中子星中简并电子气体的临界磁化*

王兆军[1)2)] 吕国梁[2)] 朱春花[2)] 张 军[1)2)†]
1)(西安交通大学理学院应用物理系,西安 710049)
2)(新疆大学物理学院,乌鲁木齐 830046)

(2010 年 3 月 13 日收到;2010 年 7 月 15 日收到修改稿)

中子星内部的电子处于高度简并或完全简并的状态,电子磁矩(包括内禀磁矩和朗道反磁矩)的取向不是随机的,而是呈现出极强的磁化行为. 考虑了磁化后的磁诱导方程要改写,改写后的方程添加了新的磁场生成项,更重要的改变是等效磁扩散系数变小了(顺磁情况),在临界情况(等效扩散系数等于零),磁场在磁生成项的作用下增加直到抑制机理出现,朗道反磁矩就是在这个时候变得越来越重要. 磁场增加的最终结果使中子星局域磁场成为振荡的,对外看来有可能成为磁星.

关键词: 中子星, 简并, 磁化
PACS: 97.60.Jd, 95.30.Qd

1. 引 言

中子星因其极端的物理状态而成为地面实验难以涉及的非凡实验室. 中子星内部接近或超原子核的物质密度($\sim 10^{15}\,\mathrm{g\cdot cm^{-3}}$)使相对论效应显著起来,在此致密条件下,电子、质子、中子等费米系统成为简并或完全简并的. 在中子星固体外壳的内壳层,电子成为超相对论的完全简并系统;而在中子星内壳以下的流体中,类似于金属电子的 BCS 超导电性,质子具有超导电性,中子形成超流体. 正是由于这种超流、超导相的存在,转动中子星内部大量存在量子化的涡丝和磁通管[1—3],它们的状态(面密度、运动速度等)和作用比较成功地解释了在某些年轻中子星中观测到的频率跃变和跃变后的弛豫等现象[4—6];在中子星的核心区域,物质成分还不是很清楚,奇异性物质(如超子物质或奇异夸克物质)的存在几乎是必然的,甚至有奇异性物质构成的奇异星存在[7].

中子星所特有的另一极端条件是极强($\sim 10^{12}$G)或超强($\sim 10^{15}$G)磁场的存在(1 G $=10^{-4}$ T). 射电脉冲星自转减慢的观测与磁偶极模型[8—10]的几乎一致性提供了估计中子星磁场的一般方法,这些射电脉冲的辐射能量主要来自于转动能,用此方法观测到的 1800 多颗脉冲星中[11],绝大多数的表面磁场在 $10^{11.5}$ G 至 $10^{13.5}$ G 的范围,转动周期在 1.5 ms 和 8 s 之间[12]. 近年来,随着 Newton, Chandra 等 X 和 γ 射线望远镜的升空,一些反常 X 射线脉冲星(AXP)和软 γ 射线复现源(SGR)被相继发现[13,14],它们被确定为同类天体(磁星)中的两种存在形式[15],周期范围是 5—11 s, 自传减小率都很大,按照磁偶极辐射模式推算出来的磁场在 10^{14}—10^{15} G 范围,接近或超出了临界磁场的强度(电子在磁场中的回转能等于静止能) $B_Q \equiv m_e^2c^3/(eh) = 4.414 \times 10^{14}$ G. 这些磁星都是孤立中子星,能量损失主要来自于磁场导致的热辐射和高能射线爆发[16]. 高分辨率的 X 射线望远镜还发现了 7 个具有黑体辐射特征的孤立中子星,被称为 The Magnificent Seven[17],其重要性表现在提供了测量中子星半径和质量的可能,进而可推算现在还不清楚的中子星内核的物态方程. 除此之外还发现这些中子星的温度分布不是均匀的,证实了由强磁场导致的热、电输运的各向异性及中子星表面磁场的非简单偶极性. 其他观测结果如子脉冲漂移[18]、频率跃变[19]、X 射线谱中回旋线和各种磁层辐射等都受磁场的强烈影响.

* 国家自然科学基金(批准号:10963003)资助的课题.

† 通讯联系人. Email: wzj@xju.edu.cn.

中子星磁场尤其是磁星的起源一直都是颇具争议的问题. 化石场理论认为从原始恒星向中子星演化的过程中磁通量是守恒的,忽略演化过程中发生的各种湍流导致的磁发电机效应显然是不符合实际的, Ⅱ型超新星的原始大质量恒星中的核就是对流的. 况且,具有最强磁场($\sim 10^6$G)的白矮星[20]塌缩成中子星后其磁场也只能达到 10^{11} G. 考虑了原始中子星的磁发电机效应后, Thompson 和 Duncan 认为中子星原始相(塌缩、对流等运动停止,物质处于无超流的正常液态)的磁场可达到 10^{16} G[21]. 接下来的磁场演化可能会经历一系列的相变过程[22],最早出现的是磁流体动力学(MHD)不稳定相[23],稳定后的磁场依赖于中子星的转动速度和磁场与转轴的夹角. 若转动周期小于 6 ms,夹角小于 45°磁星将会出现. 另一种可能形成磁星的相出现在热-电不稳定相中,温度梯度的存在导致热能转变为磁能[24],但磁场也难以达到 10^{13} G 以上的量级.

上述关于磁场演化的理论不能很好地解释磁星磁场的形成,彭秋和等人考虑了具有内禀磁矩和朗道反常磁矩的电子简并系统的磁化及各向异性中子超流(${}^3P_2$)的磁化对中子星磁场的影响[25]. 我们却发现,在原始中子星后的演化过程中,随温度的降低,简并电子系统的磁化将扮演重要角色. 一方面,物质分布的层次性使得中子星内部磁化不均匀,导致新的磁场诱导项产生;另一方面,顺磁化的电子系统相当于减弱了磁场的扩散,从而会出现等效扩散系数等于零的临界情况,在中子星磁场演化过程中增加了新的相变可能. 随扩散的减弱,诱导项将磁场变得越来越大,强磁场下的 de Hass-Van Alphen 不稳定性[26]可能出现,但对外看来中子星可能成为磁星.

2. 磁化等离子体系统的磁诱导方程

按经典磁流体动力学理论,完全电离的等离子体磁场的演化满足诱导方程

$$\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} = \nabla \times (\boldsymbol{U} \times \boldsymbol{B} - \eta \mu_0 \boldsymbol{J}), \tag{1}$$

其中, $\boldsymbol{U}$ 表示流体运动速度; $\boldsymbol{J}$ 代表流体中的传导电流(电子相对离子运动产生的电流,由等离子体内的电场驱动); μ_0 为真空磁导率; $\eta = (\mu_0 \sigma)^{-1}$ 为流体的磁扩散系数,而 σ 是导电系数. 按 Spitzer 等人的计算[27],磁扩散系数的计算公式为

$$\eta = 10^4 \left(\frac{T}{10^4 K}\right)^{-3/2} \left(\frac{\ln \Lambda}{20}\right) \mathrm{cm^2 s^{-1}} \tag{2}$$

式中 $\ln \Lambda \approx 5$—20 是库伦对数. (1)式右边两项分别代表磁场的生成项和扩散项,其相对重要性可由磁雷诺数

$$R_{\mathrm{m}} = \frac{ul}{\eta} \tag{3}$$

来确定. 对一般天体而言,磁雷诺数远大于 1,例如中子星, $u \sim 10^6\ \mathrm{cm \cdot s^{-1}}$, $l \sim 10^6$ cm, $T \sim 10^8$ K, $R_{\mathrm{m}} \sim 10^{14}$. 因此,若不考虑等离子体成分的内禀磁矩,在不稳定等离子体中的磁扩散可以忽略,此时的磁场是冻结在流体中的.

实际等离子体各成分具有内禀磁矩,像电子、中子、质子等亚原子粒子具有各自的磁矩,但电子磁矩是中子、质子磁矩的近千倍,在三者同时存在的情况下,通常只考虑电子的磁化. 在外磁场作用下流体会被磁化,相应的诱导方程(1)应该改写. 具有磁化的安培定律微分形式为

$$\nabla \times \left(\frac{\boldsymbol{B}}{\mu_0} - \boldsymbol{M}\right) = \boldsymbol{J}, \tag{4}$$

式中 $\boldsymbol{M}$ 是流体内的磁化强度(即单位体积的磁偶矩),在非迅变情况,可以忽略位移电流. 将(4)式代入(1)式得到

$$\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} = \nabla \times (\boldsymbol{U} \times \boldsymbol{B}) + \eta \mu_0 \nabla \times (\nabla \times \boldsymbol{M}) - \eta \nabla \times (\nabla \times \boldsymbol{B}), \tag{5}$$

上方程右边前两项为诱导项,第 1 项包括流体的平流、拉伸、压缩等运动[28]导致的磁场产生,即流体机械运动产生的磁发电机效应. 第 2 项则为流体磁化引起的磁场生成项,在原来的诱导方程中没有这一项. 诚然,多数情况中,等离子体的温度很高,磁场较弱($kT \gg \mu_{\mathrm{e}} B$, k 为玻耳兹曼常数, μ_{e} 为玻尔磁子),这一项的贡献几乎为零. 在像中子星这样的极端天体中,电子是完全简并的,热效应相对来说非常小,磁场又是非常强的,所以磁化效应不能忽略,甚至对磁场的演化起至关重要的作用,这正是本文要考虑的诱导机理.

在下一节的讨论中将会看到,磁化强度与磁场的关系不再是理想磁介质的线性关系,但仍可写成 $\boldsymbol{M} = \chi \boldsymbol{B}$ 的形式,这里的 χ 是与等离子体状态(密度、温度等)及磁场有关的系数,定义为磁化系数. 重要的是:由完全决定磁场行为的磁感应强度 $\boldsymbol{B}$ 取代了常见情况中外磁场的磁场强度 $\boldsymbol{H}$, 这是因为通常情况下磁介质只是被外场单方面的磁化而忽略了磁化介质对外磁场的反作用. 将 $\boldsymbol{M} = \chi \boldsymbol{B}$ 代入(5)式并进行矢量运算后得到诱导方程的形式为

$$\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} = \nabla \times (\boldsymbol{U} \times \boldsymbol{B}) + \eta \mu_0 \nabla \times (\nabla \chi \times \boldsymbol{B})$$

$$+\eta\mu_0\nabla\chi\times(\nabla\times\boldsymbol{B})+\eta'\nabla^2\boldsymbol{B},\qquad(6)$$

上方程右端的前 3 项为诱导项,其中,第 1 项为冻结项,表示磁力线被冻结在流体质点上. 第 2,3 项代表由于磁化系数的梯度导致的新的磁力线生成项. 最后 1 项仍为磁扩散项,但扩散系数等效为

$$\eta'=\eta(1-\chi\mu_0).\qquad(7)$$

上式表明,磁场的扩散性质因磁化而变化,但常规磁介质的$\chi\mu_0$(~ 10^{-5}) 很小,磁化对扩散的影响可以忽略. 当磁化系数增加到临界值($\chi_c\mu_0=1$)时扩散趋于零,磁场演化过程中的新相出现了,新相中的诱导项在适当条件下可能使磁场快速增加. 例如,均匀磁介质中的梯度诱导项为零,处于新相的等离子体磁场冻结在流体中,随流体的压缩、较差转动和湍流等运动增加磁场. 若流体内部这些相对运动停止,温度逐渐降低时,第一诱导项消失,但满足适当条件的磁化系数梯度和初始磁场也会诱导出新的磁场. 作为后一种情况的例子,考虑磁化系数梯度和初始磁场满足如下的条件:在笛卡尔坐标中, $\eta\mu_0\nabla\chi=(0,sx,0)$ 和 $\boldsymbol{B}_0=(B_0,0,0)$ (s,B_0 均为常数), 代入(6)式中后解出的磁场将随时间增加为 $\boldsymbol{B}=(1,st,0)B_0$. 磁诱导方程一般解的讨论将是非常复杂的问题,还需要进一步的研究.

临界磁化的出现可从磁场强度的定义 $\boldsymbol{H}=\frac{1}{\mu_0}\boldsymbol{B}-\boldsymbol{M}$ 中看出, 将 $\boldsymbol{M}=\chi\boldsymbol{B}$ 代入得到

$$\boldsymbol{B}=\frac{\mu_0\boldsymbol{H}}{1-\mu_0\chi}=\mu_0\mu_r\boldsymbol{H},\qquad(8)$$

$\mu_r=1/(1-\mu_0\chi)$ 是相对磁导率. 当$\chi\mu_0\to1$ 时, 相对磁导率越来越大,磁场将变得越来越强,这是地球实验室中难以见到的情况,只有在致密天体中才有可能出现这种临界磁化现象.

3. 中子星简并电子系统的磁化

根据上一节的讨论,在大质量恒星塌缩形成中子星的过程中,原始磁场是被冻结在星体内等离子体中的,这种磁场可以等离子体传导电流作为载体,也可无载体而存在. 按磁通量守恒,可以估算这种化石场的大小为

$$B_0=\left(\frac{R_{\rm core}}{R_{\rm NS}}\right)^2B_*\sim(10^8-10^{10})B_*,\qquad(9)$$

式中, $R_{\rm core}\sim(10^5—10^6)$km 是超新星爆发前的星核半径, B_* 是它的磁场(通常小于 10^3 G); $R_{\rm NS}\sim10$ km 是中子星典型半径. 这部分磁场虽然难以超过 10^{13}G, 但它作为电子系统的诱导场可以使其磁化,磁化场与诱导场的总场构成了中子星的表面观测场. 在接下来讨论中子星电子系统的磁化场时,我们假设化石场不再演化,即磁化场不反作用于化石场,这实际是近似结果.

电子自旋可描述成$\boldsymbol{S}=\hbar\boldsymbol{\sigma}/2$, $|\boldsymbol{\sigma}|=1$, $\sigma_z=\pm1$. 电子的内禀磁矩为$\boldsymbol{\mu}_e=-\mu_e\boldsymbol{\sigma}$, 式中$\mu_e$ 为玻尔磁子($\mu_e=9.27\times10^{-24}\,{\rm JT^{-1}}$). 处于磁场中的电子气体会被磁化,在弱场条件($\mu_eB\ll\psi$,并且$\mu_eB\leqslant kT$,详见下面的讨论)下,磁化由两种独立成分构成,一是由于电子内禀磁矩在外磁场中的顺向分布(泡利顺磁性)[29];二是由于在外场中电子轨道运动量子化引起的反磁部分(朗道反磁性)[30]. 下面分别计算简并电子气体的两种磁化效应.

3.1. 简并电子气体的顺磁性

电子气体分布服从费米-狄拉克统计

$$\bar{n}(\varepsilon)=[1+\exp[\beta(\varepsilon-\psi)]]^{-1},\qquad(10)$$

式中 $\beta=1/(kT)$, ε 是单电子的能级(去掉静止能), ψ 为气体的化学势. 在磁场中电子能量要附加一项 $\pm\mu_eB$, 前面的符号分别对应于自旋在场中的两个分量. 此时电子分布规律同(10)式,只是将能量 ε 替换为 $\varepsilon\pm\mu_eB$ 而已. 这种替换相当于能量不变,而化学势 ψ 变成 $\psi\mp\mu_eB$, 巨势相应地变成

$$\Omega=\frac{1}{2}\Omega_0(T,V,\psi+\mu_eB)+\frac{1}{2}\Omega_0(T,V,\psi-\mu_eB),\qquad(11)$$

式中, T 和 V 分别代表系统的温度和体积, $\Omega_0(T,V,\psi)$ 为无磁场时的巨势,每项的因子 1/2 表示两种自旋分量各贡献一半的的巨势. 当弱场条件 $\mu_eB\ll\psi$ 满足时,上式可写成泰勒级数形式

$$\Omega=\Omega_0(T,V,\psi)+\frac{1}{2}(\mu_eB)^2\frac{\partial^2\Omega_0(T,V,\psi)}{\partial\psi^2},\qquad(12)$$

磁化后产生的磁矩 $m=-\left(\frac{\partial\Omega}{\partial B}\right)_{T,V,\psi}$ 为 $m=-\mu_e^2B\left(\frac{\partial^2\Omega_0}{\partial\psi^2}\right)_{T,V}$, 利用 $N=-\left(\frac{\partial\Omega}{\partial\psi}\right)_{T,V}$ (N 为平均电子数),得到系统的磁矩为

$$m=\mu_e^2B\left(\frac{\partial N}{\partial\psi}\right)_{T,V}.\qquad(13)$$

因此,弱场条件下的磁化系数为

$$\chi_{\rm para}=\frac{1}{V}\frac{\partial m}{\partial B}=\frac{\mu_e^2}{V}\left(\frac{\partial N}{\partial\psi}\right)_{T,V}$$

$$= \mu_e^2 \left(\frac{\partial n}{\partial \psi}\right)_{T,V}, \tag{14}$$

其中 n 为电子数密度. 中子星具有自然界中物质量跨度最大的电子费米系统,壳层的电子数密度从天然金属的 $10^{28}\ \mathrm{m^{-3}}$ 到核密度时的 $10^{43}\ \mathrm{m^{-3}}$ 数量级,电子分布从正常玻尔兹曼分布到完全简并的费米分布,运动状态也从低速过度到完全相对论的运动情形. 下面讨论几种特殊情形下中子星壳层的磁化系数.

在壳层的最外部区域,电子数密度 $n \sim 10^{28}\ \mathrm{m^{-3}}$, 温度在 $T \sim 10^6$ K 以上,代入简并参数公式[31]

$$A = \frac{nh^3}{2(2\pi m_e kT)^{3/2}}, \tag{15}$$

得 $A \sim 10^{-7} \ll 1$, 所以电子气体是非简并的. 理想气体的化学势为 $\psi = kT(\varphi(T) + \ln p)$, 利用理想气体的状态方程可求出 $\left(\frac{\partial n}{\partial \psi}\right)_T = \frac{n}{kT}$, 代入(14)式得磁化系数为

$$\chi_n = \frac{n\mu_e^2}{kT}. \tag{16}$$

上式就是熟知的居里定律. 将相应的数值代入得 $\mu_0\chi_n \sim 7.7 \times 10^{-8}$, 这个值远小于临界值 1,也远小于普通磁介质的磁化系数(10^{-5} 量级). 因此,该区域内电子的磁化对中子星磁场的影响可以忽略.

当电子数密度达到白矮星的典型密度 $10^{36}\ \mathrm{m^{-3}}$ 时,简并参数 $A \sim 10$, 电子气体处于高度简并状态,此时的化学势可用完全简并的费米能近似. 完全简并的费米动量为

$$p_F = \left(\frac{3h^3 n}{8\pi}\right)^{1/3}. \tag{17}$$

非相对论情形下的费米能

$$\varepsilon_F = \frac{p_F^2}{2m_e} = \frac{1}{2m_e}\left(\frac{3h^3 n}{8\pi}\right)^{2/3}. \tag{18}$$

将白矮星的参数代入上式,其费米能近似为 $\varepsilon_F \sim 0.5 \times 10^{-13}$ J, 电子的静止能为 $\varepsilon_0 = m_e c^2$, 约为 1×10^{-13} J, 两者虽为相同数量级,但相对论效应还不具压倒性优势,化学势仍可用(18)式的非相对论公式计算. 结合(14)和(18)式可计算完全简并、非相对论情形下电子气体的磁化系数,

$$\chi_d = 3\left(\frac{8\pi}{3}\right)^{2/3} \frac{m_e \mu_e^2}{h^2} n^{1/3}. \tag{19}$$

其数值近似为 $\mu_0\chi_d \sim 2.7 \times 10^{-3}$, 比普通磁介质高近两个数量级,仍远小于临界值 1,磁化效应也不是太明显.

但在中子星内固体壳层,物质密度接近原子核密度,虽然粒子成分富含中子,但仍有大量的质子和电子. 按 Douchin 等人对中子星结构的计算[3],固体壳层、特别是内壳层的电子是极端相对论的,费米能和化学势为

$$\psi = \varepsilon_F = c p_F = c\left(\frac{3h^3 n}{8\pi}\right)^{1/3}. \tag{20}$$

结合(13)和(19)式可计算此时电子气体的磁化系数,

$$\chi_u = 6\left(\frac{\pi}{3}\right)^{1/3} \frac{\mu_e^2}{hc} n^{2/3}. \tag{21}$$

若质子分数在中子滴出原子核前按 $Z/A = 0.36$ 计算,磁化系数达到临界值时的质量密度大约是 $2.4 \times 10^{10}\ \mathrm{g \cdot cm^{-3}}$. 因此中子星内壳层($3.4 \times 10^{11}\ \mathrm{g \cdot cm^{-3}} < \rho < 1.3 \times 10^{14}\ \mathrm{g \cdot cm^{-3}}$)的磁化系数已超出临界值. 表 1 根据 Douchin 等人的内壳层结构给出了电子气体的顺磁化系数.

表 1 中子星固体内壳结构和电子气体的顺磁化系数

$\rho/\mathrm{g \cdot cm^{-3}}$	Z	A	X_n	$n_e/\mathrm{fm^{-3}}$	$\mu_0\chi$
3.4951×10^{11}	43.106	141.564	0.0000	6.3655×10^{-5}	5.3
8.9426×10^{11}	43.447	148.306	0.4573	8.4921×10^{-5}	6.4
2.1141×10^{12}	43.755	156.055	0.6727	1.1578×10^{-4}	7.9
4.4827×10^{12}	44.030	166.150	0.7652	1.6630×10^{-4}	10.0
9.6148×10^{12}	44.164	181.144	0.8099	2.6539×10^{-4}	13.7
2.7844×10^{13}	43.198	211.641	0.8249	5.9132×10^{-4}	23.4
7.5224×10^{13}	39.094	253.566	0.7900	1.4433×10^{-3}	42.5
9.5022×10^{13}	38.281	283.993	0.7553	1.8558×10^{-3}	50.2
1.0173×10^{14}	38.458	302.074	0.7381	2.0080×10^{-3}	52.9
1.2845×10^{14}	53.162	615.840	0.5898	2.6897×10^{-3}	64.3

上表中 Z 代表原子核中的质子数; A 是质量数; X_n 是滴出原子核外的中子分数; n_e 为电子数密度. 实际的顺磁系统早在达到如此大的磁化系数以前就已经处于磁不稳定状态了. 因此,这种顺磁系统的磁化是要考虑相变的. 上面磁化系数的计算表明,在中子星固体壳层(尤其在内壳层),电子气体的顺磁化可以达到临界值,使得由恒星塌缩保留下来的磁场被很快放大,当磁场超过某一范围时,其他机理使磁化偏离临界点并将磁场稳定下来或在平均值附近震荡[26],朗道反磁性就是一种重要的抑制顺磁增长的机理.

3.2. 简并电子气体的反磁性

朗道反磁性是电子轨道运动在外磁场作用下其轨道量子化引起的磁性. 在外场中电子做轨道运动的朗道能级[33]是

$$E_j = \mu_e B(2j+1) + \frac{p_z^2}{2m_e}, \quad (j = 0,1,2,\cdots). \tag{22}$$

式中 p_z 是电子沿磁场方向的动量. 也就是说,电子在 xy 面内的运动是量子化的,沿 z 方向的运动是连续的. 在 xy 面内运动能级是简并的,简并度是

$$g_{x-y} = \frac{1}{h^2}\iint \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}p_x\mathrm{d}p_y = V^{2/3}\frac{eB}{hc}, \tag{23}$$

对给定的量子数 j 和 $\mathrm{d}p_z$, 能级简并度数是

$$g = 2\frac{VeB}{h^2c}\mathrm{d}p_z, \tag{24}$$

因子 2 来自于自旋的两个取向. 系统的巨势为

$$\Omega = -kT\sum_{j=0}^{\infty}2\frac{VeB}{h^2c}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}p_z\ln\Big[1 + \exp\Big(\frac{\psi-(2j+1)\mu_e B}{kT} - \frac{p_z^2}{2m_e kT}\Big)\Big], \tag{25}$$

利用玻尔磁子 $\mu_e = \dfrac{eh}{4\pi c m_e}$, 并定义

$$f(\psi) = -\frac{4\pi kTm_e V}{h^3}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{d}p_z \times \ln\Big[1+\exp\Big(\frac{\psi}{kT} - \frac{p_z^2}{2m_e kT}\Big)\Big], \tag{26}$$

(24)式变为

$$\Omega = 2\mu_e B\sum_{j=0}^{\infty} f[\psi - (2j+1)\mu_e B], \tag{27}$$

在上面的求和表达式中,若相邻两项的差值很小(也就是在 $\mu_e B \ll kT$ 的条件下),求和可用积分近似(欧拉公式)计算,

$$\frac{1}{2}F(a) + \sum_{n=1}^{\infty}F(n+a) \approx \int_a^{\infty}F(x)\mathrm{d}x - \frac{1}{12}F'(a), \tag{28}$$

将(28)式应用到(27)式中,可以得到

$$\begin{aligned}\Omega &= 2\mu_e B\int_0^{\infty} f(\psi - 2\mu_e Bx)\mathrm{d}x + \frac{2\mu_e B}{24}\Big[\frac{\partial f(\psi-2\mu_e Bx)}{\partial x}\Big]_{x=0} \\ &= \int_{-\infty}^{\psi} f(x)\mathrm{d}x - \frac{(2\mu_e B)^2}{24}\frac{\partial f(\psi)}{\partial\psi}.\end{aligned} \tag{29}$$

第 1 项中不包含 B, 它是电子系统在无磁场时的巨势 $\Omega_0(\psi)$. 因此

$$\Omega = \Omega_0(\psi) - \frac{1}{6}\mu_e^2 B^2\frac{\partial^2\Omega_0(\psi)}{\partial\psi^2}, \tag{30}$$

由此可计算出磁化系数为

$$\chi_{\mathrm{dia}} = \frac{\mu_e^2}{3V}\frac{\partial^2\Omega_0}{\partial\psi^2} = -\frac{1}{3}\chi_{\mathrm{para}}. \tag{31}$$

所以,在弱场条件下,电子轨道运动量子化产生的磁矩确实起到抑制顺磁化的作用,但总磁化效仍应是顺磁的. 处于高度简并的电子态不是经典的轨道运动,而是相对论的零点运动,在超强磁场 $\hbar\omega \geqslant mc^2$ (ω 为回旋角频率)中,电子的横向运动成为相对论的,能量量子化问题须解相对论的狄拉克方程方可得到电子的量子化能级、轨道角动量和磁矩[34],进而研究气体的磁化问题,详细的研究留到以后进行,但可以肯定的是轨道磁矩对内禀磁矩磁化具有的抑制作用,从而使得总磁化难以超过临界值,表 1 中的磁化系数超出临界值就是没有考虑抑制作用的结果.

中子星内壳层中的电子就是处于高度简并的电子态,实际情况变得很复杂. 首先,电子系统的顺磁和反磁化不是相互独立的,而应当综合起来考虑[35];其次,在中子星内壳层,费米面上电子沿磁场方向的运动应是极端相对论的;最后,中子星的磁场一般不能当作弱磁场,在超强磁场下电子横向运动成为相对论的,在强磁场情况($\mu_e B \geqslant kT$)下,电子系统的磁化很可能会出现在地面实验室中观察到的 de Hass-Van Alphen 效应[26],在中子星内部电子密度最大的某些区域,磁化会出现震荡行为,但在震荡区域外,不同区域磁化场叠加的结果,可能会出现观测到的强的或超强的磁场,其值应正比于 $(kT/\mu_e)^{\alpha}$, α 为待定参数,这就能解释为什么会在年

轻中子星(温度较高)中有磁星存在.详细讨论将在下一篇文章中进行.

4. 结 论

强磁场中的电子携带一定的磁矩(内禀磁矩和轨道磁矩的矢量和),在中子星的致密条件下,热运动效应相对较弱,电子状态近似处于完全简并态,磁场作用下的磁矩分布不再是随机的,而是呈现出电子海被磁化的行为.磁化后的中子星磁场演化具有一些微妙的变化,突出表现在一种新的磁场相变的出现,相变后的磁场长程相关,强度会显著放大.多种效应的作用导致磁场不能无限增长,一是磁耗散的存在;二是强磁场状态($\mu_e B \geqslant kT$)下的非稳定行为;三是诱导方程(6)式中的非线性,随磁场的增加,磁化强度关于磁感应强度的高级展开项不能忽略.包括这些作用在内的所有其它作用使部分中子星对外呈现磁星行为.

感谢南京大学彭秋和教授的指导及有益的讨论.

[1] Anderson P, Itoh N 1975 *Nature* **256** 25

[2] Ruderman M, Zhu T H, Chen K Y 1998 *Astrophysical Journal* **492** 267

[3] Alpar M A, Cheng K S, Pines D 1989 *Astrophysical Journal* **346** 823

[4] Radhakrishnan V, Manchester R N 1969 *Nature* **222** 228

[5] Lyne A G, Rrichard R S 1987 *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **229** 223

[6] Wang N, Manchester R N, Pace R T, Bailes M, Kaspi V M, Stappers B W, Lyne A G 2000 *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **317** 843

[7] Dai Z G, Lu T, Peng Q H 1993 *Acta Phys. Sin.* **42** 1210 [戴子高、陆 埮、彭秋和 1993 物理学报 **42** 1210]

[8] Pacini F 1967 *Nature* **216** 567

[9] Gold T 1968 *Nature* **218** 731

[10] Ostriker J P, Gunn J E 1969 *Astrophysical Journal* **157** 1395

[11] Manchester R N http://www. atnf, csiro. a/research/pulsar/psrcat/[2004]

[12] Manchester R N 2004 *Science* **567** 542

[13] Kouvelioton C 1998 *Nature* **393** 235

[14] Kaspi V M 2003 *Astrophysical Journal* **588** 93

[15] Thompson C, Duncan R C 1995 *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **275** 255

[16] Woods P M, Thompson C 2006 in *Compact Stller X-ray Source* (Cambridge: Cambridge University) pp547—586

[17] Haberl H 2007 *Astrophysica and Space Science* **308** 181

[18] Gil J, Melikidze G, Geppert U 2003 *Astronomy & Astrophysics* **407** 315

[19] Ruderman M 2005 arXiv: 0510623 [astro-ph]

[20] Angle J P R 1981 *Astrophysical Journal* **45** 457

[21] Thompson C, Duncan R C 1993 *Astrophysical Journal* **408** 194

[22] Geppert U 2009 *In Neutron Stars and Pulsars* (Volume. 1) (Berlin: Springer) p319—352

[23] Geppert U, Rheinhardt M 2006 *Astronomy & Astrophysics* **456** 639

[24] Urpin V, Levshakov S 1986 *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **219** 703

[25] Peng Q H, Luo Z Q 2006 *Chinese Astronomy and Astrophysics* **248** 253

[26] Peierls R E 1933 *Z. Phys.* **81** 186

[27] Spitzer L 1956 *in Physics of Fully Ionized Gases* (New York: Inter Science)

[28] Brandenburg A, Kandaswamy S 2005 arXiv: 0405052V2 [astro-ph]

[29] Pauli W 1927 *Z. Phys.* **41** 81

[30] Landau L D, Lifshitz E M 1980 *in Statistical Physics* (New York: Pergamon Press)

[31] Ghosh P 2007 *in Rotation and Accretion Powered Pulsars* (New Jersey : World Scientific)

[32] Douchin F, Haensel P 2000 *Phys. Lett.* B **485** 107

[33] Landau L D, Lifshitz E M 1977 *in Quanturn Mechanics* (New York: Pergamon Press)

[34] Johson M H, Lippmann B A, Harding A K 1949 *Phys. Rev.* **76** 828

[35] Harding A K, Lai D 2006 arXiv: 0606674V2 [astro-ph]

Critical magnetization of degenerate electronic system in neutron star*

Wang Zhao-Jun[1)2)]　Lü Guo-Liang[2)]　Zhu Chun-Hua[2)]　Zhang Jun[1)2)†]

1) (*School of Science, Xi' an Jiaotong University, Xi' an* 710049, *China*)

2) (*School of Physics, Xinjiang University, Urumqi* 830046, *China*)

(Received 13 March 2010; revised manuscript received 15 July 2010)

Abstract

Degenerate electronic Fermi system with intrinsic (spin) magnetic moment and Landau diamagnetic moment of the electrons in a neutron star interior is magnetized. Taking the magnetizing effect into consideration, the magnetic induced equation must be changed: the resulting equation has an additional magnetic induction term and a magnetic diffusion coefficient that is different from the original one for plasma. When effective magnetic diffusion coefficient equals critical value (zero) the fully degenerate electronic system approaches a new phase. In this phase, the magnetic field of neutron star will become very large until other mechanisms suppress the increasing of the field in the neutron star lowered crust. For a stable or de Hass-Van Alphen oscillatory state, it is possible for the neutron star to become a magnetar.

Keywords: neutron star, degeneracy, magnetizing

PACS: 97.60.Jd, 95.30.Qd

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10963003).

† Corresponding author. E-mail: xidxwzj@sohu.com