

关于 $B^0 \rightarrow \pi^- l^+ \tilde{\nu}_l$ 衰变过程分支比的计算*

刘晓静^{1)†} 张佰军¹⁾ 华中¹⁾ 肖利¹⁾
 刘兵¹⁾ 吴义恒¹⁾ 王清才¹⁾ 王岩¹⁾ 张丙新²⁾

1) (吉林师范大学物理学院, 四平 136000)

2) (中国科学院高能物理研究所, 北京 100049)

(2010年2月10日收到; 2010年5月27日收到修改稿)

通过构造适当的关联函数, 计算 $B \rightarrow \pi$ 跃迁形状因子 $f_{B\pi}^+(q^2)$, $\tilde{f}_{B\pi}(q^2)$ 和标量形状因子 $f^0(q^2)$, 从而就能研究轻子质量对 $B^0 \rightarrow \pi^- l^+ \tilde{\nu}_l$ ($l = e, \mu, \tau$) 衰变过程的影响. 首次分别计算 $B^0 \rightarrow \pi^- e^+ \tilde{\nu}_e$, $B^0 \rightarrow \pi^- \mu^+ \tilde{\nu}_\mu$, $B^0 \rightarrow \pi^- \tau^+ \tilde{\nu}_\tau$ 衰变过程的分支比, 并发现轻子质量 m_e, m_μ 可以忽略, 但重轻子质量 m_τ 不能忽略, 它对分支比计算有一定的贡献. 把计算结果与最近的实验数据进行比较, 发现理论结果与实验数据基本符合.

关键词: B 介子半轻衰变, 形状因子, 分支比

PACS: 13.20.-v, 13.40.Gp

1. 引言

在粒子物理中, 研究 B 介子半轻衰变不仅能更好地研究强和弱相互作用, 更能精确有效的确定 CKM 矩阵元, 从而为我们理解和检验标准模型以及研究 CP 破坏提供重要信息, 并为更好地研究超出标准模型以外的新物理打下基础^[1-4]. 研究 B 介子半轻衰变能更精确的确定 CKM 矩阵元, 因为在 B 介子半轻衰变中, 强作用的影响比在非轻子衰变中要弱, 这样在半轻衰变中非微扰部分贡献比非轻子衰变中小. 因此, 研究 B 介子半轻衰变就能更精确地计算 CKM 矩阵元, 而这首先要求精确计算 B 介子半轻衰变过程中的跃迁形状因子, 常用的计算方法有 QCD 求和规则^[5,6], 格点规范方法^[7], 光锥 QCD 求和规则^[8-13], 重夸克有效理论^[14] 等. 本文用改进光锥 QCD 求和规则计算 $B \rightarrow \pi$ 跃迁形状因子, 在该方法中, twist-3 光锥波函数不出现在结果中, 这样就消除了该波函数本身的较大不确定性所带来的计算偏差, 从而就能更精确的计算形状因子. 另外, 要计算衰变过程的分支比, 需要计算整个运动学范围内的形状因子, 但光锥 QCD 求和规则只适合于低、中等动量转移平方的能量区域, 对超过该能量区域的形状因子, 采用双极点模型进行外推得

到^[15]. 本文既计算了 $B \rightarrow \pi$ 跃迁形状因子 $f_{B\pi}^+(q^2)$, 又计算了形状因子 $\tilde{f}_{B\pi}(q^2)$, 从而得到标量形状因子 $f^0(q^2)$. 这样就能考虑轻子 ($l = e, \mu, \tau$) 质量对计算结果的影响. 我们首次分别计算了 $B \rightarrow \pi e \tilde{\nu}_l$, $B \rightarrow \pi \mu \tilde{\nu}_\mu$, $B \rightarrow \pi \tau \tilde{\nu}_\tau$ 衰变过程的分支比, 发现计算结果与最近的实验数据基本符合.

2. $B \rightarrow \pi$ 半轻衰变宽度和形状因子

对 $B^0 \rightarrow \pi^- l^+ \tilde{\nu}_l$, $l = e, \mu, \tau$ 过程, 其强子矩阵元可以由下面两个形状因子来表示:

$$\begin{aligned} & \langle \pi(p) | \bar{u} \gamma_\mu b | B(p+q) \rangle \\ & = 2f_{B\pi}^+(q^2) p_\mu + \tilde{f}_{B\pi}(q^2) q_\mu, \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $\tilde{f}_{B\pi}(q^2) = f_{B\pi}^+(q^2) + f_{B\pi}^-(q^2)$, 衰变宽度与动量转移平方的关系为^[15]

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma}{dq^2} & = \frac{G^2 |V_{ub}|^2 \sqrt{E_\pi^2 - m_\pi^2}}{24\pi^3} \\ & \times \left\{ \left(1 + \frac{m_l}{2q^2} \right) m_B^2 (E_\pi^2 - m_\pi^2) [f_{B\pi}^+(q^2)]^2 \right. \\ & \left. + \frac{3m_l^2}{2q^2} (m_B^2 - m_\pi^2) [f^0(q^2)] \right\}, \end{aligned} \quad (2)$$

其中 $E_\pi = (m_B^2 + m_\pi^2 - q^2)/2m_B$, 是 π 介子在 B 介子

* 吉林省科技发展计划基金(批准号:20082112)资助的课题.

† E-mail: xjliu_82@yahoo.com.cn

静止系中能量,

$$f^0(q^2) = \left(1 - \frac{q^2}{m_B^2 - m_\pi^2}\right) f_{B\pi}^+(q^2) + \frac{q^2}{m_B^2 - m_\pi^2} \tilde{f}_{B\pi}(q^2), \quad (3)$$

从方程(1), (2), (3)可见, 要计算 $B^0 \rightarrow \pi^- l^+ \tilde{\nu}_l$ 的衰变宽度 Γ , 应该先计算整个运动学范围内的形状因子, 即

$$f_{B\pi}^+(q^2), \quad 0 \leq q^2 \leq (m_B - m_\pi)^2 = 26.4 \text{ GeV}^2. \quad (4)$$

在光锥 QCD 求和方法中, 计算形状因子动量转移平方的有效范围在

$$q^2 \leq m_b^2 - 2m_b\chi \approx 16 \text{ GeV}^2, \quad (5)$$

其中 $\chi = 500 \text{ MeV}$. 在方程(5)动量转移平方范围之外, 即

$$m_b^2 - 2m_b\chi \leq q^2 \leq (m_B - m_\pi)^2, \quad (6)$$

一般采用极点近似方法通过外推来得到^[15], 即 B

$\rightarrow \pi$ 的形状因子在整个运动学范围内的双极点形式为

$$f_{B\pi}^+(q^2) = \frac{f_{B\pi}^+(0)}{(1 - q^2/m_{B^*}^2)(1 - \alpha_{B\pi} q^2/m_{B^*}^2)}, \quad 0 \leq q^2 \leq (m_B - m_\pi)^2, \quad (7)$$

其中 $\alpha_{B\pi} = 1 - \frac{2m_{B^*} \cdot f_{B\pi}^+(0)}{f_{B^*} g_{B^* B\pi}}$.

从方程(7)知, 要计算 $f_{B\pi}^+(q^2)$, 应先计算耦合常数 $g_{B^* B\pi}$ 和形状因子 $f_{B\pi}^+(0)$. 其中参数 m_{B^*} 可由 $f_{B\pi}^+(q^2)$ 在中低等能量范围内与 $f_{B\pi}^{+(\text{LCSR})}(q^2)$ 相一致而给出. 因此, 首先要用光锥 QCD 求和规则计算出 $f_{B\pi}^{+(\text{LCSR})}(q^2)$. 其中, 耦合常数 $g_{B^* B\pi}$ 与 $f_{B\pi}^{+(\text{LCSR})}(q^2)$ 由相同的关联函数来计算.

3. 构造关联函数

构造下列的手征流关联函数^[16]

$$F_\mu(p, q) = i \int d^4x e^{iqx} \langle \pi(p) | T \{ \bar{u}(x) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) b(x), \bar{b}(0) i(1 + \gamma_5) d(0) \} | 0 \rangle = F[q^2, (p+q)^2] p_\mu + \tilde{F}[q^2, (p+q)^2] q_\mu, \quad (8)$$

方程(8)的强子表示为

$$F_\mu^H(p, q) = \frac{\langle \pi | \bar{u} \gamma_\mu b | B \rangle \langle B | \bar{b} i \gamma_5 d | 0 \rangle}{m_B^2 - (p+q)^2} + \sum_H \frac{\langle \pi | \bar{u} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) b | B^H \rangle \langle B^H | \bar{b} i (1 + \gamma_5) d | 0 \rangle}{m_{B^H}^2 - (p+q)^2} = F^H[q^2, (p+q)^2] + \tilde{F}^H[q^2, (p+q)^2]. \quad (9)$$

由方程(1)并由定义 $\langle B | \bar{b} i \gamma_5 d | 0 \rangle = m_B^2 f_B / m_b$, 得到

$$F^H[q^2, (p+q)^2] = \frac{2f_{B\pi}^+(q^2) m_B^2 f_B}{m_b (m_B^2 - (p+q)^2)} + \int_{s_0}^\infty \frac{\rho^H(s)}{s - (p+q)^2} ds, \quad \tilde{F}^H[q^2, (p+q)^2] = \frac{2\tilde{f}_{B\pi}^+(q^2) m_B^2 f_B}{m_b (m_B^2 - (p+q)^2)} + \int_{s_0}^\infty \frac{\tilde{\rho}^H(s)}{s - (p+q)^2} ds, \quad (10)$$

其中第一项来自基态贡献, 第二项是激发态和连续态的贡献, $\rho^H(s)$ 和 $\tilde{\rho}^H(s)$ 为谱密度, 由夸克-强子二象性假设得

$$\rho^H(s) (\tilde{\rho}^H(s)) = \rho^{\text{QCD}}(s) (\tilde{\rho}^{\text{QCD}}(s)) \theta(s_1 - s_0). \quad (11)$$

下面利用 QCD 理论计算不变振幅 $F^{\text{QCD}}(q^2, (p+q)^2)$, 并与强子表示 $F^H[q^2, (p+q)^2]$ 比较得到形状因子和耦合常数. 在大的类空动量区域: $q^2 \ll 0$ 和 $(p+q)^2 \ll 0$, 关联函数(8)在光锥附近进行展开, 其中用到 b 夸克传播子

$$\langle 0 | T \{ b(x) \bar{b}(0) \} | 0 \rangle = i S_b^{(0)}(x) - i g_s \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} e^{-ikx} \times \int_0^1 dv \cdot \left[\frac{1}{2} \frac{\hat{k} + m_b}{(m_b^2 - k^2)^2} G^{\mu\nu}(vx) \sigma_{\mu\nu} + \frac{1}{m_b^2 - k^2} v x_\mu G^{\mu\nu}(vx) x_\nu \right], \quad (12)$$

经复杂计算, 得到不变振幅的 QCD 形式

$$\begin{aligned}
 F^{\text{QCD}}(q^2, (p+q)^2) &= F_{(qq)}^{\text{QCD}}(q^2, (p+q)^2) + F_{(qg)}^{\text{QCD}}(q^2, (p+q)^2) \\
 &= 2m_b f_\pi \left\{ \int_0^1 \frac{du}{u} \varphi_\pi(u) \frac{1}{s - (p+q)^2} - 8m_b^2 \int_0^1 \frac{du}{u^3} g_1(u) \frac{1}{[s - (p+q)^2]^3} \right. \\
 &\quad \left. + 2 \int_0^1 \frac{du}{u^2} G_2(u) \frac{1}{[s - (p+q)^2]^2} + 4 \int_0^1 \frac{du}{u^3} G_2(u) \frac{q^2 + m_b^2}{[s - (p+q)^2]^3} \right\} \\
 &\quad + 2m_b f_\pi \int_0^1 dv \int D\alpha_i \frac{2\varphi_\perp(\alpha_i) + 2\tilde{\varphi}_\perp(\alpha_i) - \varphi_\parallel(\alpha_i) - \tilde{\varphi}_\parallel(\alpha_i)}{[s - (p+q)^2]^2 (\alpha_1 + v\alpha_3)^2}, \quad (13)
 \end{aligned}$$

对 $F^H[q^2, (p+q)^2] = F^{\text{QCD}}(q^2, (p+q)^2)$ 两边作对变量 $(p+q)^2$ 的 Borel 变换得到 $B \rightarrow \pi$ 跃迁形状因子为

$$\begin{aligned}
 f_{B\pi}^+(q^2) &= \frac{m_B^2}{2m_B^2 f_B} f_\pi e^{m_B^2/M^2} \left[\sqrt{2} \int_\Delta \frac{du}{u} \varphi_\pi(u) e^{-(m_b^2 - q^2(1-u) + um_\pi^2)/uM^2} \right. \\
 &\quad \left. + 6\sqrt{2} \left(\frac{g_1(\Delta)}{m_b^2 - q^2} e^{-s_0/M^2} + \int_\Delta \frac{g_1(u)}{u^2} du \frac{1}{M^2} e^{-(m_b^2 - q^2(1-u) + um_\pi^2)/uM^2} \right) \right. \\
 &\quad \left. - 4\sqrt{2} \left[\left(\frac{g_1(\Delta)}{(m_b^2 - q^2)^2} - \frac{1}{(s_0 - q^2 - m_\pi^2)(m_b^2 - q^2)} \frac{dg_1(\Delta)}{du} \right) e^{-s_0/M^2} \right] \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{M^2} \frac{s_0 - q^2 - m_\pi^2}{(m_b^2 - q^2)^2} g_1(\Delta) e^{-s_0/M^2} + \frac{1}{M^4} \int_\Delta \frac{g_1(u)}{u^3} du e^{-(m_b^2 - q^2(1-u) + um_\pi^2)/uM^2} \right. \\
 &\quad \left. - 4\sqrt{2} \left(\frac{G_2(\Delta)}{m_b^2 - q^2} e^{-s_0/M^2} + \int_\Delta \frac{G_2(u)}{u} du \frac{1}{M^2} e^{-(m_b^2 - q^2(1-u) + um_\pi^2)/uM^2} \right) \right. \\
 &\quad \left. + 2\sqrt{2} \left[\frac{m_b^2 + q^2}{(m_b^2 - q^2)^2} G_2(\Delta) - \frac{m_b^2 + q^2}{(s_0 - q^2 - m_\pi^2)(m_b^2 - q^2)} \frac{dG_2(\Delta)}{du} \right] e^{-s_0/M^2} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{M^2} \frac{(m_b^2 + q^2)(s_0 - q^2 - m_\pi^2)}{(m_b^2 - q^2)^2} G_2(\Delta) e^{-s_0/M^2} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{M^4} \int_\Delta \frac{g_1(u)}{u^3} du (m_b^2 + q^2) e^{-(m_b^2 - q^2(1-u) + um_\pi^2)/uM^2} \right] \\
 &\quad + \sqrt{2} \int_0^1 dv \int D\alpha_i \frac{\theta(\beta - \Delta)}{\beta^2 M^2} e^{-(m_b^2 - q^2(1-\beta))/\beta M^2} \\
 &\quad \times [2\varphi_\perp(\alpha_i) + 2\tilde{\varphi}_\perp(\alpha_i) - \varphi_{11}(\alpha_i) - \tilde{\varphi}_{11}(\alpha_i)] \Big], \quad (14)
 \end{aligned}$$

其中 $G_2(\Delta) = \frac{5}{3} \delta^2 \bar{u}^2 u^2$, $\bar{u} = 1 - u$, 对 $\tilde{F}^H[q^2, (p+q)^2] = \tilde{F}^{\text{QCD}}[q^2, (p+q)^2]$ 两边作对变量 $(p+q)^2$ 的 Borel

变换得到 $\tilde{f}_{B\pi}(q^2)$, 即

$$\begin{aligned}
 \tilde{f}_{B\pi}(q^2) &= \frac{2\sqrt{2}m_b^2}{m_B^2 f_B} f_\pi e^{m_B^2/M^2} \left[\left(\frac{1}{(m_b^2 - q^2)^2} G_2'(\Delta) (q^2 - m_b^2) + 2G_2(\Delta) \frac{s_0 - q^2 - m_\pi^2}{(m_b^2 - q^2)^2} \right) e^{-s_0/M^2} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{M^2} G_2(\Delta) \frac{(s_0 - q^2 - m_\pi^2)^2}{(m_b^2 - q^2)^2} - \frac{1}{M^4} \int_\Delta \frac{G_2(u)}{u^4} du (q^2 - m_b^2) e^{-(m_b^2 - q^2(1-u) + um_\pi^2)/uM^2} \right. \\
 &\quad \left. - 2G_2(\Delta) \frac{s_0 - q^2 - m_\pi^2}{m_b^2 - q^2} e^{-s_0/M^2} - \frac{2}{M^2} \int_\Delta \frac{G_2(u)}{u^3} du e^{-(m_b^2 - q^2(1-u) + um_\pi^2)/uM^2} \right]. \quad (15)
 \end{aligned}$$

将 $F^H(q^2, (p+q)^2)$ 和 $F^{QCD}(q^2, (p+q)^2)$ 作对变量 q^2 和 $(p+q)^2$ 的双重 Borel 变换, 可得到耦合常数 $g_{B^*B\pi}$,

$$f_B f_{B^*} g_{B^*B\pi} = \frac{2m_b(m_b + m_s)}{m_B m_{B^*}} f_\pi e^{(m_b^2 + m_{B^*}^2)/2M_1^2} \left\{ M_1^2 \left[e^{-m_b^2/M_1^2} - e^{-\frac{s_0}{M_2^2}} \right] \varphi_\pi(1/2) + e^{-m_b^2/M_1^2} \cdot \left[g_2(1/2) - \frac{4m_b^2}{M_1^2} (g_1(1/2) - \int_0^{1/2} g_2(v) dv) + \int_0^{1/2} d\alpha_1 \int_{1/2-\alpha_1}^{1-\alpha_1} \frac{d\alpha_3}{\alpha_3} [2\varphi_\perp(\alpha_i) + 2\tilde{\varphi}_\perp(\alpha_i) - \varphi_\parallel(\alpha_i) - \tilde{\varphi}_\parallel(\alpha_i)] \right] \right\}, \quad (16)$$

其中 $\varphi_\pi(u)$ 是 π 介子 twist-2 波函数, $g_1(u), g_2(u)$ 是两粒子态的 twist-4 波函数. $\varphi_\perp(\alpha_i), \tilde{\varphi}_\perp(\alpha_i), \varphi_\parallel(\alpha_i), \tilde{\varphi}_\parallel(\alpha_i)$ 是三粒子态的 twist-4 波函数^[15], $\beta = \alpha_1 + v\alpha_3, \Delta = \frac{(m_b^2 - q^2)}{(s_0 - q^2 - m_\pi^2)}, D\alpha_i = d\alpha_1 d\alpha_2 d\alpha_3 \delta(1 - \alpha_1 - \alpha_2 - \alpha_3)$. 在文献[13—15]中, 选用非手征流关联函数计算时, 发现 twist-3 与 twist-2 波函数为主要贡献的波函数. 但 twist-3 波函数目前没有精确确定, 因此给计算结果必然带来较大的偏差. 在我们所选择的手征流关联函数中, twist-3 光锥波函数不出现, 从而改善了计算结果.

4. 数值分析

在求和规则的结果中, 输入参数为^[15] $m_b = 4.7 \text{ GeV}, m_{B^*} = 5.28 \text{ GeV}, f_B = 0.132 \text{ GeV}, s_0 = 37 \text{ GeV}, f_\pi = 0.139 \text{ GeV}$. π 介子光锥波函数为^[15]

$$\varphi_\pi(u) = 6u(1-u) \times \left(1 + 0.15 \times \frac{3}{2} (5(2u-1)^2 - 1) + 0.15 \times \frac{15}{8} (21(2u-1)^4 - 14(2u-1)^2 + 1) \right), \quad (17)$$

给出这些输入参数, 就可以画出参数 M^2 和 M_1^2 的可信区域. 图 1 为方程(16)中 $f_{B^*} g_{B^*B\pi}$ 关于 M_1^2 的平台曲线. 当 $M_1^2 \geq 10 \text{ GeV}^2$ 时曲线非常平稳, 在图 1 中, 取 $M_1^2 = 15 \text{ GeV}^2$ 时, 得到 $f_{B^*} g_{B^*B\pi} = 6.35 \text{ GeV}$. 通过计算发现, 当 $M^2 \geq 8 \text{ GeV}^2$ 时 $f_{B\pi}^+(q^2)$ 出现稳定的平台, 取 $M^2 = 10 \text{ GeV}^2$ 时, 得到

$$f_{B\pi}^+(0) = 0.22. \quad (18)$$

图 2 中实线对应方程(14)中 $f_{B\pi}^+(q^2)$ 与 q^2 的曲线, 其中 q^2 取值为 $0 \leq q^2 \leq 16 \text{ GeV}^2$, 该区域由光锥 QCD 求和规则计算得到. 在 $0 \leq q^2 \leq (m_{B^*} - m_\pi)^2 =$

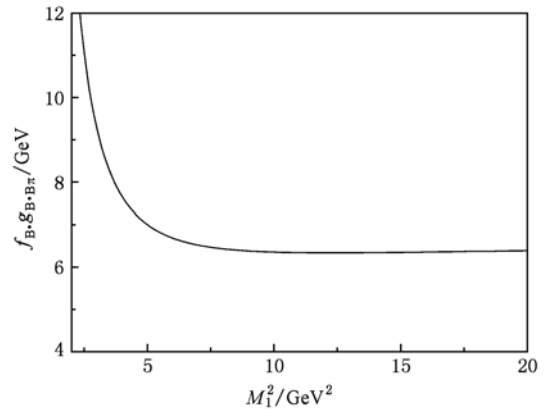


图 1 $f_{B^*} g_{B^*B\pi}$ 与 Borel 参数 M_1^2 的关系曲线, $M_1^2 \geq 10 \text{ GeV}^2$ 时出现平稳区域

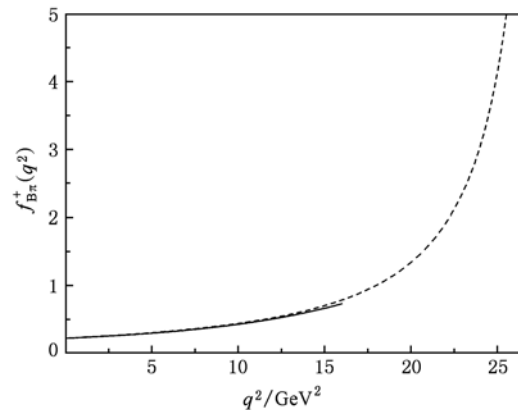


图 2 在 q^2 整个区域内 $B \rightarrow \pi$ 形状因子 $f_{B\pi}^+(q^2)$, 实线为光锥 QCD 求和规则计算结果, 虚线为双极点计算结果

26 GeV^2 范围内, 由方程(7) 计算得到, 其结果由图 2 中虚线表示. 其中要求方程(7) 在 $0 \leq q^2 \leq 16 \text{ GeV}^2$ 范围的曲线与方程(14) 中曲线相一致, 当取 $m_{B^*} = 5.33 \text{ GeV}$ 时, 这两条曲线在 $0 \leq q^2 \leq 16 \text{ GeV}^2$ 范围内符合很好. 这样在整个运动学范围内 $0 \leq q^2 \leq (m_{B^*} - m_\pi)^2$ 的 $B \rightarrow \pi$ 跃迁形状因子就由方程(7) 给出, 即图 2 中虚线所示. 把方程(14) 和(15) 式代入(3) 式

得到 $f^0(q^2)$ 与 q^2 的关系表达式, 在光锥 QCD 求和规则中 q^2 的有效取值范围为 $0 \leq q^2 \leq 16 \text{ GeV}^2$, $f^0(q^2)$ 在 $16 \leq q^2 \leq (m_B - m_\pi)^2 = 26 \text{ GeV}^2$ 区域内的关系可由 $\lim_{q^2 \rightarrow m_B^2} f^0(q^2) = f_B/f_\pi$ 所对应的点与 $q^2 = 16$ 所对应的点的坐标连成的直线表示^[15], 即由 (16, 0.39), (26.4, 1.06) 两点构成的直线来表示. 如图 3 的直线段, 其直线方程为

$$f^0(q^2) = 0.065q^2 - 0.65, \quad (19)$$

这样在整个运动学范围内 $0 \leq q^2 \leq (m_B - m_\pi)^2 = 26.4 \text{ GeV}^2$ 的 $B \rightarrow \pi$ 标量跃迁形状因子 $f_{B\pi}^0(q^2)$ 由图 3 曲线给出. 图 4 给出了 $0 \leq q^2 \leq 16 \text{ GeV}^2$ 区域内 $B \rightarrow \pi$ 形状因子 $f_{B\pi}^+(q^2)$ 和 $\tilde{f}_{B\pi}(q^2)$, 其中虚线为 $\tilde{f}_{B\pi}(q^2)$ 与 q^2 的曲线, 实线为 $f_{B\pi}^+(q^2)$ 与 q^2 的曲线. 从图 4 可以看出, 形状因子 $f_{B\pi}^+(q^2)$ 取正值, 随 q^2 增大而增大; 形状因子 $\tilde{f}_{B\pi}(q^2)$ 取负值, 随 q^2 增大而减小.

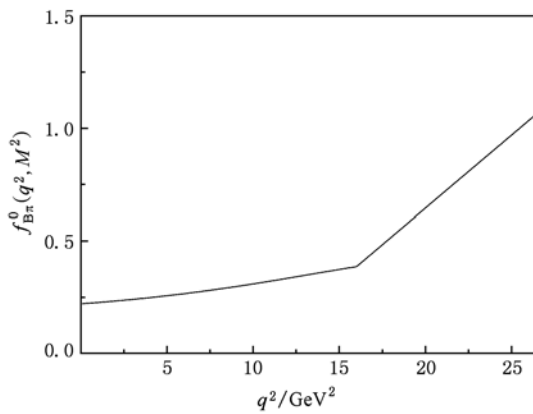


图 3 在整个运动学范围内 $B \rightarrow \pi$ 跃迁形状因子 $f_{B\pi}^0(q^2)$

下面计算 $B^0 \rightarrow \pi^- l^+ \tilde{\nu}_l (l = e, \mu, \tau)$ 衰变过程分支比, 其分支比为

$$\begin{aligned} \text{Br}(B^0 \rightarrow \pi^- l^+ \tilde{\nu}_l) \\ = \frac{\Gamma(B^0 \rightarrow \pi^- l^+ \tilde{\nu}_l)}{\Gamma}, \end{aligned} \quad (20)$$

其中 B^0 的寿命为 $\tau_{B^0} = 1542 \times 10^{-15} \text{ s}$, 衰变宽度 Γ 与 B^0 寿命 τ 关系为 $\Gamma \cdot \tau = \hbar$, CKM 矩阵元 $|V_{ub}| = 4.5 \times 10^{-3}$ ^[17].

当不考虑轻子质量时, 从方程(2)可知, 也即不考虑新的项 $\tilde{f}_{B\pi}(q^2)$ 对分支比的贡献, 计算得到 $B^0 \rightarrow \pi^- l^+ \tilde{\nu}_l (l = e, \mu, \tau)$ 的分支比为

$$\begin{aligned} \text{Br}(B^0 \rightarrow \pi^- l^+ \tilde{\nu}_l) = (1.52 \pm 0.3) \times 10^{-4}, \\ (l = e, \mu, \tau). \end{aligned} \quad (21)$$

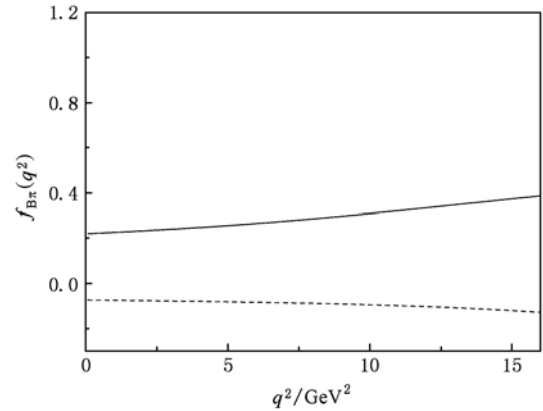


图 4 在 $0 \leq q^2 \leq 16 \text{ GeV}^2$ 区域内 $B \rightarrow \pi$ 形状因子, 虚线为 $\tilde{f}_{B\pi}(q^2)$ 与 q^2 的曲线, 实线为 $f_{B\pi}^+(q^2)$ 与 q^2 的曲线

当考虑轻子质量时, 需要考虑新的项 $\tilde{f}_{B\pi}(q^2)$ 对分支比的贡献, 其中轻子质量分别为 $m_e = 0.0005 \text{ GeV}$, $m_\mu = 0.105 \text{ GeV}$, $m_\tau = 1.776 \text{ GeV}$, 可以分别计算得到 $B^0 \rightarrow \pi^- e^+ \tilde{\nu}_e$, $B^0 \rightarrow \pi^- \mu^+ \tilde{\nu}_\mu$ 和 $B^0 \rightarrow \pi^- \tau^+ \tilde{\nu}_\tau$ 的分支比. 当考虑轻子质量, 分以下两种情况:

1) 轻子质量 m_l 比较小, 如 m_e, m_μ 都很小, 在方程(2)式中可忽略轻子质量的贡献, 这与不考虑轻子质量时的计算结果一致, 即

$$\text{Br}(B^0 \rightarrow \pi^- e^+ \tilde{\nu}_e) = 1.52 \times 10^{-4}, \quad (22)$$

$$\text{Br}(B^0 \rightarrow \pi^- \mu^+ \tilde{\nu}_\mu) = 1.52 \times 10^{-4}, \quad (23)$$

2) 轻子质量 m_l 比较大, 如 m_τ 较大, 由方程(2)

计算得到 $B^0 \rightarrow \pi^- \tau^+ \tilde{\nu}_\tau$ 的分支比为

$$\text{Br}(B^0 \rightarrow \pi^- \tau^+ \tilde{\nu}_\tau) = 1.35 \times 10^{-4}, \quad (24)$$

最新的实验数据为^[18]

$$\begin{aligned} \text{Br}(B^0 \rightarrow \pi^- l^+ \nu_l) (l = e, \mu, \tau) \\ = (1.36 \pm 0.09) \times 10^{-4}. \end{aligned} \quad (25)$$

比较方程(21)—(25)式可知, 轻子质量对计算结果有一定影响, 对于质量很小的轻子, 如 $l = e, \mu$, 其质量对结果影响可以忽略, 但是, 对于大质量的轻子 τ , 计算时必须考虑质量的影响, 如 $B^0 \rightarrow \pi^- \tau^+ \tilde{\nu}_\tau$ 的分支比小于 $B^0 \rightarrow \pi^- e^+ \tilde{\nu}_e$ 和 $B^0 \rightarrow \pi^- \mu^+ \tilde{\nu}_\mu$ 的分支比, 这三个衰变过程的计算结果和最近的实验数据相符合.

从计算结果我们发现:

1) 当轻子质量 m_l 比较小时, 如 m_e, m_μ 的质量比较小, 则 m_l^2 更小, 从方程(2)可知, 形状因子 $f^0(q^2)$ 的贡献几乎为零, 也即在轻子质量比较小时,

形状因子 $\tilde{f}_{B\pi}(q^2)$ 对分支比的贡献几乎为零,因此在轻子质量比较小时,方程(22)和(23)的计算结果与方程(21)相等.

2) 当轻子质量比较大时,如 m_τ 质量比较大,从方程(2)知,形状因子 $f^0(q^2)$ 对分支比有贡献,也即 $\tilde{f}_{B\pi}(q^2)$ 对分支比有贡献,如比较方程(24)和(21)知, $\tilde{f}_{B\pi}(q^2)$ 对分支比确实有一定影响,如不考虑该项时, $B^0 \rightarrow \pi^- \tau^+ \tilde{\nu}_e$ 的分支比为 $(1.52 \pm 0.3) \times 10^{-4}$,当考虑该项时, $B^0 \rightarrow \pi^- \tau^+ \tilde{\nu}_e$ 的分支比为 $(1.35 \pm 0.2) \times 10^{-4}$. 所以在轻子质量 m_l 比较小时 $\tilde{f}_{B\pi}(q^2)$ 贡献可以忽略,当轻子质量比较大时, $\tilde{f}_{B\pi}(q^2)$ 对分支比贡献约为 11%.

5. 结 论

本文系统地研究了 $B^0 \rightarrow \pi^- l^+ \tilde{\nu}_l$ 衰变过程中包含的三个不同的衰变道,通过构造手征流的关联函数分别计算了耦合常数 $g_{B^* B\pi}$,形状因子 $f_{B\pi}^+(q^2)$ 和标量形状因子 $f^0(q^2)$. 在目前的文献中,都只给出 $B^0 \rightarrow \pi^- l^+ \tilde{\nu}_l$ 衰变过程的分支比,没有给出 $B^0 \rightarrow \pi^- e^+ \tilde{\nu}_e$, $B^0 \rightarrow \pi^- \mu^+ \tilde{\nu}_\mu$, $B^0 \rightarrow \pi^- \tau^+ \tilde{\nu}_\tau$ 的分支比. 在本文中,我们具体给出这三个衰变道的分支比,其中 $B^0 \rightarrow \pi^- e^+ \tilde{\nu}_e$, $B^0 \rightarrow \pi^- \mu^+ \tilde{\nu}_\mu$ 与实验数据基本符合. 同时还首次预言了 $B^0 \rightarrow \pi^- \tau^+ \tilde{\nu}_\tau$ 衰变过程的分支比,这在理论方面和实验方面都具有一定的意义.

- | | |
|---|---|
| <p>[1] Wu X Y, Yin X G, Guo Y Q, Zhang X B, Yin J H, Xie Y L 2004 <i>Acta Phys. Sin.</i> 53 1015 (in Chinese) [吴向尧、尹新国、郭义庆、张晓波、尹建华、谢远亮 2004 物理学报 53 1015]</p> <p>[2] Wu X Y, Gong P F, Su X Y, Liu X J, Fan X H, Wang L, Shi Z H, Guo Y Q 2006 <i>Acta Phys. Sin.</i> 55 3375 (in Chinese) [吴向尧、公丕锋、苏希玉、刘晓静、范希会、王 丽、石宗华、郭义庆 2006 物理学报 55 3375]</p> <p>[3] Peng H A, Duan C G, Yan Z Y 2004 <i>Acta Phys. Sin.</i> 53 2478 (in Chinese) [彭宏安、段春贵、阎占元 2004 物理学报 53 2478]</p> <p>[4] Wang Z G 2009 <i>Chin. Phys. B</i> 18 3802</p> <p>[5] Shifman M A, Vainshtein A I, Zakharov V I 1979 <i>Nucl. Phys. B</i> 147 385</p> <p>[6] Yang M Z 2006 <i>Phys. Rev. D</i> 73 034027</p> | <p>[7] Aubin C 2005 <i>Phys. Rev. Lett.</i> 94 011601</p> <p>[8] Khodjamirian A, Ruckl R, Weinzierl S, Winhart C W, Yakovlev O 2000 <i>Phys. Rev. D</i> 62 114002</p> <p>[9] Wu X Y, Yin X G, Guo Y Q 2004 <i>Chin. Phys.</i> 13 469</p> <p>[10] Wang Z G, Wan S L, Wang K L 2001 <i>Chin. Phys.</i> 10 497</p> <p>[11] Melikhov D, Stech B 2000 <i>Phys. Rev. D</i> 62 114002</p> <p>[12] Azizi K, Sundu H, Bayar M, 2009 <i>Phys. Rev. D</i> 79 116001</p> <p>[13] Aliev T M, Azizi K, Ozpineci A 2009 <i>Phys. Rev. D</i> 79 056005</p> <p>[14] Fajfer S, Kamenik J 2005 <i>Phys. Rev. D</i> 71 014020</p> <p>[15] Khodjamirian A, Ruckl R, Winhart C W 2000 <i>Phys. Rev. D</i> 58 054013</p> <p>[16] Huang T, Li Z H, Wu X Y, 2001 <i>Phys. Rev. D</i> 63 094001</p> <p>[17] Ball P, Zwicky R, 2005 <i>Phys. Lett. B</i> 625 225</p> <p>[18] Amsler C, Particle Data Group 2008 <i>Phys. Lett. B</i> 667 1</p> |
|---|---|

Research on branching ratio of $B^0 \rightarrow \pi^- l^+ \tilde{\nu}_l$ decay^{*}

Liu Xiao-Jing^{1)†} Zhang Bai-Jun¹⁾ Hua Zhong¹⁾ Xiao Li¹⁾
Liu Bing¹⁾ Wu Yi-Heng¹⁾ Wang Qing-Cai¹⁾ Wang Yan¹⁾ Zhang Bing-Xin²⁾

1) (Institute of Physics, Jilin Normal University, Siping 136000, China)

2) (Institute of High Energy Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

(Received 10 February 2010; revised manuscript received 27 May 2010)

Abstract

We choose a correlation function of chiral current to calculate the form factors $f_{B\pi}^+(q^2)$, $\tilde{f}_{B\pi}(q^2)$ and the scalar form factor of $f^0(q^2)$, thereby we can study the effect of leptonic mass on $B^0 \rightarrow \pi^- l^+ \tilde{\nu}_l$ ($l = e, \mu, \tau$) decay. In this paper, we calculate the branching ratio of $B^0 \rightarrow \pi^- l^+ \tilde{\nu}_l$ ($l = e, \mu, \tau$) decay for the first time, and find the leptonic masses m_e and m_μ may be ignored, but the heavy leptonic mass m_τ may not be ignored and it can affect the branching ratio. The calculation results are consistent with the experimental data.

Keywords: B semileptonic decay, form factor, branching ratio

PACS: 13.20.-v, 13.40.Gp

^{*} Project supported by the Science and Technology Development Program of Jilin Province, China (Grant No. 20082112).

[†] E-mail: xjliu_82@yahoo.com.cn