

不同成分等离子体鞘层的玻姆判据*

赵晓云^{1)†} 刘金远²⁾ 段萍³⁾ 倪致祥¹⁾

1) (阜阳师范学院物理与电子科学学院, 阜阳 236041)

2) (大连理工大学物理与光电工程学院, 大连 116024)

3) (大连大学物理科学与技术学院, 大连 116622)

(2010年4月27日收到; 2010年6月18日收到修改稿)

在一维平板鞘层中采用流体模型分别研究了不同成分无碰撞等离子体鞘层的玻姆判据. 通过拟牛顿法数值模拟了含有电子、离子、负离子以及二次电子的等离子体鞘层玻姆判据. 结果表明二次电子发射增加了鞘层离子马赫数的临界值, 且器壁发射二次电子温度越高, 离子马赫数临界值越小. 负离子使离子马赫数临界值减小. 而在含有二次电子和负离子的等离子体鞘层中, 当负离子较少时, 二次电子发射对离子马赫数临界值影响较大; 当负离子增加时, 离子马赫数的临界值则主要受负离子的影响.

关键词: 鞘层, 等离子体, 玻姆判据

PACS: 52.40.Kh, 52.27.Cm, 52.65.Kj

1. 引言

在实际的等离子体装置中, 等离子体都是被包含在一个有限大小的真空室中, 由于等离子体中带电粒子的扩散速度不同, 所以在器壁处会形成等离子体鞘层. 而鞘层的玻姆判据是鞘层稳定性的重要判据, 也是流体模型研究鞘层稳定时的必要条件^[1-3]. 1974年Chen^[4]首先通过流体模型指出电子、离子成分的等离子体形成鞘层时进入鞘层的离子漂移速度不小于离子声速(玻姆速度). 随着等离子体的广泛应用, 如在等离子体表面处理、刻蚀、气体放电以及离子推进等等离子体系统中常伴有负离子、二次电子等不同带电粒子成分的出现^[5-9]. 这些成分的出现, 将导致在等离子体装置器壁形成鞘层时离子到达鞘层边界的速度受到一定的影响. 1997年Verheest等^[10]假设等离子体中质量数比较大的带电粒子遵从冷的流体分布, 讨论了多成分等离子体的鞘层玻姆判据. 2003年谷云鹏和马腾才^[11]应用流体模型分析了定向粒子束对玻姆判据的影响, 得到定向离子束使鞘层边界的玻姆判据减小, 定向电子束使玻姆判据增加. Severn^[2]于2007

年进一步解释了电子、离子成分的等离子体在形成鞘层时离子到达鞘层边界至少要达到离子声速的大小. 而文献[12-15]则采用流体模型讨论了含有负离子的等离子体鞘层边界的离子玻姆判据, 结果表明等离子体中负离子与正离子的密度比及电子与负离子的温度比越大, 离子到达鞘层边界的临界速度就越小. 在文献[16-22]中, 尽管对等离子体中粒子的碰撞、两种正离子或者磁场等因素存在时的鞘层玻姆判据做了一定的分析, 但在含有不同成分的等离子体中, 离子的质量数、带电粒子的带电量以及二次电子发射等因素都会对鞘层特性产生较大影响. 本文针对不同成分等离子体鞘层的玻姆判据进行模拟研究, 其结果对研究鞘层特性及相关实验参数的选取都具有一定的指导意义.

2. 鞘层模型和基本方程

假设等离子体中含有电子(e), 正离子(i), 负离子(n)以及高能电子撞击器壁产生的二次电子(s), 讨论一维稳态无碰撞的等离子体鞘层. 假设等离子体中性区域与鞘层边界位于 $x = 0$ 处, 器壁表面是绝缘表面, 位于 $x = x_w$ 处. 采用流体模型, 带电

* 国家自然科学基金(批准号:10875024, 10975026), 辽宁省教育厅高校科研基金(批准号:2009A047)资助的课题.

† E-mail: fuyangzxy77@163.com

粒子满足的运动方程为

$$m_\alpha v_\alpha \frac{\partial v_\alpha}{\partial x} = - \frac{T_\alpha}{n_\alpha} \frac{\partial n_\alpha}{\partial x} - q_\alpha \frac{\partial \phi}{\partial x},$$

$$(\alpha = i, e, n, s), \quad (1)$$

离子的连续性方程为

$$\nabla \cdot (n_i v_i) = 0, \quad (2)$$

鞘层中的泊松方程为

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = - \frac{1}{\epsilon_0} \sum_\alpha q_\alpha n_\alpha, \quad (3)$$

其中 n, m, q, v, T 分别表示鞘层内带电粒子的数密度、质量、带电量、速度以及带电粒子的温度, ϕ 为鞘层电势. 为了简化分析, 引入下列无量纲量

$$\varphi = -e\phi/T_e, \xi = x/\lambda_d, u_\alpha = v_\alpha/c_s,$$

$$N_\alpha = n_\alpha/n_0, m_{i\alpha} = m_i/m_\alpha, t_{ae} = T_\alpha/T_e,$$

$q_{ae} = q_\alpha/e$. 其中 $\lambda_d = (\epsilon_0 T_e/n_0 e^2)^{1/2}$ 是德拜长度, $c_s = (T_e/m_i)^{1/2}$ 是离子声速, n_0 表示位于鞘层边界 $x = 0$ 处的离子密度, 由(1)–(3)式, 得到

$$\frac{u_\alpha}{m_{i\alpha}} \frac{\partial u_\alpha}{\partial \xi} = - t_{ae} \frac{\partial \ln N_\alpha}{\partial \xi} + q_{ae} \frac{\partial \varphi}{\partial \xi}, \quad (4)$$

$$N_i u_i = \text{const}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} = \sum_\alpha q_{ae} N_\alpha, \quad (6)$$

带电粒子在鞘层边界满足准中性条件

$$\sum_\alpha q_{ae} N_{\alpha 0} = 0, \quad (7)$$

(6)式可写成

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} = - \frac{dV(\varphi)}{d\varphi}, \quad (8)$$

其中 $V(\varphi)$ 称为塞格捷夫势, 塞格捷夫(Sagdeev)是用势阱中的振子模拟, 搞清了(8)式解的性状^[4]. 对(8)式进行积分, 利用在 $\varphi = 0$ 处 $V(\varphi) = 0$ 的边界条件, 可以求出函数 $V(\varphi)$. 从文献[4]给出的塞格捷夫势图上可以看出, 塞格捷夫势如同一个势阱, 且有 $\left. \frac{d^2 V(\varphi)}{d\varphi^2} \right|_{\varphi=0} \leq 0$, 则结合(6)式与(8)式, 可得

$$\left. \frac{d}{d\varphi} \left(\sum_\alpha q_{ae} N_\alpha \right) \right|_{\varphi=0} \geq 0. \quad (9)$$

针对不同带电粒子成分组成的等离子体, 形成鞘层时离子到达鞘层边界时的临界速度可根据(9)式、鞘层边界准中性条件(7)式以及鞘层中带电粒子的分布(4)式建立联系, 由此可判断出不同成分等离子体的离子到达鞘层边界时的玻姆判据.

3. 数值模拟与讨论

3.1. 电子、离子两种成分的鞘层 ($\alpha = i, e$)

由于电子的质量很小, 可忽略其惯性项, 而对低温等离子体来说离子温度比较低, 所以可忽略其密度梯度项, 根据(4)式可得到电子、离子密度分别满足

$$N_e = N_{e0} \exp(-\varphi),$$

$$N_i = \frac{1}{\sqrt{1 + 2q_{ie}\varphi/M_i^2}}, \quad (10)$$

其中 M_i 为离子马赫数, $M_i = v_{i0}/c_s$, N_{e0} 和 v_{i0} 分别表示位于鞘层边界 $x = 0$ 处的电子密度和离子速度. 因鞘层中只含有电子、离子成分, 根据(7)式有 $N_{e0} = q_{ie}$. 将(10)式代入(9)式得到鞘层边界离子的玻姆判据满足

$$M_i \geq \sqrt{q_{ie}}. \quad (11)$$

从(11)式可以看出, 对于电子、离子成分的等离子体来说, 鞘层玻姆判据与离子带电量有着密切的关系, 离子带电量越多, 离子到达鞘层边界的马赫数就越大. 当 $q_{ie} = 1$ 时, 对应文献[4]的结果, 即 $M_i \geq 1$, 离子在鞘边的速度必须大于等于离子声速 c_s . 根据准中性条件, 若离子的带电量越多, 鞘层边界的离子数密度就越小, 致使离子被加速到达鞘层边界时有比较大的速度.

3.2. 电子、正离子、负离子三种成分的鞘层 ($\alpha = i, e, n$)

对于低温等离子体来说, 电子、离子仍然满足(10)式, 而对于鞘层中存在的负离子假设是热的, 分布也满足玻尔兹曼分布^[14,15], 即

$$N_n = N_{n0} \exp\left(q_{ne} \frac{\varphi}{t_{ne}}\right), \quad (12)$$

根据准中性条件(7)式有 $N_{e0} - q_{ne} N_{n0} = q_{ie}$, 结合(9)式可得到鞘边离子的玻姆判据满足

$$M_i \geq \frac{q_{ie}}{(q_{ie} + q_{ne} N_{n0} + q_{ne}^2 N_{n0}/t_{ne})^{1/2}}. \quad (13)$$

从(13)式可以看出, 含有负离子的等离子体鞘层的玻姆判据不仅与负离子所占的粒子数密度份额以及负离子与电子的温度之比都存在着关联, 而且与离子和负离子的带电量也有直接的关系. 若 $q_{ie} = 1$, $q_{ne} = -1$, 则结果与文献[15]一致. 由图1(a)可知,

随负离子含量的增加,鞘层边界的离子马赫数临界值逐渐减小;负离子温度越高,马赫数临界值越大.由图 1(b)可知负离子带电量越多,马赫数临界值越小.这主要是由于等离子体中负离子含量的增加,根据鞘层边界准中性条件,电子数密度将降低,而负离子在鞘层中满足玻尔兹曼分布,温度比电子低得多,于是在鞘层边界负离子的密度迅速下降,导致正离子进入鞘层的临界速度减小.

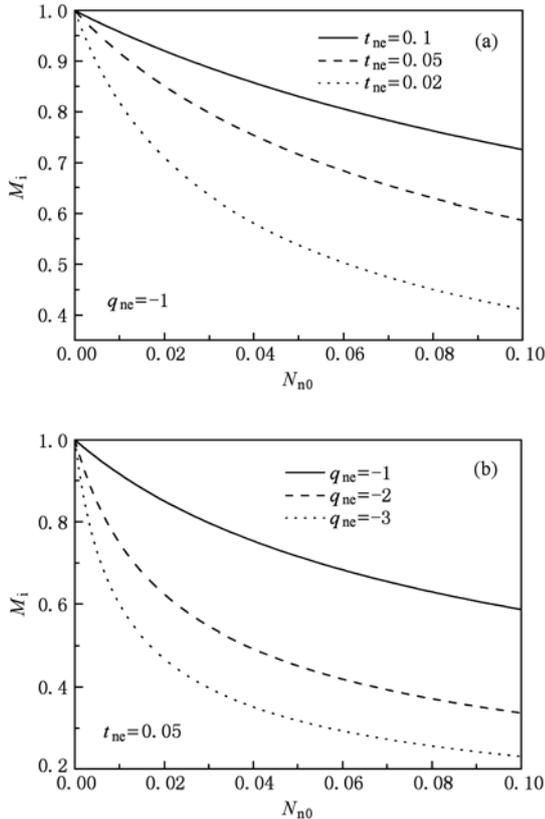


图 1 负离子对鞘层玻姆判据的影响 (\$q_{ie} = 1\$) (a) 负离子的温度不同; (b) 负离子的带电量不同

3.3. 电子、正离子、二次电子三种成分的鞘层 (\$\alpha = i, e, s\$)

由于高能电子撞击器壁产生的二次电子可以用冷流体来处理^[9,23],因此二次电子有连续性方程

$$N_s u_s = N_{sw} u_{sw}, \quad (14)$$

器壁材料二次电子发射系数

$$\gamma = \frac{J_s}{J_e} \bigg|_w, \quad (15)$$

其中下标“w”表示位于等离子体器壁位置处,从器壁发射出的二次电子速度假设用其平均热速度代替.根据器壁处的流守恒方程

$$J_s + J_i = J_e, \quad (16)$$

可得到

$$q_{ie} M_i = \frac{1 - \gamma}{4} N_{e0} \exp(-\varphi_w) \left(\frac{8}{\pi} m_{ie} \right)^{1/2}, \quad (17)$$

结合(4)式得到鞘层中二次电子数密度满足

$$N_s = \frac{\gamma}{1 - \gamma} \frac{q_{ie} M_i}{[2m_{ie}(\varphi_w - \varphi + 4t_{se}/\pi)]^{1/2}}, \quad (18)$$

联立(9),(10)式,得到离子在鞘层边界的玻姆判据满足

$$N_{e0} - \frac{\gamma m_{ie}}{1 - \gamma} \frac{q_{ie} M_i}{[2m_{ie}(\varphi_w + 4t_{se}/\pi)]^{3/2}} - \frac{q_{ie}^2}{M_i^2} \geq 0. \quad (19)$$

(19)式中鞘层边界的电子数密度与进入鞘层的二次电子数有关,即

$$N_{e0} + N_{s0} = q_{ie}.$$

从图 2 可以看出,二次电子发射系数增加,鞘层边界离子马赫数临界值也随着增加;离子质量数越小,到达鞘层边界时马赫数临界值越大,且随二次电子发射系数的增加,变化也较大.根据器壁的流守恒,从器壁发射的二次电子越多,就会有更多的电子撞击器壁,这就导致离子进入鞘层的速度有所增加.而正离子质量数越大,运动相对较慢,在鞘边加速时获得的速度就越小.

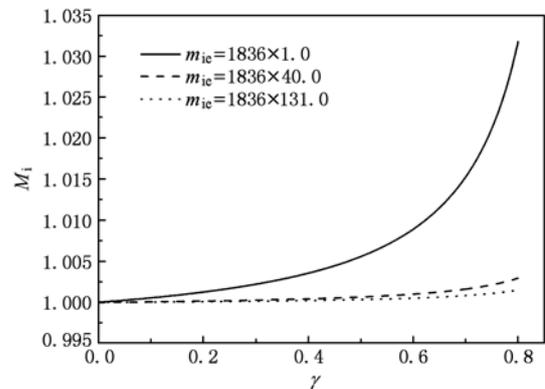


图 2 二次电子发射系数对玻姆判据的影响 (\$q_{ie} = 1, t_{se} = 0.1\$)

图 3 显示了鞘层边界离子马赫数临界值随器壁发射出二次电子温度的变化,高能电子撞击器壁产生的二次电子温度越高,鞘层边界离子马赫数临界值就越小;器壁材料发射系数越大,发射出的二次电子温度变化导致马赫数临界值的变化也越大.这主要是由于器壁发射出的二次电子温度越高,高能电子撞击鞘层器壁消耗的能量越多,这样会导致电子吸引离子加速到达鞘层边界的能力减弱,所以鞘层边界的马赫数的临界值会降低.

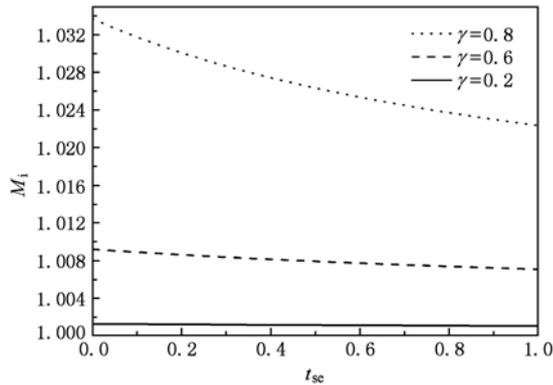


图3 发射出的二次电子的温度对玻姆判据的影响 ($q_{ie} = 1, m_{ie} = 1836 \times 40$)

3.4. 电子、正离子、二次电子、负离子四种成分的鞘层 ($\alpha = e, i, s, n$)

对于含有电子、正离子、二次电子和负离子的鞘层来说,电子、离子分布可采用(10)式,负离子满足(12)式,根据在器壁处流密度守恒

$$J_s + J_i = J_e + J_n, \quad (20)$$

可得到

$$q_{ie} M_i = (1 - \gamma) N_{e0} \sqrt{\frac{m_{ie}}{2\pi}} \exp(-\varphi_w) - q_{ne} N_{n0} \sqrt{\frac{m_{in}}{2\pi}} t_{ne} \exp\left(-\frac{\varphi_w}{t_{ne}}\right), \quad (21)$$

其中在器壁位置处电子、负离子的速度均用其平均热速度代替,由二次电子发射系数的定义,可得到二次电子密度分布

$$N_s = \gamma N_{e0} \exp(-\varphi_w) \sqrt{1/2\pi} / [2(4t_{se}/\pi - \varphi + \varphi_w)]^{1/2}, \quad (22)$$

根据(9)式得到鞘层边界玻姆判据满足

$$N_{e0} + \frac{q_{ne}^2 N_{n0}}{t_{ne}} - \frac{\gamma N_{e0} \sqrt{1/2\pi} \exp(-\varphi_w)}{(8t_{se}/\pi + 2\varphi_w)^{3/2}} - \frac{q_{ie}^2}{M_i^2} \geq 0. \quad (23)$$

其中粒子数密度在鞘层边界的关系由(7)式建立联系,即

$$N_{e0} + N_{s0} - q_{ne} N_{n0} = q_{ie}.$$

由图1知负离子会导致鞘层边界离子马赫数的临界值减小,由图2、图3知二次电子发射系数的增加,导致鞘层边界离子马赫数的临界值增加.但是在含有二次电子以及负离子的等离子体鞘层中,从图4(a)可以看出在一定发射系数下,鞘层边界马赫数的临界值随负离子和正离子带电量的变化,即同

样有负离子带电量越多,马赫数的临界值越小,正离子带电量越大,离子到达鞘层边界的速度越大.而由图4(b)可以看出,当负离子含量较少时,鞘层边界离子马赫数的临界值受二次电子发射影响较大;当负离子含量增多时,马赫数临界值则逐渐受负离子的影响.这是由于当负离子含量较少以及二次电子发射系数较大时,能够从器壁发射出大量的二次电子,此时由于负离子含量少所以影响不大.但当负离子较多时,由于负离子在鞘层中满足玻尔兹曼分布,在鞘层边界密度会迅速下降,于是导致离子到达鞘层边界的最小速度随之迅速变化.

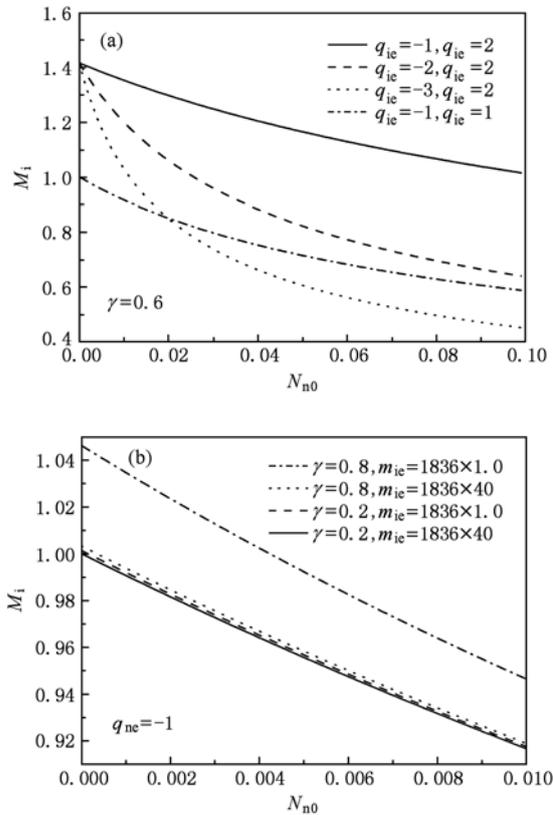


图4 二次电子发射和负离子共同存在时对鞘层玻姆判据的影响 ($t_{ne} = 0.05, t_{se} = 0.1$) (a) 带电粒子电量不同; (b) 二次电子发射系数和离子的质量数不同

4. 结 论

等离子体鞘层在形成时与组成等离子体成分中的带电粒子有着密切的联系,本文采用流体模型,根据塞格捷夫势的判断研究了不同带电粒子成分的等离子体鞘层玻姆判据.得到如下结果:

1. 在由电子、离子组成的等离子体中,鞘层边界离子马赫数临界值随离子带电量的增加而增大.

2. 在由电子、正离子和负离子组成的电负性等离子体鞘层中,负离子数密度增加,离子马赫数的临界值减小,负离子温度越高鞘层的马赫数临界值越大.另外,离子马赫数的临界值随负离子带电量的增加而减小.

3. 在含有二次电子发射的等离子体鞘层中,器壁材料发射系数越大,离子马赫数临界值越大;随

着器壁发射出二次电子温度的增加,鞘层离子马赫数临界值会逐渐减小.

(4) 在伴有二次电子发射和负离子共同存在的等离子体鞘层中,当负离子较少时,二次电子发射对鞘层离子马赫数临界值影响较大.随着负离子的增加,鞘层离子马赫数临界值则主要受负离子的影响.

- [1] Bohm 1949 *The Characteristics of Electrical Discharges in Magnetic Fields* edited by A. Guthrie and Wakerling (New York: McGraw-Hill) Chap. 2
- [2] Severn G D 2007 *Am. J. Phys.* **75** 92
- [3] Wang D Z, Ma T C 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 2404 (in Chinese) [王德真、马腾才 2008 物理学报 **49** 2404]
- [4] Chen F F 1974 *Introduction to Plasma Physics* (New York: Plenum) p156
- [5] Amemiya H 1990 *Journal of Physics D: Applied Physics* **23** 999
- [6] Amemiya H, Annaratone B M, Allen J E 1998 *J. Plasma Physics (UK)* **60** 81
- [7] Mahanta M K, Goswami K S 1999 *Physics of Plasmas* **6** 4781
- [8] Keidar M, Boyd I D 2001 *Physics of Plasmas* **8** 5315
- [9] Ahedo E, Parra F I 2005 *Phys. plasmas* **12** 073503
- [10] Verheest F, Hellberg M A 1997 *J. Plasma Phys.* **57** 465
- [11] Gu Y P, Ma T C 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1196 (in Chinese) [谷云鹏、马腾才 2003 物理学报 **52** 1196]
- [12] Deutsch R, Rauchle E 1992 *Phys. Rev. A* **46** 3442
- [13] Lieberman M A, Lichtenberg A J 1994 *Principles of plasma discharges and materials processing* (New York: Wiley) p167
- [14] Wang Z X, Liu J Y, Zou X, Liu Y, Wang X G 2003 *Chin. Phys. Lett.* **20** 1537
- [15] Wang Z X, Liu Y, Ren L W, Liu J Y, Wang X G 2006 *Thin Solid Films* **506-507** 637
- [16] Riemann K U 1995 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **23** 709
- [17] Wang Z X, Liu J Y, Zou X, Liu Y, Wang X G 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 793 (in Chinese) [王正涵、刘金远、邹秀、刘悦、王晓钢 2004 物理学报 **53** 793]
- [18] Lee D, Oksuz L, Hershkowitz N 2007 *Appl. Phys. Lett.* **91** 041505
- [19] Yaroshenko V V, Verheest F, Thomas H M, Morfill G E 2009 *New Journal of Physics* **11** 073013
- [20] Lin C, Lin M M 2009 *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat* **14** 2597
- [21] Wang D Y, Ma J X, Li Y R, Zhang W G 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 8432 (in Chinese) [王道泳、马锦秀、李毅人、张文贵 2009 物理学报 **58** 8432]
- [22] Zou X, Jin Y K, Zou B Y 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 1902 (in Chinese) [邹秀、籍延坤、邹滨雁 2010 物理学报 **59** 1902]
- [23] Hobbs G D, Wesson J A 1967 *Plasma Phys.* **9** 85

The Bohm criterion of plasma sheath with different species^{*}

Zhao Xiao-Yun^{1)†} Liu Jin-Yuan²⁾ Duan Ping³⁾ Ni Zhi-Xiang¹⁾

1) (*School of Physics and Electronics, Fuyang Teachers College, Fuyang 236041, China*)

2) (*School of Physics and Optoelectronic Technology, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China*)

3) (*College of Physics Science and Technology, Dalian University, Dalian 116622, China*)

(Received 27 April 2010; revised manuscript received 18 June 2010)

Abstract

A fluid model has been used to study the Bohm criterion of the plasma sheath with different species. The charge particle includes electrons, ions, negative ions and secondary electrons from the wall struck by the electrons. Numerical calculation results are obtained through quasi-Newton method. It is found that secondary electron emission (SEE) can increase the critical ion Mach number of the plasma sheath. The critical ion Mach number decreases with the increase of the temperature of the electrons emitted. Negative ions reduce this critical number. In addition, it is obvious that the SEE affects the ion Mach number when the density of negative ions is small, but the ion Mach number is mainly affected by negative ions when the density of negative ions is high in the presence of secondary electron emission and negative ions.

Keywords: sheath, plasma, Bohm criterion

PACS: 52.40.Kh, 52.27.Cm, 52.65.Kj

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10875024, 10975026), the Research Foundation of Education Bureau of the Higher Education Institutions of Liaoning Province, China (Grant No. 2009A047).

[†] E-mail: fuyangzxy77@163.com