

线性密度分层流体中半球体运动生成内波 的实验研究*

魏 岗^{1)2)†} 吴 宁¹⁾ 徐小辉¹⁾ 苏晓冰¹⁾ 尤云祥²⁾

1)(解放军理工大学应用数学与物理系, 南京 211101)

2)(上海交通大学船舶海洋与建筑工程学院, 上海 200240)

(2010年9月2日收到;2010年11月2日收到修改稿)

在密度线性分布的分层流试验水槽中,对贴近侧壁面的半球体模型运动生成的内波进行了实验研究.采用多通道电导率阵列,测量分析了拖曳模型产生内波的波形结构、垂向位移场及其相关速度等.实验结果表明:半球体模型产生的内波可以分为两类,一类是由定常源激发的体积效应内波,另一类是由非定常源激发的尾迹内波,由前者转换为后者的临界内 Froude (Fr) 数是 $Fr_s = 1.6$;与球体模型实验比较, Fr_s 约为球体的 $2/3$,转换更迅速,界线更清晰;两者体积效应内波特征相一致,最大排水体积约为球体的 $2/3$;两者尾迹内波特征变化趋势相近,波速约为球体的 $2/3$.此外,分层流水槽中这种镜像试验方法有效地增加了运动源致内波的时空演化范围.

关键词: 分层流, 半球模型, 内波, 尾迹

PACS: 47.55.Hd, 92.10.hj, 47.27.Wb, 47.54.De

1. 引言

基于潜艇非声学探测方面的实际需要,分层流体中运动潜体产生的水动力学尾迹特性研究近年来成为学界关注的热点.当一个点源在匀质无限深水域中作匀速直线运动时,会产生张角为 $19^\circ 28'$ 的 V 字形表面波,这就是著名的经典 Kelvin 表面波^[1].分层流体中运动潜体产生的内波可以分为两类:一类是由于运动潜体的排水体积产生的内波,称为体积效应内波;另一类是由于运动潜体的旋涡及湍流效应产生的内波,称为尾迹内波.定义内 Froude 数 $Fr = U_1/ND$,其中, U_1 是模型的拖曳速度, D 是模型的直径, $N = \sqrt{-(g/\rho)\partial\rho/\partial z}$ 是分层流体的浮力频率.研究表明:存在临界内 Fr 数 Fr_s ,当 $Fr < Fr_s$ 时,运动潜体产生的内波相对于潜体是稳定的,这时以体积效应内波为主要表现特征;当 $Fr > Fr_s$ 时,运动潜体产生的内波相对于潜体是不稳定的,此时以尾迹内波为主要表现特征^[2-4].

经典 Kelvin 表面波与体积效应内波的共同点

是:它们相对于物体的运动都是稳定的,主要区别是:前者只有一种模态,张角与物体运动速度无关,而后者存在多种模态,张角不仅与物体运动速度有关,而且还与流体密度分层结构有关^[5,6].进一步的实验还表明:对于一定范围内较小的 Fr 数,体积效应内波具有二维层化对称结构^[7,8].无论是运动潜体产生的体积效应内波还是尾迹内波,它们在分层流体中都具有类 Mach 锥形式的三维传播结构,且持续时间长、延展空间宽阔^[9,10].由于受到分层技术的限制,实验室分层流水槽的主尺度设计通常都不是很大,壁面效应一直是制约运动源致内波三维结构实验研究的关键因素.

镜像处理是在理论和数值模拟中常应用于对称流动问题研究的一种分析方法,在分层流水槽中对半球体模型近壁面运动产生的内波进行镜像实验,可提高水槽的有效宽度,减小壁面效应的影响;另一方面,半球体模型近壁面运动产生的内波具有特殊的结构,以往实验中鲜有涉及,其尾迹与球体模型尾迹的区别需要进一步的认识.为此,本文在解放军理工大学大型重力式分层流试验水槽内,对密度连续分层流体中半球体模型近壁面运动激发

* 国家自然科学基金(批准号:11072267),武器装备预研基金(批准号:407010703),解放军理工大学预研基金(批准号:2009QX02)资助的课题.

† E-mail: gwei@sjtu.edu.cn

的内波进行了实验研究,对其生成的体积效应内波和尾迹内波的相关速度、垂向位移、波形结构以及两者转换的临界内 Fr 数等主要特征做了定量测试与分析,并与球体模型运动激发的内波进行了比较.

2. 实验仪器与设备

实验是在解放军理工大学最新研制的大型重力式分层流水槽系统中进行,如图 1,该系统由水槽主体、分层流制取装置、三维循环拖曳机构、内波动态测量仪和拖曳模型所组成,其中水槽主尺度为 $1200.0\text{ cm} \times 120.0\text{ cm} \times 100.0\text{ cm}$ (长 \times 宽 \times 高),是目前国内试验段面较大的分层流水槽.

半球体模型运动由三维循环拖曳机构完成,该机构拖曳速度由 PLC 控制器实现对伺服电机控制,精度为 0.01 cm/s ,调速范围在 $0.0\text{—}200.0\text{ cm/s}$;机构的上下和水平横向调节采用线性导轨和滚珠丝杠传动结构,其垂向调节范围在 $0.0\text{—}85.0\text{ cm}$,横向调节范围在 $0.0\text{—}60.0\text{ cm}$,误差小于 $\pm 0.1\text{ cm}$.

半球体模型运动的尾迹通过多组电导率探头阵列、内波动态测量仪等进行实时采集和分析,其工作原理^[11]是通过电导率探头和仪器的采集、变换、放大等电路,将电导率转变为对应的输出电压值,经 A/D 转换,再由实验标定公式换算成盐溶液

的密度值. 仪器的采样频率为 33 Hz ,采用了 NI-32 位 A/D 卡、DELL 双核 2 G 内存计算机和基于 Labview 的用户软件界面,可同时用于 32 个通道的电导率探头数据自动采集和实时分析.

实验模型为直径 10.0 cm 的不锈钢空心半球体,内部灌注一定量盐水,使之比重接近预置深度的盐水比重. 用于半球体模型拖曳的钢丝绳直径为 0.12 cm ,为消除模型在速度增大时的振荡,模型还被限制在一根张紧的钢丝轨道上运动.



图 1 大型重力式分层流水槽系统

3. 测量技术与方法

根据 Oster 的双试管原理,采用重力注流方式,通过控制注入水槽内的混合盐水速率,获得密度剖面为线性分布的分层盐水,图 2 是以此方法获得的密度剖面曲线和对应的浮力频率曲线.

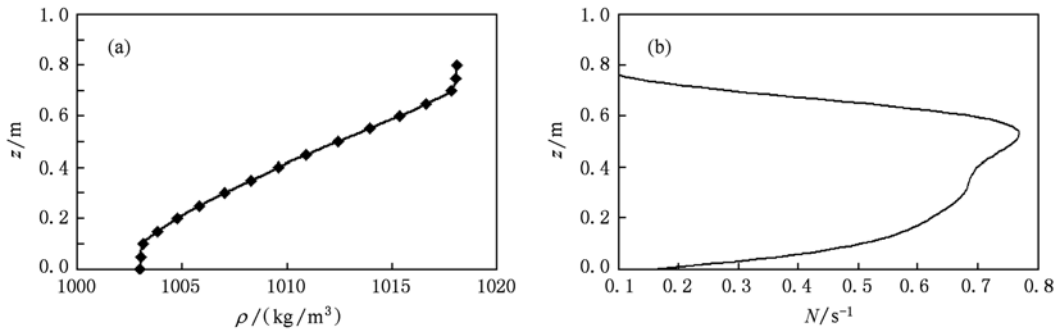


图 2 (a)密度线性分布剖面曲线;(b)浮力频率曲线

试验前对每只探头的电导率采样输出值 D 与标准盐水密度 ρ 之间关系进行标定. 为了测量尾迹引起的等密度面起伏变化,需定位探头待测深度 z ,采集该深度电导率变化的时间序列值 $D(z, t)$,再根据标定关系将其换算成密度变化的时间序列值 $\rho(z, t)$,最后,根据密度剖面曲线计算出等密度层的垂向扰动 $\zeta(z, t)$.

将三维循环拖曳机构水平横向调节至水槽一

侧边壁,使半球体的平面一侧贴近水槽边壁,定义图 3 所示直角坐标系,其中 x 轴为沿水槽长度方向, y 轴为沿水槽宽度方向, z 轴为沿水槽的深度方向,原点取在水槽侧壁的静止水面上.

为了测量半球体模型尾迹的三维内波结构,试验布置了三组探头阵列. 图中,第 I 组由沿 y 方向均匀排列的 12 只探头组成,第一只探头紧挨半球体模型一侧的边壁,其他探头依次间隔 7.0 cm ,探头

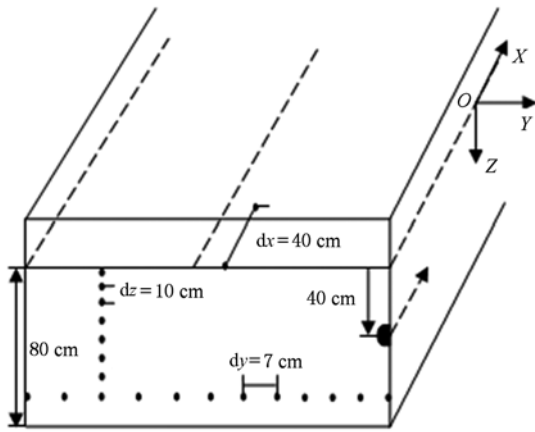


图3 三组探头阵列布置示意图

阵列可整体垂向移动,以获得尾迹在不同深度水平面上的结构;第II组由沿 z 方向均匀排列的8只探头组成,第一只探头位于水面下0.5 cm,其他探头依次间隔10.0 cm,探头阵列可整体水平横向移动,以获得尾迹在不同垂向剖面上的结构;第III组由沿 x 方向的2只探头组成,探头间距离为40.0 cm,探头阵列可整体垂向和水平横向移动,通过记录两探头扰动峰值之间的相关时间,可计算出内波沿模型运动方向的传播速度. 三组探头被分别固定于直径0.3 cm的直钢丝,由于本文实验所测内波波长通常

在 10^2 cm量级,因此探头及钢丝支撑结构对测量结果的影响可以忽略.

4. 实验结果与分析

4.1. 临界特征结构测量

研究表明,分层流体中运动球体模型尾部流场特征依赖于 Fr 数,随着 Fr 数的增大,激发内波的源由体积效应转变为湍流或涡旋效应. 为了获得线性密度分层流体中运动半球体模型生成的两类内波转换的临界特征结构,我们首先利用第I组探头阵列,测量其在深度 $z_0 = 40.0$ cm处对于不同定常拖曳速度 U_t 的密度扰动时间序列值. 假设尾迹结构具有对称性,取关于 x 轴对称的 y 坐标,则可显示二倍水槽宽度范围 -120.0 cm $\leq y \leq 120.0$ cm的波形结构. 图4给出了该阵列在深度 $z = 45.0$ cm处拖曳模型产生的密度扰动在水平面 (x, y) 上的灰度分布,图中波形结构明显与 Fr 数相关:随着 Fr 增加,对于较低的拖曳速度,波形在水平面的Kelvin角增大,波形清晰;当 Fr 超过一定值(这里 $Fr = 1.6$),内波的Kelvin角变化不明显,波形开始变的模糊,它表示运动模型的尾部流场已经影响到内波激发源的

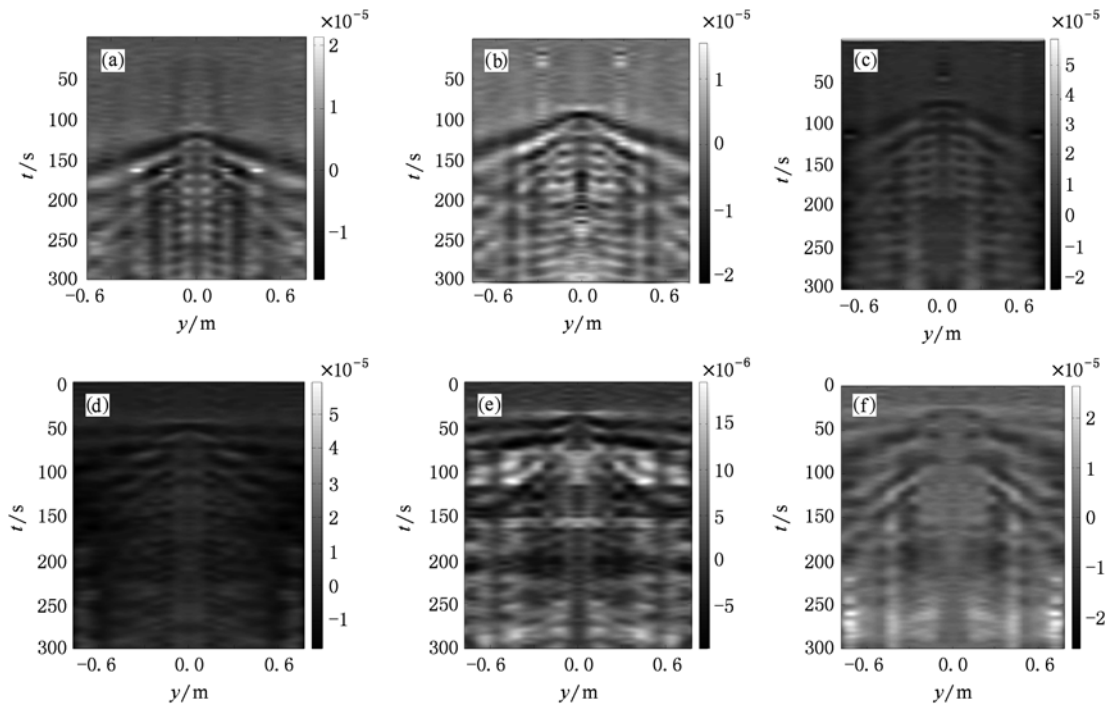


图4 密度扰动时间序列在水平面 (x, y) 上的灰度分布随 Fr 数的变化 (a) $Fr = 1.15$; (b) $Fr = 1.25$; (c) $Fr = 1.45$; (d) $Fr = 1.65$; (e) $Fr = 1.80$; (f) $Fr = 2.05$

性质. 探头时间序列的重复性测量也证明了两种不同效应的激发源特征, 如图 5 所示, 对于 $Fr < 1.6$, 内波的振幅和相位都具有较好的重复性; 而对于 Fr

> 1.6 , 尽管平均振幅大小相当, 但相位变化是随机的, 表明尾迹的特征已由稳定结构转变为不稳定结构.

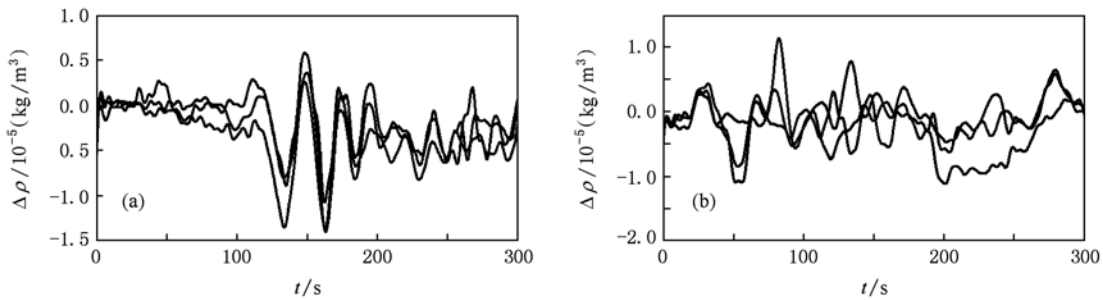


图 5 探头时间序列的重复性实验 (a) $Fr < 1.6$; (b) $Fr > 1.6$

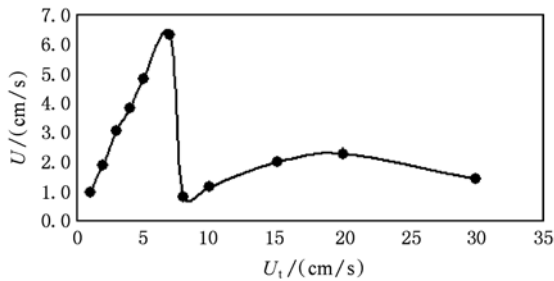


图 6 半球体模型拖曳速度 U_1 与内波传播速度 U 之间的关系

利用第 III 组探头阵列测量内波沿半球体模型运动方向的传播速度, 又称为相关速度, 即 $U = \Delta x / t$, 其中 Δx 是两探头间距离, t 是两探头扰动峰值之间的相关时间. 图 6 给出了拖曳模型速度 U_1 与内波传播速度 U 之间的关系, 图中当 $U_1 < 7.0$ cm/s 时, 内波传播速度 U 随模型拖曳速度 U_1 呈线性增加, 两者变化一致, 它表明拖曳模型产生的内波相对于半球体模型是稳定的, 此时内波激发源相当于半球体模型的排水体积效应所致, 即体积效应内波; 随着 U_1 增加, 在 $U_1 = 7.0$ cm/s 附近, 内波传播

速度 U 发生陡降, 在 $U_1 > 8.0$ cm/s 之后, U 与 U_1 的变化明显不一致, 前者随后者增加变化不大, 它表明拖曳模型产生的内波相对于半球模型是非定常的, 内波的激发源已不再是模型的排水体积效应, 而是半球模型尾部的旋涡及湍流效应, 即尾迹内波.

4.2. 三维波形结构测量

利用第 I 组探头阵列测量不同深度水平面 (x, y) 上密度时间序列值变化, 同时利用第 II 组探头阵列测量不同垂向剖面 (x, z) 上的密度时间序列值变化, 可获得半球体拖曳模型激发的三维内波结构. 以半球体模型在水面下 $z_0 = 40$ cm 及拖曳速度 $U_1 = 5.0$ cm/s 为例, 图 7 是改变第 I 组探头阵列的深度位置后的各层面密度扰动时间序列在水平面 (x, y) 上的灰度图, 其水平结构具有如下特征: 图 7 (a) 水平波形呈 Kelvin 波形特征; (b) 水平波形在向上和向下传播过程中, 波形角均逐渐增大, 扰动周期变大, 扰动幅度减小; (c) 水平波形在模型上方的传播要滞后于在模型下方, 扰动强度在模型上方要明显小于在模型下方. 图 8 是密度时间序列在垂向

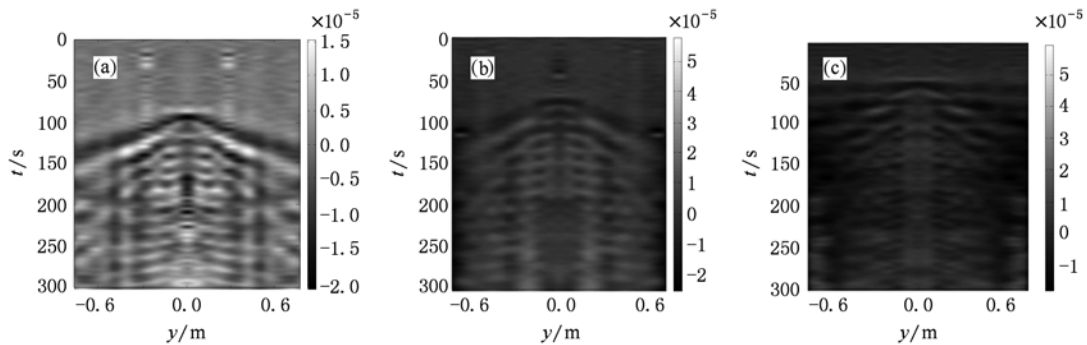


图 7 密度时间序列在不同深度水平面 (x, y) 上的灰度分布 (a) $z = 25$ cm; (b) $z = 45$ cm; (c) $z = 55$ cm

剖面(x, z)上的灰度图,其垂向结构具有如下特征:图 8(a)灰度图水平呈黑白相间,上下呈黑白反相的灰度图案;(b)在模型上方灰度变化的大小和范围都比下方要大,它表明体积效应内波在模型上下位移方向相反,而向上传播的强度和影响范围比向下要大。

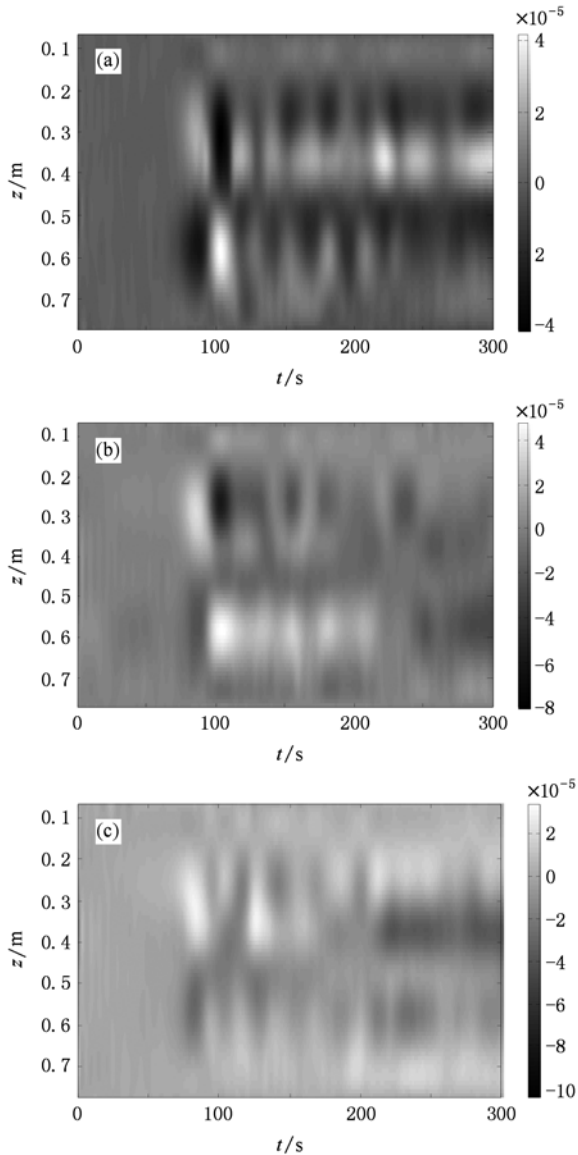


图 8 半球体模型密度时间序列在垂向剖面(x, z)上的灰度分布 (a) $y = -22.0$ cm; (b) $y = -42.0$ cm; (c) $y = -62.0$ cm

4.3. 与球体模型的试验结果比较

保持分层环境不变,将半球体模型换成相同直径的球体模型,将三维循环拖曳机构水平横向调节至水槽中心轴线上,沿水槽长度方向进行拖曳,并

与半球试验结果做比较,可获得两者结构差异的特征。

图 9 是利用第 III 组探头阵列得到的球体模型拖曳速度 U_t 与内波传播速度 U 之间的关系,与图 7 比较,对于拖曳速度 $U_t \leq 7.0$ cm/s,两种模型体积效应内波的传波速度具有一致性,根据体积效应内波转变为尾迹内波的临界 Froude 数 $Fr_s = U_{max}/ND$ 的计算,半球体模型与球体模型的 Fr_s 分别为 1.6 和 2.2,前者减小约为后者的 2/3;根据文献[12]关于等效源体积的计算公式,可估算出近壁面半球体模型运动的最大排水体积约为球体模型的 2/3;图中处于尾迹内波阶段的 U_t 与 U 的变化趋势相近,但半球体模型的尾迹内波速度要比球体模型平均低约 2/3;此外,半球体模型对应拖曳速度 U_t 的转换区间变窄,两类波的转换更迅速,界限更清晰。

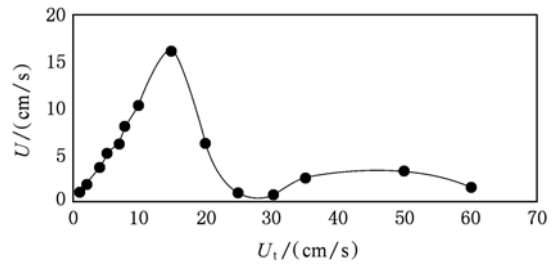


图 9 球体模型拖曳速度 U_t 与内波传播速度 U 之间的关系

图 10 和 11 分别是利用第 I 组和第 II 组探头阵列获得的拖曳球体模型激发的三维内波结构. 在水平面(x, y)上,体积效应内波总体结构与半球体模型相似,由于拖曳球体模型激发的内波传播至侧壁的距离较短,壁面反射波很快影响到整个波场,故而水平波形结构粗混,其有效波形结构不足半球体模型的 1/2;在垂向剖面(x, z)上,球体模型与半球体模型具有类似的反对称结构,但由于传播空间狭窄,垂向结构很快受到壁面反射波影响(图 11 (b)),比较半球体模型,远离模型的垂向剖面仍具有清晰、规则的空间结构(如图 8(c)). 此外,由于拖曳球体模型的水平横向空间相对狭窄,布置电导率探头的数目受到限制,尾迹场的空间分辨率也较低。

上述试验结果比较表明:采用镜像试验的模型拖曳方式可有效地扩展目前分层水槽的试验宽度,进而实现对内波三维传播结构更大时空范围的测量. 对于近壁面拖曳的半球体模型,其激发的体积效应内波与球体模型在低 Fr 数的一定范围具有

相同的三维结构,其尾迹内波特征也具有相似的变化趋势.

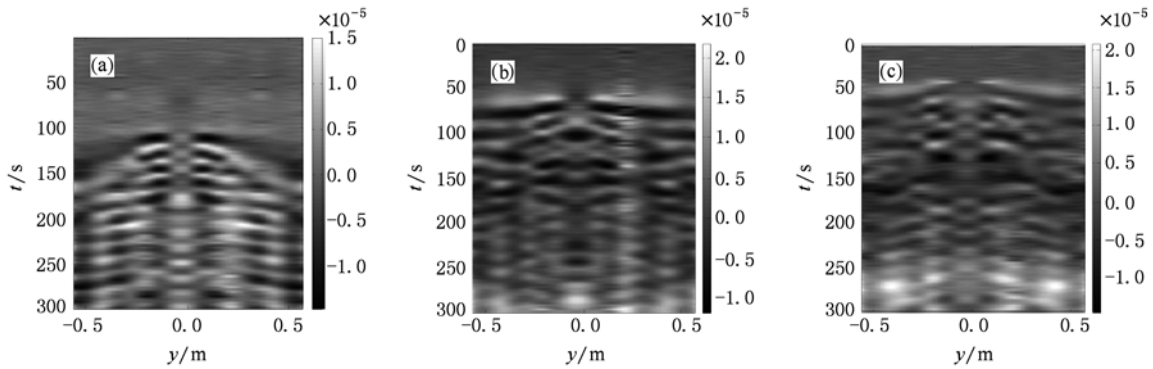


图 10 球体模型密度扰动时间序列在水平面 (x, y) 上的灰度分布 (a) $Fr = 1.15$; (b) $Fr = 1.25$; (c) $Fr = 1.45$

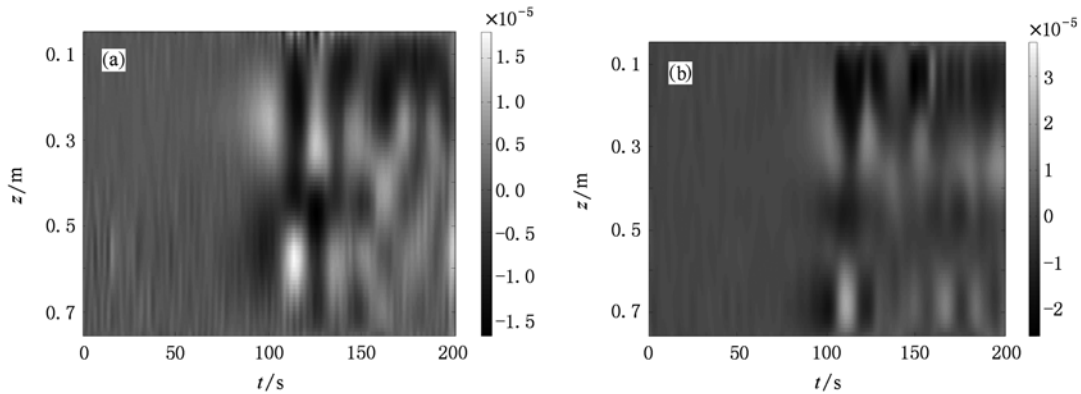


图 11 球体模型密度时间序列在垂向剖面 (x, z) 上的灰度分布 (a) $y = -22.0 \text{ cm}$; (b) $y = -42.0 \text{ cm}$

5. 结 论

利用解放军理工大学大型重力式分层流水槽系统,采用组合探头阵列的多通道内波动态测量方法,在密度线性分层盐水中,采用镜像原理,对半球体模型产生的三维传播内波进行了实验研究,比较了球体模型的相关结构,主要结论如下:

1. 在有限深密度线性分层流体中,拖曳半球体模型产生的内波可以分为两类,一类是由定常源激发的体积效应内波,另一类是由非定常源激发的尾

迹内波,两者转换的临界内 Fr 数为 $Fr_s = 1.6$,它是球体模型的 $2/3$ 倍.

2. 拖曳半球体模型产生的体积效应内波与拖曳球体模型具有相同的水平和垂向结构特征,其最大排水体积约为球体模型的 $2/3$ 倍;两者尾迹内波传播速度与拖曳速度具有相似变化特征,但前者传播速度要比后者平均低约 $2/3$.

3. 与球体模型比较,半球体模型激发的三维内波的水平有效宽度增加近一倍,其体积效应内波与尾迹内波的转换区间变窄,转换更迅速,界线更清晰.

[1] Lamb H 1932 *Hydrodynamics* (Cambridge: Cambridge University Press)
 [2] Gilreath H E, Brandt A 1985 *J. AIAA* **23** 693
 [3] Bonnier M, Eiff O 2002 *Phys. of Fluid* **14** 791

[4] Wei G, Dai S Q 2006 *Advances in Mechanics* **36** 111 (in Chinese) [魏 岗、戴世强 2006 力学进展 **36** 111]
 [5] Yeung R W, Nguyen T C 1999 *J. Eng. Math.* **35** 85
 [6] Wei G, Lu D Q, Dai S Q 2005 *Acta Mechanica Sinica* **21** 24

- [7] Fincham A M, Maxworth T, Speeding G R 1996 *Dyn. Atmos. Ocean* **23** 155
- [8] Chomaz J M, Hopfinger E J 1993 *J. Fluid Mech.* **254** 1
- [9] Wei G, Zhao X Q, Su X B, You Y X 2009 *Science in Chinese G* **39** 1169 (in Chinese) [魏 岗、赵先奇、苏晓冰、尤云祥 2009 中国科学 G 辑 **39** 1169]
- [10] Robey H F 1997 *Phys. of Fluid* **9** 3353
- [11] Lu H M, Xu Z T, Fang X H 1995 *Chinese J. Hyd. Series A* **10** 328 (in Chinese) [吕宏民、徐肇廷、方欣华 1995 水动力学研究与进展 A 辑 **10** 328]
- [12] You Y X, Zhao X Q, Chen K 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 74 (in Chinese) [尤云祥、赵先奇、陈 科等 2009 物理学报 **58** 74]

Experiments on the generation of internal waves by a hemispheroid in a linearly stratified fluid*

Wei Gang^{1)2)†} Wu Ning¹⁾ Xu Xiao-Hui¹⁾ Su Xiao-Bing¹⁾ You Yun-Xiang²⁾

1) (Department of Applied Math. and Phys. PLA University of Science and Technology, Nanjing 211101, China)

2) (Department of Naval Architecture and Ocean Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China)

(Received 2 September 2010; revised manuscript received 2 November 2010)

Abstract

Experiments are conducted to examine the characteristics of internal waves generated by a towing hemispheroid model alongside the side wall of stratified fluid flume with a linear density distribution. By the measured results with multi-channel conductivity arrays, the wave patterns, the vertical displacement and the correlation velocity for such internal waves are analyzed. Two distinct types of internal waves are obtained in experiments. One is the body-generated internal wave by the steady source with respect to the hemispheroid model, and the other is the wake-generated internal wave by the unsteady source. The transition between these two types of internal waves occurs at a critical Froude number of $Fr_s = 1.6$. The corresponding comparison with towing spheroid model experiments is carried out. It follows that the number Fr_s is about 2/3 that of the spheroid and that the transition is more rapid and its borderline is more clear-cut than those of the spheroid modes. The body-generated internal waves of both experimental models have identical characteristics, but the draining-water volume is about 2/3 that of the spheroid model. Their wake-generated internal waves possess similar variation tendencies, but their wave speed is about 2/3 that of the spheroid model. It also proves that this mirror-image experimental method in the flume can increase the effective range of spatio-temporal evolution of body-generated internal waves.

Keywords: stratified fluid, hemispheroid model, internal wave, wake

PACS: 47.55.Hd, 92.10.hj, 47.27.Wb, 47.54.De

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11072267), the National Defense Pre-Research Foundation of China (Grant No. 407010703), Pre-Research Foundation of PLA Univ. of Science and Technology, China (Grant No. 2009QX02).

† E-mail: gwei@sjtu.edu.cn