

# 气泡与弹性膜的耦合效应数值模拟\*

王诗平<sup>†</sup> 张阿漫 刘云龙 姚熊亮

(哈尔滨工程大学船舶工程学院, 哈尔滨 150001)

(2010年11月28日收到; 2010年12月14日收到修改稿)

本文在前人研究的基础上, 计入浮力、表面张力、不同流体密度比等因素对弹性膜附近气泡运动的影响, 结合不可压缩理想流体理论, 建立气泡与弹性膜耦合动力学数值模型, 采用边界元方法进行求解, 计算值与 Turangan 等的实验结果符合良好. 通过对弹性膜附近气泡运动的数值模拟, 详细分析了弹性膜两侧为同种密度液体以及不同密度液体时气泡的运动, 随后又分析气泡在弹性膜和浮力的共同作用下气泡的射流特性. 旨在为相关气泡与弹性膜相互作用特性的研究提供参考.

**关键词:** 弹性膜, 边界元法, 气泡, 浮力

**PACS:** 47.55.dd, 47.11.Hj, 47.55.dk

## 1. 引言

气泡与边界的相互作用在各个领域均有重要应用, 例如水下爆炸产生的气泡<sup>[1,2]</sup>, 高速旋转的螺旋桨桨叶上附着的大量空化气泡<sup>[3,4]</sup>等. 从上个世纪中叶开始, Benjamin 和 Ellis<sup>[5]</sup>就进行了相关的实验研究, 对气泡的理论研究和数值模拟起到了很好的指导作用. 上世纪 80 年代, 在实验与摄影技术的日臻成熟下, 开始了更多这方面的研究. Lauterborn<sup>[6]</sup>通过实验研究发现固壁附近的气泡溃灭产生的射流速度与气泡中心到壁面的距离有关. 国内学者高波<sup>[7]</sup>、徐荣青<sup>[8]</sup>、赵瑞<sup>[9]</sup>等也通过实验来讨论不同流场中气泡的脉动. Brujan 等<sup>[10]</sup>通过观察激光诱导气泡与弹性介质相互作用, 发现气泡附近流体的弹性对气泡的特性具有深远影响. Shaw 等<sup>[11]</sup>进行了弹性膜附近气泡运动特性的实验研究, 与 Brujan 等<sup>[10]</sup>的实验结果相似, 实验过程中发现了蘑菇状气泡, 但是遗憾的是没有给出弹性膜的弹性模量, 无法进行数值模拟. 研究气泡与弹性膜之间相互作用比较成功是 Turangan 等<sup>[12]</sup>的实验, 实验中发现瞬态气泡与弹性膜的相互作用过程中也产生了“蘑菇状”气泡, 然后分裂, 弹性膜在脉动气泡的作用下

生位移, 并且进行了数值仿真, 得到了很好的数值结果, 但是他们建立的数值模型中未考虑浮力和表面张力的作用, 而且他们假设弹性膜两侧是同一种流体.

本文将在上述基础上来建立计入浮力、表面张力和不同密度比等影响的数学模型, 首先通过与实验结果相比较, 验证本文数值结果的正确性, 讨论在弹性膜两侧液体密度不等的情况下气泡的射流特性, 总结弹性膜中心点的最大高度与弹性膜的弹性模量和初始深度的关系, 然后通过改变浮力参数和弹性模量的大小, 讨论浮力和弹性模量在气泡运动过程中的影响.

## 2. 数值模型

本部分首先建立数学模型, 假设流体 1 与流体 2 被弹性膜  $i$  分隔开, 气泡  $b$  位于流体 1 中. 气泡距弹性膜的初始距离为  $H_0$ , 弹性膜在气泡脉动力的作用下产生的位移为  $h$ .

流体 1, 2 为无黏无旋不可压缩的理想流体, 满足 Laplace 方程<sup>[12-14]</sup>

$$\Delta\phi = 0. \quad (1)$$

建立如下边界条件, 在弹性膜处, 流体 1, 2 交界面的法向速度是连续, 即满足

\* 国家自然科学基金重点项目(批准号:50939002), 国家自然科学基金委员会-中国工程物理研究院联合基金(批准号:10976008), 国家自然科学基金(批准号:50809018, 50779007), 中央高校基本科研业务费专项资金(批准号:HEUCFZ1001), 第十二届霍英东教育基金(批准号:121073)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: shipingwang316@gmail.com

$$\frac{\partial \phi_{i1}}{\partial n} = -\frac{\partial \phi_{i2}}{\partial n}, \quad (2)$$

其中  $\partial/\partial n = \mathbf{n} \cdot \nabla$ ,  $\mathbf{n}$  为弹性膜的单位法向量. 下标 1, 2 分别表示流体 1 和流体 2.

流体 1, 2 在弹性膜  $i$  上满足 Bernoulli 方程

$$p_1 = p_\infty - \rho_1 \frac{D\phi_{i1}}{Dt} + \frac{1}{2}\rho_1 |\mathbf{v}_1|^2 - \rho_1 g z_1, \quad (3)$$

$$p_2 = p_\infty - \rho_2 \frac{D\phi_{i2}}{Dt} + \frac{1}{2}\rho_2 \mathbf{v}_2 \cdot \left( \mathbf{v}_1 - \frac{1}{2}\mathbf{v}_2 \right) - \rho_2 g z_2. \quad (4)$$

基于文献[12]的理论, 流体 1, 2 在弹性膜上满足如下方程:

$$p_1 - p_2 = \sigma_1 K_1 + \sigma_2 K_2, \quad (5)$$

其中  $K_1$  与  $K_2$  表示局部主曲率, 根据 d'Alembert 准则<sup>[12]</sup>,  $K = -2 \frac{\partial^2 h}{\partial r^2}$ ,  $\sigma_1$  与  $\sigma_2$  是与主曲率有关的弹性膜张力.

气泡表面满足 Bernoulli 方程

$$\rho_1 \frac{D\phi_b}{Dt} = p_\infty - p_v - p_{g0} \left( \frac{V_0}{V} \right)^\gamma + \frac{1}{2}\rho_1 |\mathbf{v}_b|^2 - \rho_1 g z_1 + \sigma_b \nabla \cdot \mathbf{n}, \quad (6)$$

其中  $V_0$  表示气泡的初始体积,  $p_{g0}$  为气泡内部初始压力,  $V$  表示气泡的体积,  $\gamma = 1.25$ <sup>[1]</sup> 表示比热比,  $\mathbf{v}_b$  表示气泡表面的速度向量,  $\sigma_b$  为气泡表面张力.

将上述方程(3), (4)相减, 代入(5)式并且无量纲化<sup>[13]</sup>, 得到如下方程:

$$\frac{D}{Dt}(\phi_{i2} - \alpha \phi_{i1}) = \mathbf{v}_2 \cdot \left( \mathbf{v}_1 - \frac{1}{2}\mathbf{v}_2 \right) - \frac{\alpha}{2} |\mathbf{v}_1|^2 + E_{mem} K + (1 - \alpha) \delta^2 z_i, \quad (7)$$

式中, 无量纲变量采用与原来相同的符号. 其中

$$E_{mem} = \frac{\sigma}{R_m(p_\infty - p_v)}, \quad \alpha = \frac{\rho_1}{\rho_2}.$$

将方程(6)无量纲化, 得到

$$\frac{D\phi_b}{Dt} = 1 - \varepsilon \left( \frac{V_0}{V} \right)^\gamma + \frac{1}{2} |\mathbf{v}_b|^2 - \delta^2 z_i + \beta \nabla \cdot \mathbf{n}, \quad (8)$$

式中, 无量纲变量采用与原来相同的符号. 强度参数<sup>[13]</sup>  $\varepsilon = p_{g0}/\Delta P$ , 参考压强  $\Delta P = p_\infty - p_v$ , 浮力参数  $\delta = (\rho g R_m / \Delta P)^{1/2}$ .

### 3. 数值结果

#### 3.1. 数值模型验证

Turangan 等<sup>[12]</sup> 用长 44.4 mm, 宽 28 mm 的天然

橡胶作为弹性膜, 将其沿宽度方向拉伸, 产生大小为  $\sigma$  的张力. 用弹性膜将流体 1, 2 隔开, 气泡通过 55 V 电压放电产生, 初始位于弹性膜的上方, 产生气泡的最大半径在 2.8—3.5 mm 之间. 用 12500 帧/s 的高速摄像机记录实验结果. 在实验中, 由于弹性膜只是沿着宽度方向拉伸,  $\sigma_2 = 0$ , 故  $p_1 - p_2 = \sigma_1 K_1 = \sigma K$ ,  $K = -\frac{\partial^2 h}{\partial r^2}$ .

气泡在无量纲值  $H_0 = 0.70$ ,  $E_{mem} = 0.140$ ,  $\alpha = 1$  时的脉动的数值结果与实验结果对比如图 1 所示, 其中数值结果的颜色代表气泡脉动过程中的速度势, 该过程中气泡的最大半径为  $R_m = 3.12$  mm. 气泡膨胀过程中基本保持为球形, 弹性膜在气泡的作用下向下弯曲, 从而对气泡下表面产生向上的反作用力, 使气泡在  $t = 0.473$  ms 时下部微平, 气泡回弹过程中, 弹性膜朝向气泡方向回弹, 将弹性膜中的积蓄的能量传递到上部流体与气泡, 在弹性膜回弹的持续作用下气泡底部两端回缩, 并且这种现象沿气泡表面上传递, 最终形成了“蘑菇状”气泡. 本文气泡的数值模拟结果与 Turangan 等<sup>[12]</sup> 拍摄到的图片符合得很好.

在无量纲值  $H_0 = 0.55$ ,  $E_{mem} = 0.132$ ,  $\alpha = 1$  时气泡脉动的数值结果与实验结果对比如图 2 所示, 该过程中气泡的最大半径为  $R_m = 3.30$  mm. 气泡在膨胀初期为球形的, 在气泡接近最大体积  $t = 0.480$  ms 时刻, 气泡在弹性膜的挤压下下部略有收缩, 随后气泡开始坍塌, 靠近弹性膜的一侧坍塌较快, 在  $t = 0.720$  ms 时刻气泡底部轻微扁平, 弹性膜在气泡表面的扰动从气泡靠近弹性膜的一侧开始传递, 挤压气泡, 在  $t = 0.800$  ms 时刻气泡出现蘑菇状, 随后气泡继续坍塌, 在  $t = 1.040$  ms 时刻, 气泡的中部将发生分裂, 形成两个气泡.

#### 3.2. 不考虑浮力的结果

弹性膜弹性模量  $E_{mem}$  为 2.51,  $H_0 = 0.9$ ,  $\alpha = 1$  时气泡的运动特性数值结果如图 3 所示, 图中颜色代表速度势. 气泡在膨胀过程保持球形, 在最大体积时气泡下部扁平, 弹性膜受到气泡的挤压向下拉伸, 随后气泡开始坍塌, 气泡下部在弹性膜的挤压下产生扰动并开始收缩, 这种扰动沿着气泡表面上传播, 在  $t = 1.98$  时刻气泡从中部撕裂, 形成两个子气泡.

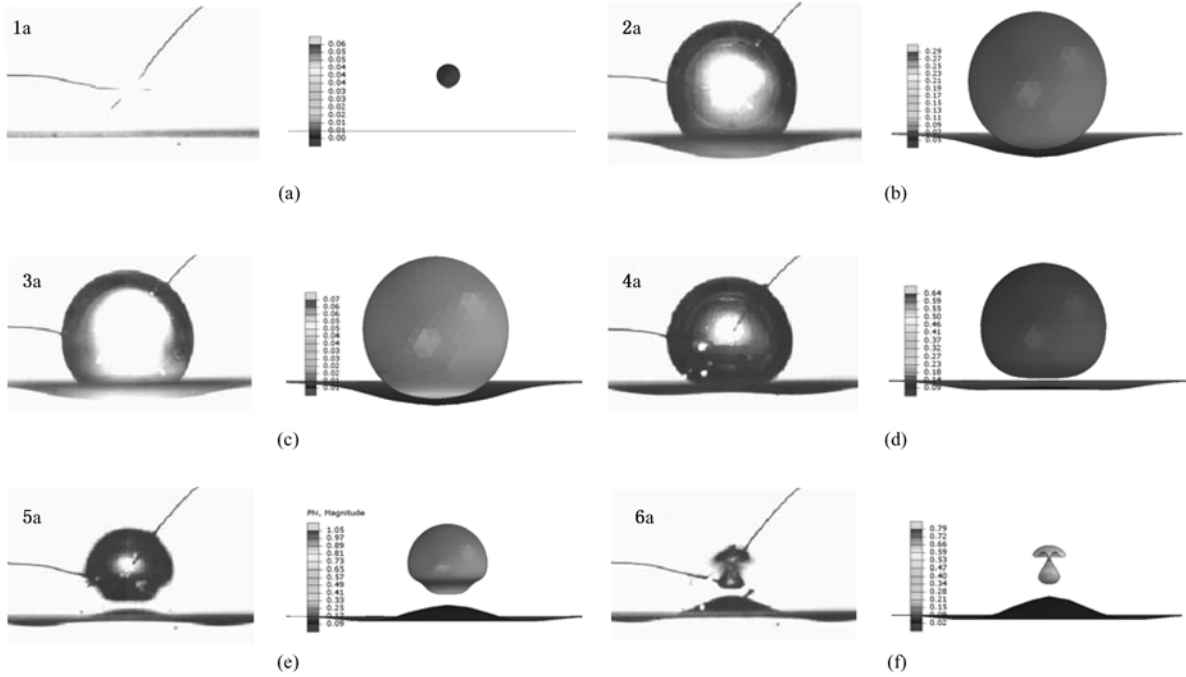


图1 气泡初始距离  $H_0 = 0.70$ , 弹性模量  $E_{mem} = 0.140$  时气泡脉动过程实验<sup>[12]</sup>与本文数值结果对比 (a)  $t = 0$  ms; (b)  $t = 0.313$  ms; (c)  $t = 0.473$  ms; (d)  $t = 0.633$  ms; (e)  $t = 0.753$  ms; (f)  $t = 0.867$  ms

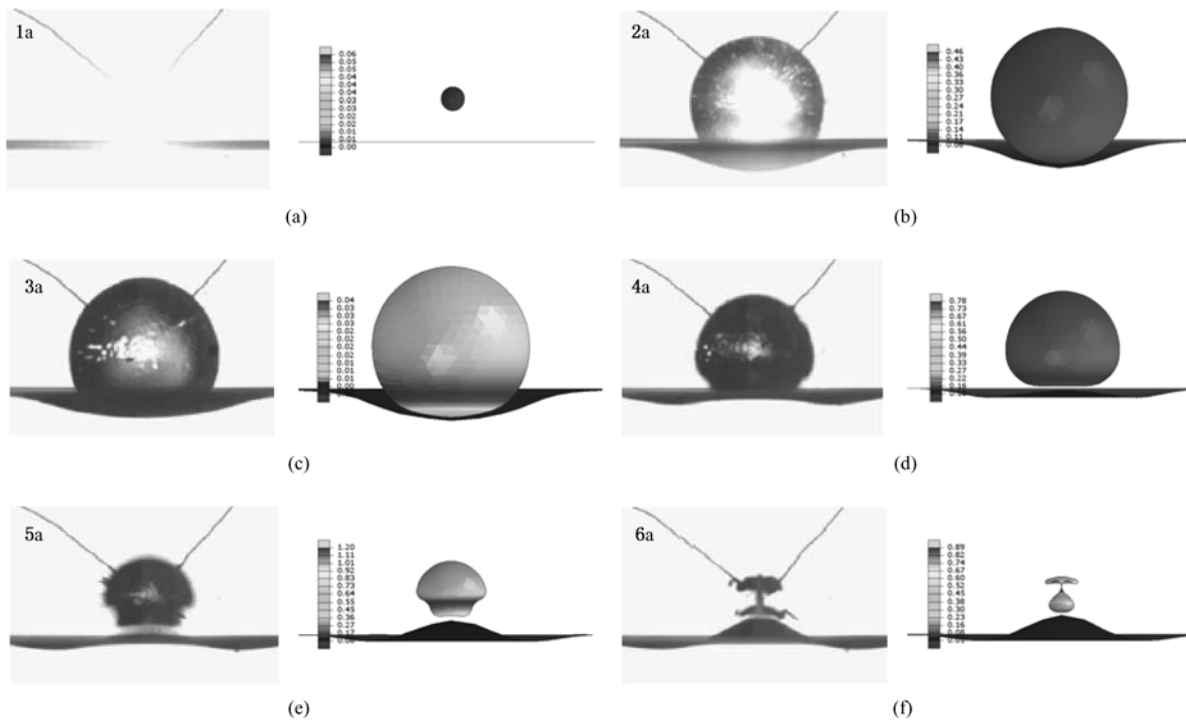


图2 气泡初始距离  $H_0 = 0.55$ , 弹性模量  $E_{mem} = 0.132$  时气泡脉动过程实验<sup>[12]</sup>与本文数值结果对比 (a)  $t = 0$  ms; (b)  $t = 0.240$  ms; (c)  $t = 0.480$  ms; (d)  $t = 0.720$  ms; (e)  $t = 0.800$  ms; (f)  $t = 1.040$  ms

弹性膜的弹性模量  $E_{mem}$  为  $0.799$ ,  $H_0 = 1.2$ ,  $\alpha = 1$  时气泡的运动特性数值结果如图 4 所示, 图中颜色代表速度势. 在气泡的膨胀过程中气泡总是保

持球形, 随着气泡的坍塌, 气泡下方收缩较快, 在  $t = 2.01$  时刻达到最小体积, 随后气泡开始膨胀, 气泡没有发生撕裂和射流, 说明弹性膜对气泡的影响

较小.

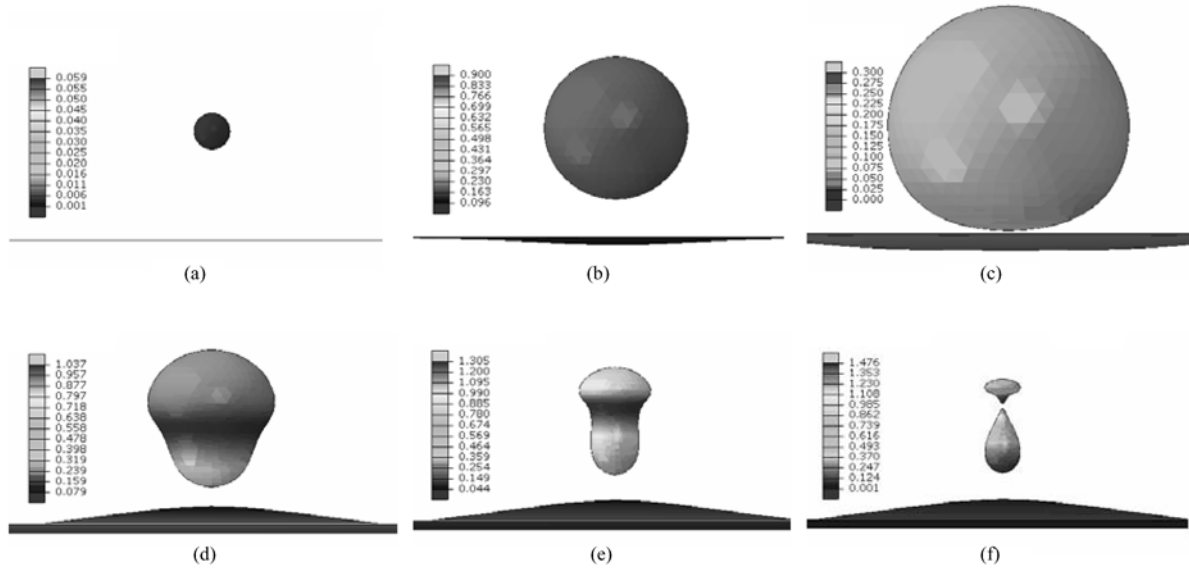


图3 气泡在弹性模量  $E_{mem} = 2.51$ , 初始深度  $H_0 = 0.9$  时的运动特性, 气泡运动的无量纲时间分别为 (a)  $t = 0$ ; (b)  $t = 0.17$ ; (c)  $t = 0.81$ ; (d)  $t = 1.86$ ; (e)  $t = 1.95$ ; (f)  $t = 1.98$

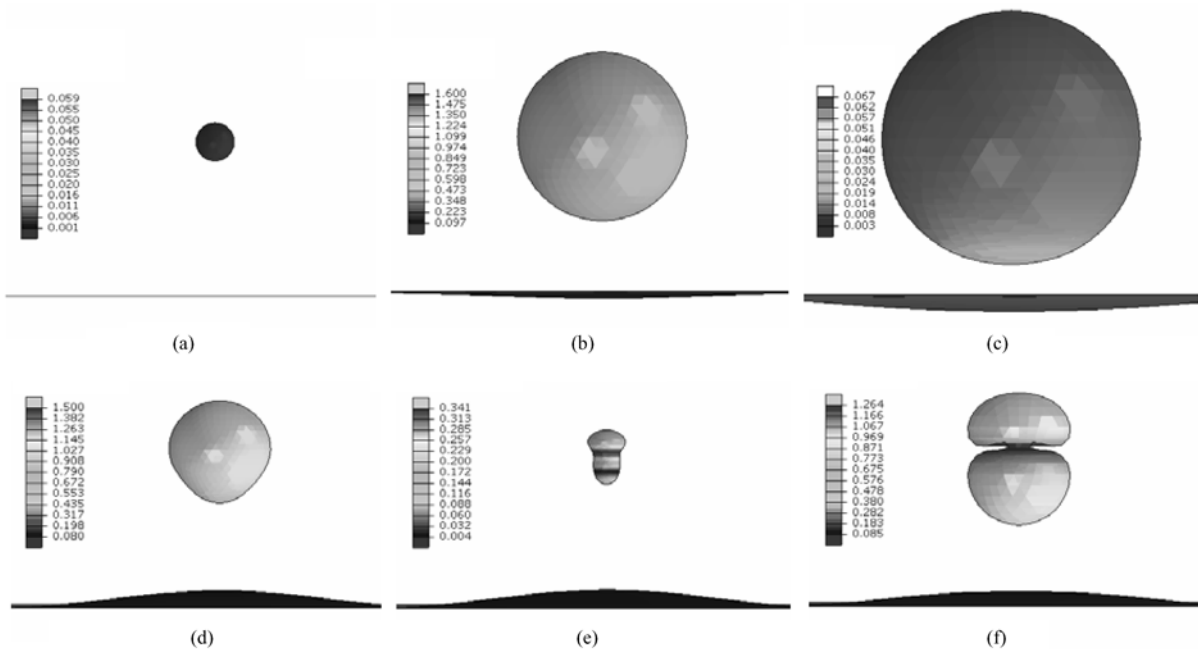


图4 气泡在弹性模量  $E_{mem} = 0.799$ , 初始深度  $H_0 = 1.2$  时的运动特性, 气泡运动的无量纲时间分别为 (a)  $t = 0$ ; (b)  $t = 0.22$ ; (c)  $t = 0.95$ ; (d)  $t = 1.94$ ; (e)  $t = 2.01$ ; (f)  $t = 2.10$

在  $H_0 = 0.9$ ,  $E_{mem}$  分别为 0.14, 0.799, 2.51, 4.7 时, 弹性膜中心点的高度随时间的变化规律如图 5 所示. 从图中可以清晰的看到随着时间的递增, 弹性膜中心点的高度先增加到最大值, 然后减小到零, 接着向相反的方向增加直到最大值. 不同弹性模量, 弹性膜的最大高度不同, 且弹性模量越大, 弹性膜的最大高度越小, 回到平衡位置的时间也越短.

在  $E_{mem} = 0.14$ ,  $H_0$  分别为 0.7, 0.9, 1.2, 1.5 时, 弹性膜中心点的高度随时间的变化规律如图 6 所示. 从图中可以清晰地看到随着时间的递增, 弹性膜中心点的高度先增加到最大值, 然后减小到零, 接着向相反的方向增加直到最大值. 不同的初始距离, 弹性膜的中心点最大高度不同, 且初始深度越大, 弹性膜的中心点最大高度越小, 然而回到

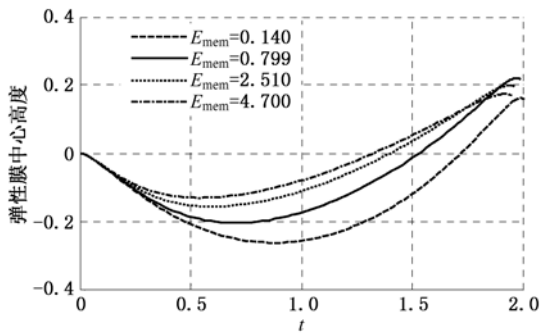


图5  $H_0 = 0.9$  时,弹性膜中心点高度与  $E_{mem}$  关系图

平衡位置的时间越长.

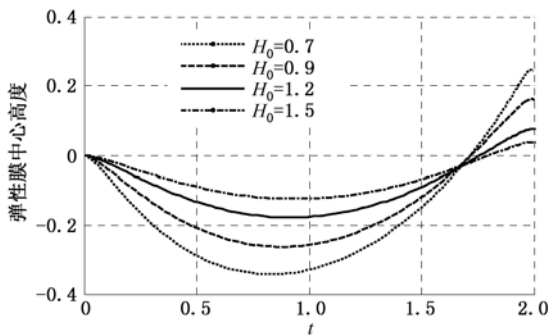


图6  $E_{mem} = 0.14$  时,弹性膜中心点高度与  $H_0$  关系图

从上面的分析可知,在气泡与弹性膜的相互作用过程之中,弹性膜拉伸的无量纲最大高度与气泡的初始距离(无量纲)  $H_0$ 、弹性膜的弹性模量(无量纲)  $E_{mem}$  有关. 本文通过选取不同的  $H_0$  与  $E_{mem}$  来考察这两个参数对弹性膜中心垂向高度的影响. 下面考虑  $H_0$  分别为 0.7, 0.8, 0.9, 1.04, 1.2, 1.5,  $E_{mem}$  分别为 0.14, 0.219, 0.799, 2.51, 4.7, 6.32 时,弹性膜中心高度的变化. 图 7 描述了在不同初始距离  $H_0$

的条件下,气泡的弹性膜垂向拉伸的最大高度与  $E_{mem}$  之间的关系,横坐标为弹性膜的无量纲弹性模量,纵坐标为弹性膜升高的最大高度.

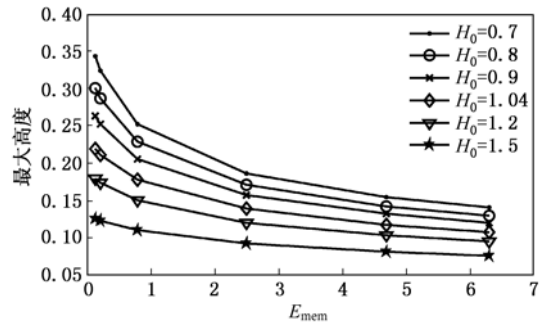


图7 弹性边界运动的最大高度随初始距离  $H_0$  和弹性模量  $E_{mem}$  的变化关系

当弹性膜的弹性模量  $E_{mem} = 0$  时,从方程(7)中可以看出,气泡相当于在两种不同密度液体中运动<sup>[14]</sup>,液体的密度不同,引发气泡产生的射流方向也不相同. 本文不失一般性,取  $\alpha = 0.2, \alpha = 5$  来研究气泡在不同密度液体中的射流方向,如图 8 所示,其中(a)为  $\alpha = 0.2$ ,流体 1 位于流体 2 上方,(b)为  $\alpha = 5$ ,流体 1 位于流体 2 下方. 从图中可以看出,当  $\alpha = 0.2$  时,实线代表气泡初始的位置,在  $t = 1.09$  时刻,气泡达到最大体积,此时流体交界面向下微微凹陷,气泡下部被高密度液体挤压而略扁,在  $t = 2.18$  时刻,气泡产生了朝向高密度液体的射流,流体交界面收缩;当  $\alpha = 5$  时,实线代表气泡初始的位置,在  $t = 0.84$  时刻,气泡达到最大体积,此时流体交界面高高隆起,气泡上部被低密度液体吸引而略呈卵状,在  $t = 2.18$  时刻,气泡的射流方向远离低密度液体,流体交界面回落.

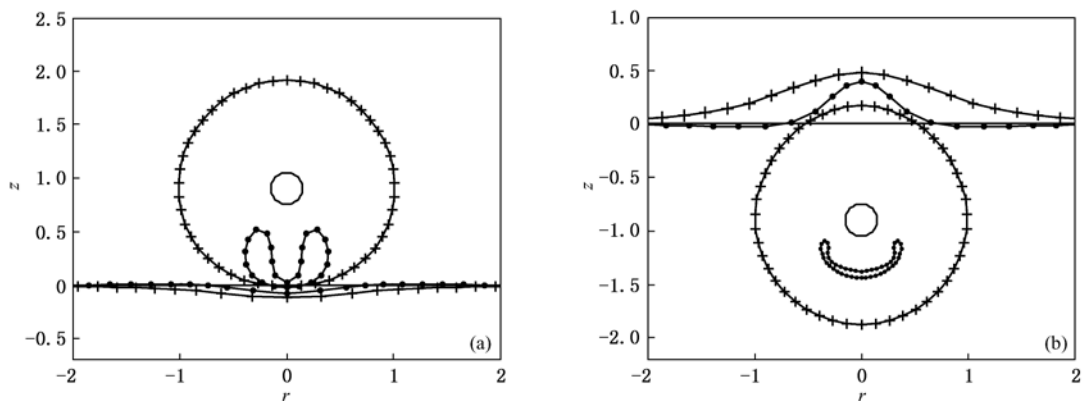


图8 气泡在两种不同密度的液体交界面附近的运动特性 (a)  $\alpha = 0.2, E_{mem} = 0$ , 气泡运动过程的无量纲时间分别为  $t = 0, 1.09, 2.18$ ; (b)  $\alpha = 5, E_{mem} = 0$ , 气泡运动过程的无量纲时间分别为  $t = 0, 0.84, 1.77$

当弹性膜的弹性模量  $E_{mem}$  不为 0 且  $\alpha$  不为 1 时, 气泡相当于在被弹性膜隔开的两种不同密度液体中运动, 弹性膜和不同密度液体的共同存在使气泡的运动更加复杂. 弹性膜在气泡表面产生扰动, 而膜两侧不同密度的液体则会导致气泡不同方向的射流(气泡会产生朝向高密度液体或者远离低密度液体的射流). 气泡在弹性膜和不同密度液体的共同作用下的运动特性如图 9 所示. 图 9 中描述弹性膜的弹性模量  $E_{mem} = 0.132$ , 不同密度液体附近气泡的动态特性, 图中实线代表气泡的初始时刻, 加号线代表气泡达到最大体积, 点划线代表气泡坍塌时刻的形状. 图 9(a), (b) 中两种液体密度比  $\alpha = 1.2$ , 其中(a)中气泡距离弹性膜无量纲距离为 0.7,

气泡在最大体积时刻, 气泡下部被弹性膜挤压略平, 随着气泡坍塌, 在  $t = 1.96$  时刻, 气泡在弹性膜的挤压和流体的排斥作用下形成了“山”形; (b) 中气泡距离弹性膜无量纲距离为 0.9, 气泡在最大体积时刻基本保持球形, 由于气泡到弹性膜距离增大, 弹性膜对气泡的挤压作用减弱, 气泡受到流体的排斥后产生了向下的射流. 图 9(c), (d) 中两种液体密度比  $\alpha = 1.2$ , 气泡到弹性膜的距离分别为 0.7 和 0.9, 由于高密度流体会对气泡产生吸引, 因此在气泡坍塌过程中气泡会产生朝向弹性膜方向的运动, (c) 中弹性对气泡的影响较大, 气泡将在中部分裂; (d) 中弹性影响较小, 气泡在  $t = 2.01$  时刻达到最小体积.

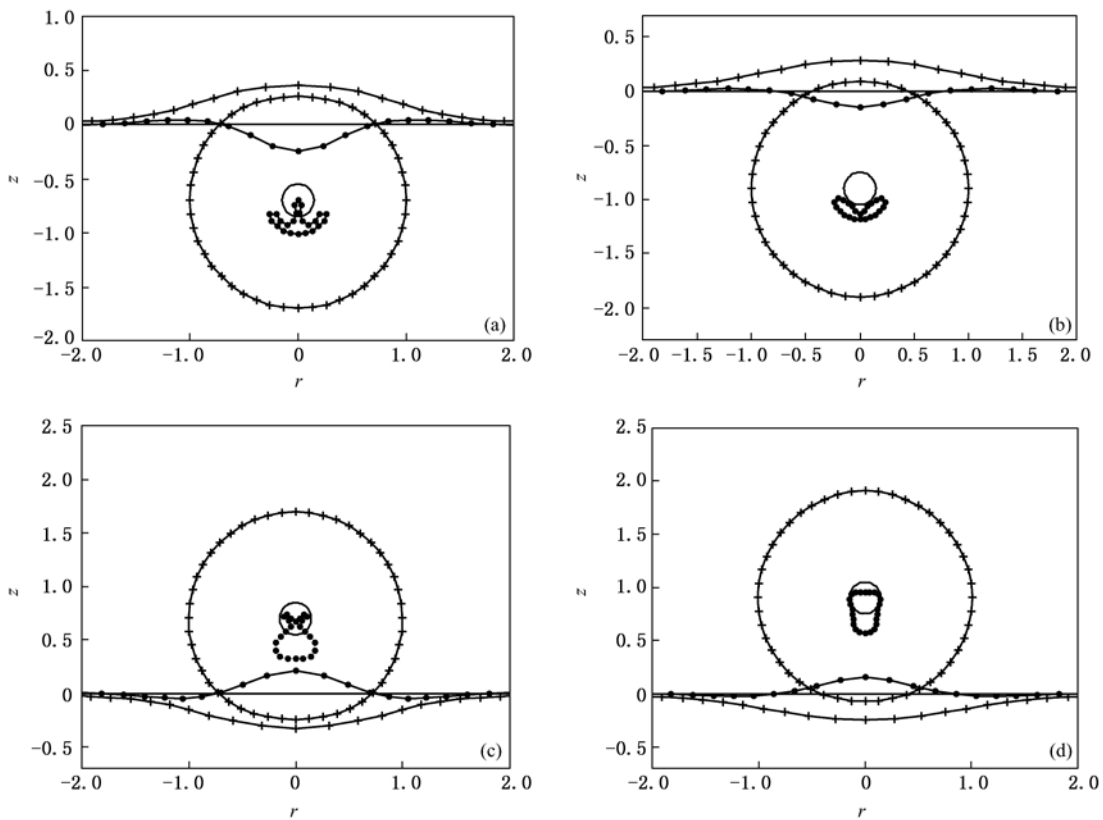


图 9 气泡在被弹性膜隔开的两种不同密度的液体附近的运动特性, 弹性模量  $E_{mem} = 0.132$  (a)  $\alpha = 1.2, H_0 = 0.7$ , 气泡运动过程的无量纲时间分别为  $t = 0, 0.99, 1.96$ ; (b)  $\alpha = 1.2, H_0 = 0.9$ , 气泡运动过程的无量纲时间分别为  $t = 0, 0.97, 1.97$ ; (c)  $\alpha = 0.9, H_0 = 0.7$ , 气泡运动过程的无量纲时间分别为  $t = 0, 0.93, 2.02$ ; (d)  $\alpha = 0.9, H_0 = 0.9$ , 气泡运动过程的无量纲时间分别为  $t = 0, 0.98, 2.01$

### 3.3. 考虑浮力的结果

对于直径较大的气泡, 浮力是必须考虑的因素<sup>[1,2,13,14]</sup>. 由于浮力的方向是与重力的方向相反, 而且弹性膜对气泡的作用是从靠近膜的位置开始的, 因此本文在讨论浮力对气泡动态特性的影响

时, 取弹性膜的位置分别在气泡的上部和下部, 但是弹性膜两侧的流体密度是相同的, 即  $\alpha = 1.0$ . 本文取浮力参数为 0.1 和 0.05 时, 研究气泡在不同初始距离和弹性模量的运动特性, 列举了气泡在这几个参数的作用下出现的特殊的射流现象, 浮力对气泡动态特性的影响, 数值结果如图 10—15 所示.

图 10 中描述单个气泡在弹性膜下方,初始时刻到弹性膜的无量纲距离  $H_0 = 1.0$ ,无量纲弹性模量  $E_{mem} = 0.156$ ,浮力参数  $\delta^2 = 0.05$  时的运动特性.重力方向向下从而在气泡表面产生了竖直向上的浮力.图 10 中实线表示气泡初始  $t=0$  时刻的形状,气泡在  $t=1.03$  时刻膨胀到最大体积,此时弹性膜隆起,随后气泡开始坍塌,由于浮力的作用,气泡产生了向上的射流.

图 11 中列出了特征参数与图 10 中相同的算例,但是弹性膜的位置从气泡的上部换到了气泡的下部,气泡距离弹性膜的无量纲距离仍然为 1.0.从图中可以看到气泡也产生了朝向浮力方向的射流,由于弹性模量相对较小并且气泡距离弹性膜的距离也较远,浮力在气泡的脉动过程中占主要地位.

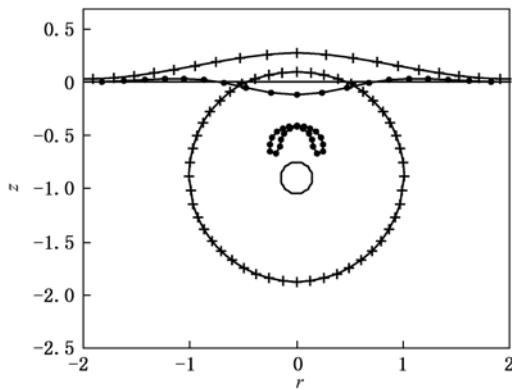


图 10  $E_{mem} = 0.156, H_0 = 0.9, \delta^2 = 0.05$ , 气泡运动过程的无量纲时间分别为  $t=0, 0.98, 2.00$

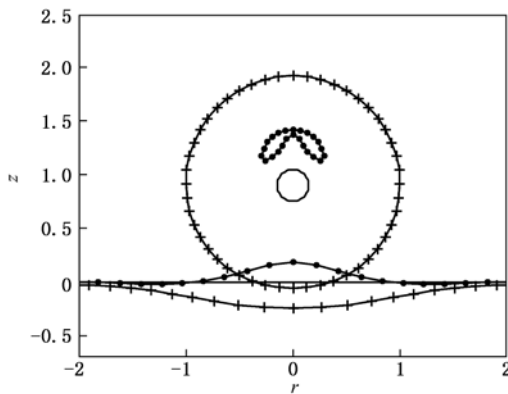


图 11  $E_{mem} = 0.156, H_0 = 0.9, \delta^2 = 0.05$ , 气泡运动过程的无量纲时间分别为  $t=0, 0.92, 1.99$

图 12 中描述单个气泡在弹性膜下方,初始无量纲深度  $H_0 = 0.6$ ,弹性模量  $E_{mem} = 0.15$ ,浮力参数  $\delta^2 = 0.1$  时的运动特性.图中实线代表气泡的初始

位置;随着气泡的膨胀,在  $t=0.92$  时刻达到最大体积,弹性膜被隆起;随后气泡开始坍塌,气泡在弹性膜和浮力的共同作用下运动,在  $t=2.01$  时刻形成了贝壳状,如图 12 中点划线所示,此时弹性膜拉伸的无量纲位移为 0.23.

图 13 中描述了在同样特征参数条件,不同弹性膜的位置下气泡的运动特征.在图中可以看到在气泡的运动过程中,浮力占了主导,在弹性膜和浮力的共同作用下产生了向上的射流,而没有从中间分裂.弹性膜在气泡坍塌的最后时刻的无量纲位移为 0.41,大于图 12 中的算例.

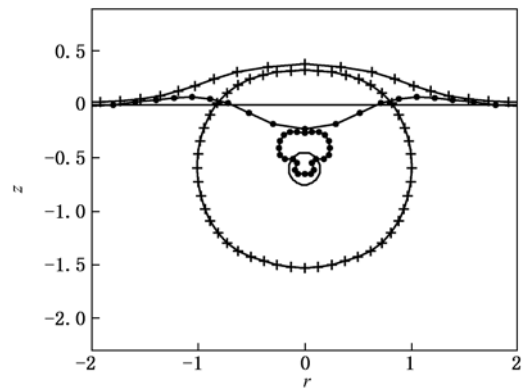


图 12  $E_{mem} = 0.15, H_0 = 0.6, \delta^2 = 0.1$ , 气泡运动过程的无量纲时间分别为  $t=0, 0.92, 2.01$

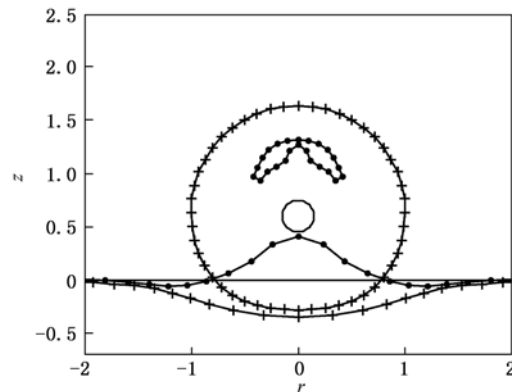


图 13  $E_{mem} = 0.15, H_0 = 0.6, \delta^2 = 0.1$ , 气泡运动过程的无量纲时间分别为  $t=0, 0.92, 1.98$

图 14 中描述单个气泡在弹性膜下方,初始无量纲深度  $H_0 = 0.6$ ,弹性模量  $E_{mem} = 2.0$ ,浮力参数  $\delta^2 = 0.05$  时的运动特性.图中实线代表气泡的初始位置, $t=0.97$  时刻气泡膨胀到最大体积,由于弹性膜的弹性模量较大,弹性膜被微微隆起,气泡也已经成为非球状,随后气泡开始坍塌,在  $t=1.95$  时刻,气泡达到最小体积,并在弹性膜和浮力的作用下生成

了尾巴.

图 15 中描述了在同样特征参数条件,不同弹性膜的位置条件下气泡的运动特征. 从图中可以看到,随着气泡的膨胀,在  $t = 0.92$  时刻达到最大体积,气泡在最大体积时刻已经为非球状,如图中加号线所示;随后气泡开始坍塌,气泡在弹性膜和浮力的共同作用下运动,在  $t = 1.94$  时刻形成了扇子状,如图 15 中点划线所示.

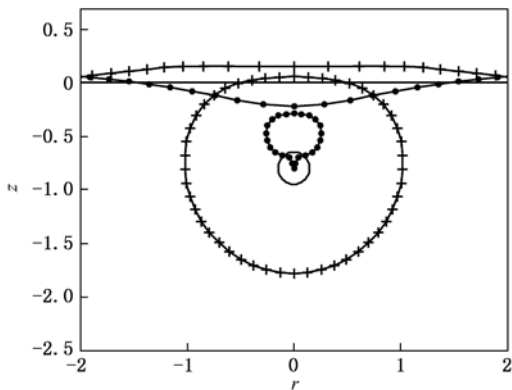


图 14  $E_{mem} = 2, H_0 = 0.8, \delta^2 = 0.05$ , 气泡运动过程的无量纲时间分别为  $t = 0, 0.97, 1.95$

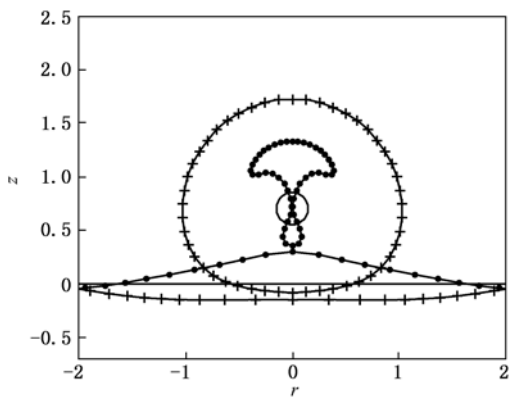


图 15  $E_{mem} = 2, H_0 = 0.6, \delta^2 = 0.05$ , 气泡运动过程的无量纲时间分别为  $t = 0, 0.92, 1.94$

从上述讨论中可以看到,气泡在弹性膜和浮力的共同作用下运动时,气泡的运动更加复杂,弹性膜的位置对气泡的射流形态有很大的影响,弹性膜的存在使气泡产生分裂,浮力的存在使气泡产生与重力方向相反的射流.

当  $H_0 = 0.6, E_{mem} = 0.15$  时气泡的中心位置随时间变化曲线如图 16 所示,图中纵坐标代表气泡中心的位置. 图中实线代表忽略浮力的影响,虚线代表考虑浮力的作用. 从图中可以看出,当浮力参数  $\delta^2 = 0$  时,气泡先是在膨胀阶段受到弹性膜的排斥力的作用,产生向下的位移,然后在气泡坍塌的最后阶段又受到弹性膜的吸引,气泡中心位置迅速向上移动;当气泡的浮力参数  $\delta^2 = 0.1$  时,气泡在整个膨胀、收缩过程中,气泡都是向上运动的.

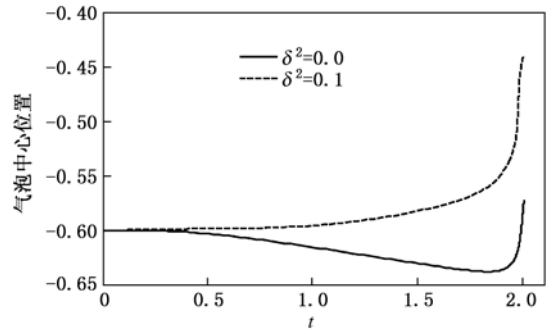


图 16  $H_0 = 0.6, E_{mem} = 0.15$  时气泡中心位置随时间变化曲线

#### 4. 结 论

本文计入浮力、表面张力、流体的不同密度比的影响,采用边界元方法模拟弹性膜附近气泡的运动过程,并且通过不同参数的计算,分析气泡的射流特性. 通过以上的分析,得出如下主要结论:

1. 弹性膜在回弹过程中会形成沿气泡表面扰动,使气泡在坍塌时中部变细,形成蘑菇状;
2. 在不考虑浮力的情况下,气泡在两种密度液体交界面附近脉动( $E_{mem} = 0$ ),当  $\alpha < 1$  时,气泡会产生朝向高密度液体的射流,当  $\alpha > 1$  时,气泡会产生远离低密度液体的射流;
3. 当弹性膜两侧为同种液体时,弹性膜的的中心最大位移随着气泡初始距离和弹性模量的增加而减小,弹性膜运动的周期随弹性模量的增大而减小,随气泡距离弹性膜的距离增大而增大;
4. 浮力和弹性膜的共同作用,使气泡的运动特性复杂,气泡运动过程中会产生朝向、远离弹性膜的射流或者从气泡中间分裂.



- [1] Cole R H (Translated by Luo Y J, Han R Z, Guan X) 1965 *Underwater Explosion* (Beijing: National Defence Industrial Press) p163—234 (in Chinese) [库尔 R H. 著 罗耀杰、韩润泽、官信译 1965 水下爆炸(北京:国防工业出版社)第 163—234 页]
- [2] Klaseboer E, Hung K C, Wang C, Wang C W, Khoo B C, Boyce P, Debono S, Charlier H 2005 *J. Fluid. Mech.* **537** 387
- [3] Qi D M, Lu C J, He Y S 1999 *Shanghai J. Mech.* **20** 1 (in Chinese) [戚定满、鲁传敬、何友声 1999 上海力学 **20** 1]
- [4] Blake J R, Gibson D C 1987 *Ann. Rev. Fluid Mech.* **19** 99
- [5] Benjamin T B, Ellis A T 1966 *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* **260** 221
- [6] Lauerborn W, Belle H 1975 *J. Fluid Mech.* **72** 391
- [7] Gao B, Zhang H H, Zhang C 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1714 (in Chinese) [高波、张寒虹、张驰 2003 物理学报 **52** 1714]
- [8] Xu R Q, Chen X, Shen X H, Lu J, Ni X W 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 1413 (in Chinese) [徐荣青、陈笑、沈中华、陆建、倪晓武 2004 物理学报 **53** 1413]
- [9] Zhao R, Xu R Q, Shen Z H, Lu J, Ni X W 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 4783 (in Chinese) [赵瑞、徐荣青、沈中华、陆建、倪晓武 2006 物理学报 **55** 4783]
- [10] Brujan E A, Nahen K, Schmidt P, Vogel A 2001 *J. Fluid Mech.* **433** 251
- [11] Shaw S J, Jin Y H, Gentry T P, Emmony D C 1999 *Phys. Fluids* **11** 2437
- [12] Turangan C K, Ong G P, Klaseboer E, Khoo B C 2006 *J. App. Phys.* **100** 054910
- [13] Zhang A M, Yao X L 2008 *Chin. Phys. B* **17** 927
- [14] Klaseboer E, Khoo B C 2004 *Comput. Mech.* **33** 129

## Numerical simulation of bubbles coupled with an elastic membrane\*

Wang Shi-Ping<sup>†</sup> Zhang A-Man Liu Yun-Long Yao Xiong-Liang

(College of Shipbuilding Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

(Received 28 November 2010; revised manuscript received 14 December 2010)

### Abstract

Based on the previous studies, the numerical model of oscillating bubble coupling with elastic membrane is built under the consideration of buoyancy, surface tension and different fluid density ratios. Provided that the fluid around bubble is incompressible the boundary element method is adopted to solve this model and the numerical results coincide well with the Turangan's experimental results. Through the numerical simulation of the oscillating bubble near elastic membrane, the characteristics of bubble are discussed in fluids of the same density or different densities separated by the elastic membrane, together with the jet features under the combination of elastic membrane and buoyancy. All these work is to present references to the research on dynamic behavior of bubble near elastic membrane.

**Keywords:** elastic membrane, bubble, boundary integral method, buoyancy

**PACS:** 47.55.dd, 47.11.Hj, 47.55.dk

\* Project supported by the State Key Program of National Natural Science of China (Grant No. 50939002), the National Natural Science Foundation of China—NSAF (Grant No. 10976008), the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 50809018, 50779007), the Fundamental Research Funds for the Central Universities (Grant No. HEUCFZ1001), the 12th Fok Ying Tung Education Foundation, China (Grant No. 121073).

<sup>†</sup> E-mail: shipingwang316@gmail.com