因是:由于  $K_A, K_B$  相差大,导致介质内波后(7 态)与波前(激发态)相碰,使得波无法向前传播,形成传导障碍,当该波回到静息态后消失,螺旋波波臂断开. 当传导障碍发生在局部时,螺旋波破碎成时空混沌和多个螺旋波,当传导障碍发生在几乎所有波前时,导致螺旋波直接消失. 存在唯一例外是:当  $A_{th} = B_{th} = 2$  时,交替导致螺旋波波臂粗细交替变化(螺旋波形状出现振荡),如图 2 所示,这种螺旋波称为呼吸螺旋波.

呼吸螺旋波的产生原因是:使用规则 A 导致螺旋波变粗,使用规则 B 导致螺旋波变细,因为规则 B 的状态数太少. 图 3 给出了在  $A_{th} = 3, B_{th} = 3, K_B = 3$  情况下不同时刻的斑图,可见交替导致多个螺旋波态,这些螺旋波态也具有粗细交替变化行为.

从图 1(b)–(e)可以看出:适当选参数,同样得到与图 2 和图 3 类似的斑图,而且  $K_A, K_B$  相差越大,波纹粗细交替变化越明显. 也出现螺旋波消失的情况,只是当  $K_B > 3$  时,螺旋波消失几乎都是由螺旋波漫游出边界产生的;当  $K_B$  在  $[4, 7]$  内取值时,如果  $B_{th} = 1$ ,螺旋波经破碎演化成反靶波,图 4 给出了在  $A_{th} = 2, K_B = 4, B_{th} = 1$  情况下以图 2(a) 为初态得到的结果. 产生反靶波的原因是,在边界上形成了小的自维持靶波,这些自维持靶波向介质中心运动,他们合并后形成一个大的反向靶波.

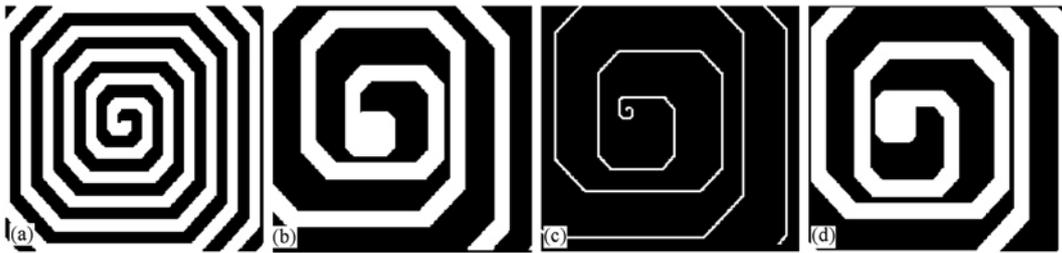


图 2 在  $A_{th} = B_{th} = 2, K_B = 3$  (斑图符号为 ●) 情况下不同时刻螺旋波斑图 (a)  $t = 0$  时步; (b)  $t = 246$  时步; (c)  $t = 252$  时步; (d)  $t = 257$  时步

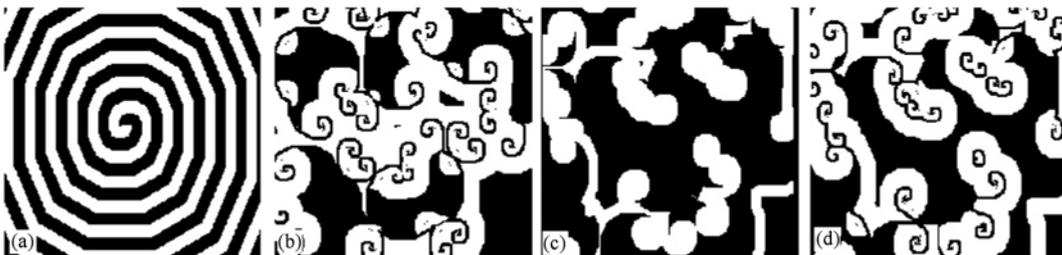


图 3 在  $A_{th} = 3, B_{th} = 3, K_B = 3$  (斑图符号为 +) 情况下不同时刻靶波斑图 (a)  $t = 0$  时步; (b)  $t = 390$  时步; (c)  $t = 398$  时步; (d)  $t = 401$  时步

图 1 的结果表明:1) 交替对螺旋波主要影响是使螺旋波漫游和漂移,因为在许多参数下出现螺旋波漫游和漂移,甚至漫游出系统,为了对螺旋波漫游有直观印象,图 5 给出了在不同参数下螺旋波波头运动的轨迹,这里我们采用如下方法确定波头,在  $3 \times 3$  大小的正方形区域有  $K_B$  或  $K_A$  个元胞处于不同的状态,这个区域就是波头所在位置,它是螺

旋波的旋转中心. 从图 5 可以看出,螺旋波漫游时,大部分时间波头也是沿直线运动,这些结果表明,交替容易导致螺旋波漂移. 2) 交替可导致螺旋波破碎成小螺旋波和时空混沌,存在两种破碎机理,一是螺旋波因多普勒不稳定而破碎,二是螺旋波因传导障碍而破碎. 例如在  $A_{th} = 4, B_{th} = 3, K_B = 7$  情况下,螺旋波因多普勒不稳定而破碎成时空混沌,这

是一种大家熟知的现象. 而在  $A_{th} = 6, B_{th} = 3, K_B = 7$  情况下, 螺旋波因传导障碍而破碎时空混沌, 如图 6 所示. 从图 6 可以看出, 由于传导障碍, 使部分螺旋

波波臂变细, 最后螺旋波断开成小波, 它们演化成时空混沌, 首次在均匀介质中观察到传导障碍导致螺旋波破碎成时空混沌现象.

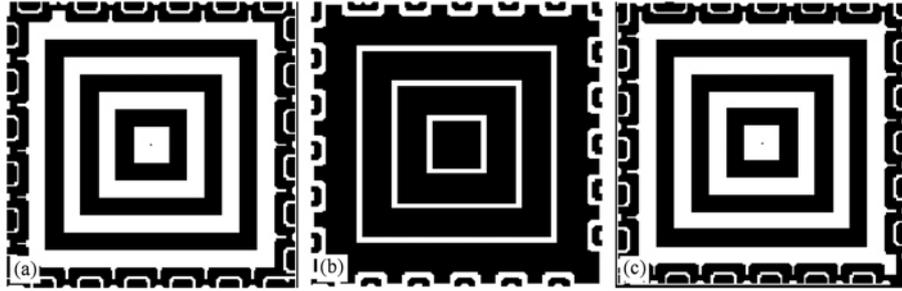


图 4 在  $A_{th} = 2, K_B = 4, B_{th} = 1$  (斑图符号为  $\oplus$ ) 情况下不同时刻靶波斑图 (a)  $t = 810$  时步; (b)  $t = 814$  时步; (c)  $t = 822$  时步

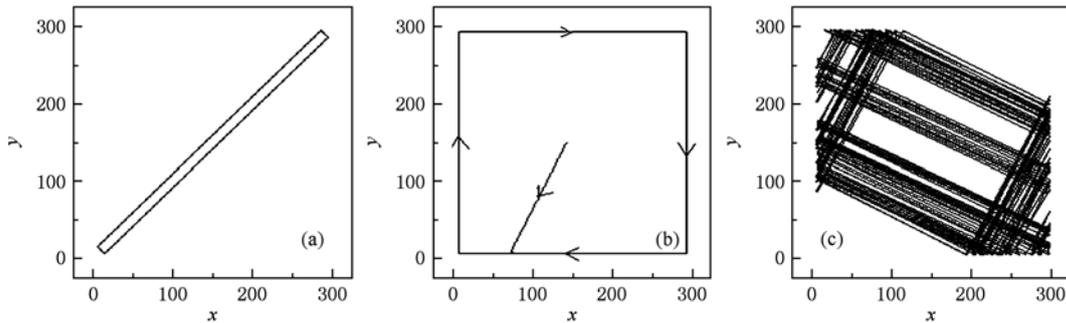


图 5 在不同参数下螺旋波波头轨迹图 (a)  $A_{th} = 3, B_{th} = 6, K_B = 7$  (斑图符号为  $\blacklozenge$ ); (b)  $A_{th} = 4, B_{th} = 6, K_B = 6$  (斑图符号为  $\blacktriangledown$ ); (c)  $A_{th} = 7, B_{th} = 6, K_B = 5$  (斑图符号为  $\blacktriangledown$ )

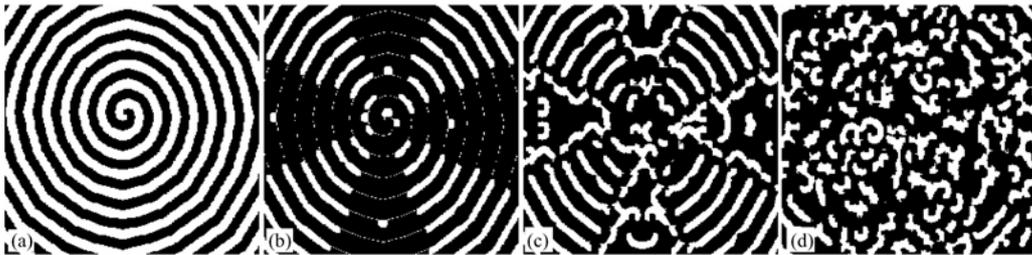


图 6 在  $A_{th} = 6, B_{th} = 3, K_B = 7$  (斑图符号为  $\blackstar$ ) 情况下不同时刻靶波斑图 (a)  $t = 0$  时步; (b)  $t = 22$  时步; (c)  $t = 38$  时步; (d)  $t = 99$  时步

#### 4. 结 论

本文采用元胞自动机离散可激发介质模型研究了交替对螺旋波的影响. 数值模拟结果表明, 交替对螺旋波产生的主要影响有: 导致螺旋波波臂粗

细交替变化, 导致螺旋波波臂断裂出现多个小螺旋波或时空混沌, 导致螺旋波漂移和漫游, 甚至使螺旋波漫游出系统. 首次发现交替容易导致传导障碍, 使螺旋波破碎和消失.

虽然本文使用的 G-H 模型非常有利于数值研究交替对螺旋波的影响, 但是模型本身也存在局限

性,因为它只是三维心脏系统的一个二维简化模型,并且忽略了心脏中离子流的变化,因此所得结果与真实心脏系统的动力学还有一定差距.但是在我们的模型中观察到的现象,在心脏系统中也观察到类似现象.研究表明在心脏中,增大心肌细胞中的钙离子电导率,会导致心脏系统出现早期后去极化和动作电位持续时间的交替变化,可以使螺旋波

因传导障碍而消失<sup>[26]</sup>.当钙离子的电导率比较大时,二维心脏组织中的螺旋波波臂粗细是不均匀的(动作电位持续时间交替的表现),出现螺旋波漫游和破碎现象,螺旋波破碎可以不产生时空混沌,也可以产生时空混沌<sup>[27]</sup>.我们得到的结果有助于理解发生在心脏中的这些现象.因此我们希望本文的研究结果能为心脏病的诊断提供帮助.

- [1] Zaikin A N, Zhabotinsky A M 1970 *Nature* **225** 535
- [2] Cross M C, Hohenberg P C 1993 *Rev. Mod. Phys.* **65** 851
- [3] Glass L 1996 *Physics Today* **8** 40
- [4] Ouyang Q 2001 *Physics*. **30** 30 (in Chinese) [欧阳颀 2001 物理 **30** 30]
- [5] Qu Z L, Xie F G, Garfinkel A A, James N W 2000 *Annals of Biomedical Engineering* **28** 755
- [6] Qian Y, Song X Y, Shi W 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 4420 (in Chinese) [钱郁、宋宣玉、时伟 2006 物理学报 **55** 4420]
- [7] Liu F C, Wang X F, Li X C, Dong L F 2007 *Chin. Phys.* **16** 2640
- [8] Yin X, Liu Y 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 6844 (in Chinese) [尹小舟、刘勇 2008 物理学报 **57** 6844]
- [9] Ma J, Jin W Y, Yi M, Li Y L 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2832 (in Chinese) [马军、靳伍银、易鸣、李延龙 2008 物理学报 **57** 2832]
- [10] Zhang G Y, Ma J, Gan Z N, Chen Y 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 6815 (in Chinese) [张国防、马军、甘正宁、陈勇 2008 物理学报 **57** 2832]
- [11] Ma J, Ying H P, Liu Y, Li S R 2009 *Chin. Phys. B* **18** 98
- [12] Deng M Y, Tang G N, Kong L J, Liu M R 2010 *Chin. Phys. B* **19** 2339
- [13] Ma J, Yi M, Li B W, Li Y L 2008 *Chin. Phys. B* **17** 2438
- [14] Ma J, Jin W Y, Li Y L, Zheng Y 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 2456 (in Chinese) [马军、靳伍银、李延龙、陈勇 2007 物理学报 **56** 2456]
- [15] Bär M, Eiswirth M 1993 *Phys. Rev. E* **48** 1635
- [16] Dai Y, Tang G N 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3 (in Chinese) [戴瑜、唐国宁 2009 物理学报 **58** 3]
- [17] Wang S H, Choe W G, Lee K J 2000 *Phys. Rev. E* **62** 4799
- [18] Tang D N, Tang G N 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 2319 (in Chinese) [唐冬妮、唐国宁 2010 物理学报 **59** 2319]
- [19] Gan Z N, Ma J, Zhang G Y, Chen Y 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 5400 (in Chinese) [甘正宁、马军、张国勇、陈勇 2008 物理学报 **57** 5400]
- [20] Ma J, Jin W Y, Yi M, Li Y L 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2832 (in Chinese) [马军、靳伍银、易鸣、李延龙 2008 物理学报 **57** 2832]
- [21] Ma J, Wang C N, Jin W Y, Li Y L, Pu Z S 2008 *Chin. Phys. B* **17** 2844
- [22] Yang J Z, Zhang M 2005 *Chin. Phys. Lett.* **22** 3195
- [23] Kurz R W, Mohabir R, Ren Z L, Franzt M R 1993 *European Heart Journal* **14** 1410
- [24] Dilly S G, Lab M J 1988 *Journal of Physiology* **402** 315
- [25] Greenberg J M, Hastings S P 1978 *SIAM Journal on Applied Mathematics* **34** 515
- [26] Zhong M, Tang G N 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 3070 (in Chinese) [钟敏、唐国宁 2010 物理学报 **59** 3070]
- [27] Qu Z, Xie F, Garfinkel A, Weiss J N 2000 *Annals of Biomedical Engineering* **28** 755

# Numerical simulation study on effects of alternans behavior on spiral waves<sup>\*</sup>

Wei Hai-Ming Tang Guo-Ning<sup>†</sup>

(College of Physics and Technology, Guangxi Normal University, Guilin 541004, China)

(Received 12 July 2010; revised manuscript received 26 July 2010)

## Abstract

The alternans behavior is considered in the Greenberg-Hasting model of discrete excitable medium. The effect of the alternans behavior on spiral wave is investigated. The numerical results show that when the relevant parameters are appropriately chosen the alternans behavior has a significant influence on spiral waves. For example, the alternans behavior leads to the oscillation of the shape of the spiral wave and to the generation of the breathing spiral wave. The alternans behavior induces the meandering and the drifting of spiral waves, even causes spiral wave to move out of the system. Spiral wave can break up into multiple spiral waves, anti-target wave and spatiotemporal chaos due to the alternans behavior. The phenomena that the alternans behavior leads to the conduction barrier in homogeneous medium and causes spiral wave to break up or vanish, are observed for the first time. The physical mechanisms about these phenomena are briefly analyzed.

**Keywords:** discrete excitable medium, spiral wave, target wave, meandering

**PACS:** 05.45.-a, 87.18.Hf

---

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10765002).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: tangguoning@sohu.com