

# TM 模式下二维非磁化等离子体光子晶体的禁带调制特性分析\*

章海锋<sup>1)2)</sup> 刘少斌<sup>1)†</sup> 孔祥鲲<sup>1)3)</sup>

1)(南京航空航天大学信息科学与技术学院, 南京 210016)

2)(炮兵学院南京分院, 南京 211132)

3)(镇江船艇学院, 镇江 212003)

(2010年6月13日收到; 2010年7月7日收到修改稿)

采用时域有限差分法(FDTD)中的分段线性电流密度卷积(PLCDRC)算法研究了TM波入射时二维非磁化等离子体光子晶体的禁带特性. 从频域角度分析得到微分高斯脉冲的透射系数, 并讨论该光子晶体的介质圆柱的介电常数、晶格常数、介质圆柱半径、周期常数和等离子体参数对其禁带特性的影响. 结果表明, 增加周期常数和等离子体碰撞频率不会改变禁带宽度, 增加介质圆柱的相对介电常数和等离子体频率可以展宽禁带的宽度. 当填充率一定时, 减小介质圆柱的半径和晶格常数可以实现禁带的拓展.

**关键词:** 等离子体, 光子晶体, 禁带, PLCDRC 算法

**PACS:** 52.77.-j, 42.40.-w, 52.65.-y, 52.27.Lw

## 1. 引言

光子晶体是本世纪初备受关注的研究热点之一, 上世纪80年代末, John<sup>[1]</sup>, Yablonovitch<sup>[2]</sup>等最早提出了光子晶体的概念. 光子晶体由多种介质材料构成, 不同介质材料的结构在空间中呈周期性分布, 通常以不同的空间分布将光子晶体划分为一维、二维和三维光子晶体. 光子晶体具有一定的光子带隙, 落在带隙中的电磁波禁止传播, 从而产生了光子禁带. 人们利用光子晶体的这个特性可以制造高效率 and 零阈值的激光器<sup>[3]</sup>、高品质的激光谐振腔<sup>[4]</sup>、以及高效发光二极管<sup>[5]</sup>等器件. 等离子体光子晶体是光子晶体的一种, 由 Hojo 等<sup>[6]</sup>提出. 它由呈人工周期性结构的等离子体和介质或真空构成. 等离子体是一种具有色散特性和耗散特性的介质, 此特性使等离子体光子晶体具有常规介质光子晶体所不具有的光子禁带特性<sup>[7,8]</sup>. 目前大量的研究工作主要还是集中在一维等离子体光子晶体的禁带和缺陷特性上. Hojo, Shiveshwair<sup>[9]</sup>, 李伟<sup>[10]</sup>和刘

少斌<sup>[11,12]</sup>等国内外学者做了大量的理论研究工作<sup>[13-15]</sup>. 关于二维等离子体光子晶体的理论研究还不够深入. 另一方面, 等离子体可以通过调节外部磁场、等离子体密度和温度等参数改变其电磁特性, 工程上用此特性将二维等离子体光子晶体制成的可调谐微波器件, 如滤波器、全反射镜、波导和功分器等. 因此研究二维等离子体光子晶体的禁带调制特性是设计实现此类微波器件的关键, 在理论和工程上都较有价值.

本文主要针对二维非磁化等离子体光子晶体进行研究. 以微分高斯脉冲作为激励源, 采用时域有限差分法(FDTD)中的分段线性电流密度卷积(PLCDRC)算法<sup>[16,17]</sup>研究均匀、非时变的二维非磁化等离子体光子晶体的禁带调制特性, 并对TM波在光子晶体的传播进行了仿真计算. 通过计算电磁波的透射系数, 获得光子晶体的禁带(文中光子禁带的阈值设定为透射系数小于-30 dB)调制特性. 然后, 讨论二维非磁化等离子体光子晶体的介质圆柱的相对介电常数、晶格常数、介质圆柱半径、周期常数和等离子体参数对光子禁带的影响.

\* 国家自然科学基金(批准号:60971122)资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: LSB@nuaa.edu.cn

## 2. 用于仿真计算的 PLCDRC-FDTD 算法

本文采用非磁化等离子体的 PLCDRC -FDTD 算法进行仿真计算. 该算法不仅可以保证较低的计算时间和存储空间, 而且具有较高的计算精度.

该算法的电场和卷积的迭代方程如下<sup>[17]</sup>:

$$E^{n+1} = \frac{1}{1 + \frac{\Delta t}{2\varepsilon_0}(\sigma^0 - \xi^0)} \left[ \left(1 - \frac{\Delta t}{2\varepsilon_0}\xi^0\right)E^n + \frac{\Delta t}{\varepsilon_0}(\nabla \times \mathbf{H})^{n+1/2} - \frac{\Delta t}{2\varepsilon_0}\Psi^n \right], \quad (1)$$

$$\Psi^n = (\sigma^0 + \sigma^1 - \xi^0 - \xi^1)E^n + (\xi^1 + \xi^0)E^{n-1} + \exp(-\nu\Delta t)\psi^{n-1}, \quad (2)$$

式中  $E$  是电场强度分量,  $\mathbf{H}$  是磁场强度,  $\varepsilon_0$  为真空中的介电常数,  $\Delta t$  为时间步长. (1), (2) 式中的其他参量定义见文献[17]. 磁场的迭代公式与常规 FDTD 公式相同. 电介质部分的处理与常规 FDTD 算法相同.

## 3. 物理模型与仿真计算

用于仿真计算的二维非磁化等离子体光子晶体的物理模型如图 1 所示. 用周期排列的介质圆柱来填充非磁化等离子体构成二维非磁化等离子体光子晶体, 栅格为正方形. 介质圆柱在  $z$  方向上为无限长, TM 波沿着  $x$  轴正方向入射, 入射波的频率范围为 0—30 GHz. 用  $a$  表示二维非磁化等离子体光子晶体的晶格常数, 用  $N$  表示该光子晶体的周期数,  $R$  为介质圆柱的半径. 仿真计算的初始参数设定为: 周期常数  $N = 10$ , 介质圆柱的半径  $R = 2.5$  mm, 晶体格常数  $a = 10$  mm, 介质圆柱的相对介电常数  $\varepsilon_1 = 7$ , 等离子体频率

$$\omega_p = 4.8\pi \times 10^9 \text{ rad/s},$$

等离子体的碰撞频率

$$\nu = 2.7 \times 10^9 \text{ rad/s}.$$

取 FDTD 计算的空间步长取  $\Delta x = \Delta y = 0.5$  mm, 根据 Courant 条件, 取时间步长  $\Delta t = 1$  ps. 将大小为 100 mm × 100 mm 的等离子体光子晶体划分为 200 × 200 的计算网格范围. 计算空间的四周各设四个吸收边界, 用于吸收截断边界时产生的反射. 吸收边界为完全匹配层 (PML), 占据 5 个网格. 沿 + $x$

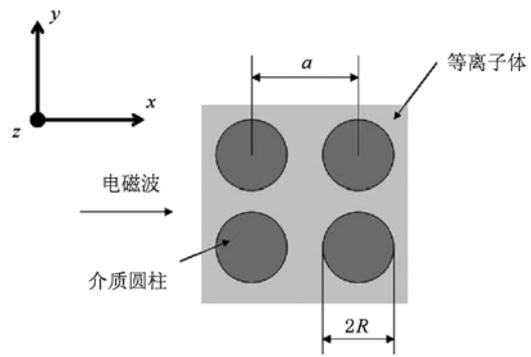


图 1 二维非磁化等离子光子晶体的物理模型

轴传播的入射电磁波为高斯脉冲, 该脉冲的表达式由下式给出:

$$E_i(t) = -A \cdot (t - 6\tau) \exp\left(-\frac{4\pi(t - 6\tau)^2}{30\tau^2}\right),$$

$$(t \leq 10\tau), E_i(t) = 0, (t > 10\tau),$$

公式中  $\tau$  为常量,  $\tau$  的取值与入射波的频率有关,  $\tau$  值越小则高频分量越多, 仿真计算时  $\tau$  取 20, 取常量  $A = 4.67$  V/m. 为了获得二维非磁化等离子体光子晶体的禁带特性, 在计算 10000 步后, 用在时域得到的电场分量通过傅里叶变换转换到频域, 然后在频域里求透射系数. 图 2 给出了介质圆柱的相对介电常数  $\varepsilon_1$  分别取 1, 4.5, 7, 10 时与透射系数的关系. 由图 2 可知, 二维非磁化等离子体光子晶体和介质光子晶体一样可以实现光子带隙, 但其禁带特性又与一般介质光子晶体不同. 下面就以介质圆柱的相对介电常数、晶格常数、介质圆柱半径, 周期常数和等离子体参数为参量来研究其禁带特性.

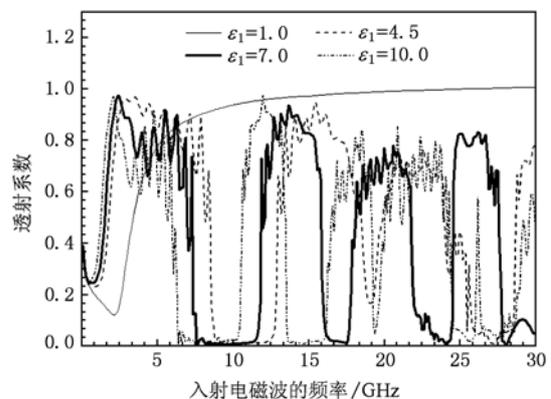


图 2  $\varepsilon_1 = 1, 4.5, 7, 10$  时的频域透射系数

## 4. 二维非磁化光子晶体的禁带特性

### 4.1. 介质圆柱相对介电常数对禁带特性的影响

图3给出了  $\epsilon_1 = 1$  变化到 12 时与透射系数的关系. 由图2和图3可知, TM 波入射由周期排列的空气圆柱和等离子体组成二维非磁化等离子体光子晶体时不能形成光子禁带. 随着  $\epsilon_1$  的增加光子禁带将逐步出现, 带宽逐渐增加, 继续增加  $\epsilon_1$  值, 第二光子禁带将会出现. 随着  $\epsilon_1$  的增大禁带的中心频率向低频方向移动, 光子禁带不具有周期特性. 因此, 调节  $\epsilon_1$  的大小不但可以实现对禁带中心频率的调节, 而且可以实现对禁带宽度的拓展, 同时还可以控制禁带的数目. 这个特性可以用于设计宽带滤波器.

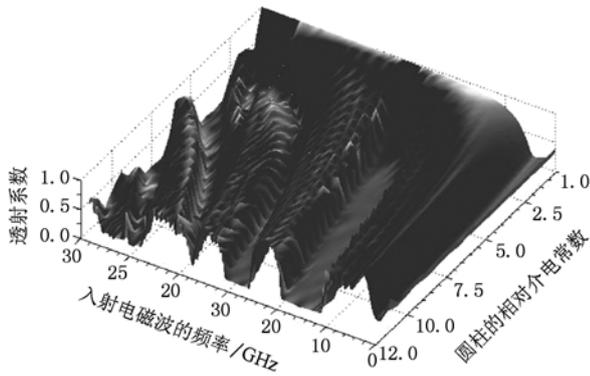


图3  $\epsilon_1 = 1$  到 12 时的频域透射系数

### 4.2. 周期常数对禁带特性的影响

图4给出了周期常数  $N$  分别取 9, 16, 20, 30 时与透射系数的关系. 由图4可知, 随着周期常数  $N$  的增加禁带的数目逐渐增加, 但是一味的增加周期常数  $N$  不能够实现禁带宽度的拓展. 如图所示  $N = 9$  时的光子晶体不具有第二光子禁带, 而当  $N = 16$  时光子晶体已经具有第二光子禁带了. 再将  $N$  增大到 20 时, 光子晶体出现了第三光子禁带, 但是此时第一、二光子禁带的宽度几乎保持不变. 另一方面随着周期常数  $N$  的增加, 透射系数的大小将逐渐减小, 禁带的截止效果也越好. 这主要是因为等离子体是一种耗散性介质, 电磁波在其中传播时会和等离子体发生碰撞作用并将电磁波的一部分能量转换为等离子体的内能. 随着  $N$  的增加, 等离子体

对电磁波的吸收效果也显著增加, 透射系数因而会显著减小.

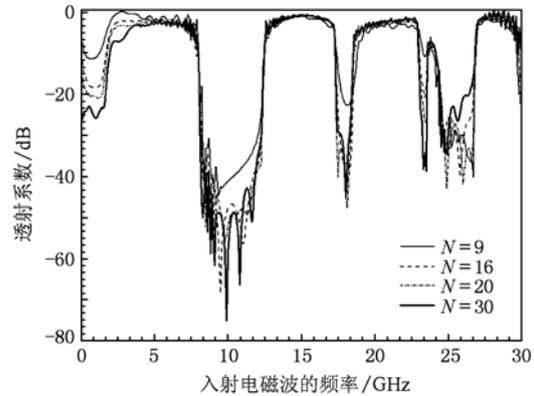


图4  $N = 9, 16, 20, 30$  时的频域透射系数

### 4.3. $R$ 和 $a$ 对禁带特性的影响

图5给出了介质圆柱半径  $R$  分别等于 2.25, 2.5, 4, 5 mm 时与透射系数的关系, 图6给出了晶格常数  $a$  分别等于 9, 10, 18, 25 mm 时与透射系数的关系. 由图5可知, 当晶格常数  $a$  为定值时, 光子禁带的带宽会随着  $R$  的增大而逐渐减小, 禁带的中心频率向低频方向移动, 当  $R$  增大到  $a/2$  时, 光子禁带几乎完全消失. 这是因为当  $R = a/2$  时彼此相邻的介质圆柱已经相切, 此时的光子晶体将变成用非磁化等离子体填充相对介电常数为  $\epsilon_1$  的介质构成的二维光子晶体. 因为介质背景的介电常数相对等离子体来说较大, 在 TM 模式下光子晶体不会有明显的带隙. 由图6可知, 当介质圆柱半径  $R$  大小时, 光子禁带的带宽会随着  $a$  的增大而逐渐减小, 禁带的中心频率向低频方向移动, 光子禁带的数目将逐渐减少, 禁带特性变差直至完全消失. 改变  $R$  和  $a$  的大小实质上是改变填充率  $f (f = \pi R^2/a^2)$  的大小. 结合图5和图6可知, 当  $a$  一定改变  $R$  时, 填充率  $f$  的变化范围是  $[0.159, 0.785]$ , 当  $R$  一定改变  $a$  时, 填充率  $f$  的变化范围是  $[0.03, 0.242]$ . 要获得较好的禁带特性并实现对禁带的控制, 填充率  $f$  的变化范围应该至少满足  $[0.159, 0.242]$ . 综上所述, 当等离子体光子晶体的填充率  $f$  满足  $f \in [0.159, 0.242]$  时, 当  $a$  一定时, 减小  $R$  可以实现禁带宽度的拓展, 中心频率向高频方向移动. 当  $R$  一定时, 减小  $a$  可以实现禁带宽度的拓展, 中心频率向高频方向移动. 在填充率一定的情况下, 改变介质圆柱半径  $R$  和晶格常数  $a$  的大小, 可以对禁带的宽度进行

调节以获得较好的禁带特性.

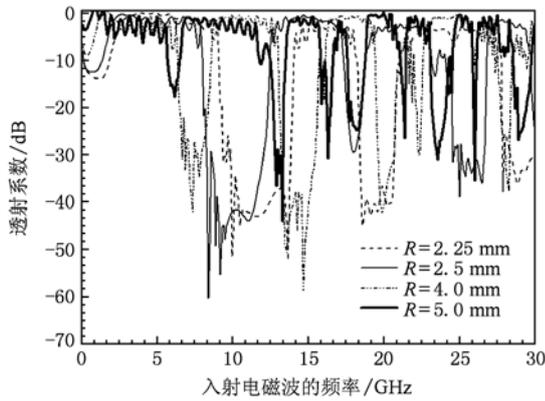


图5  $R=2.25, 2.5, 4, 5$  mm时的频域透射系数

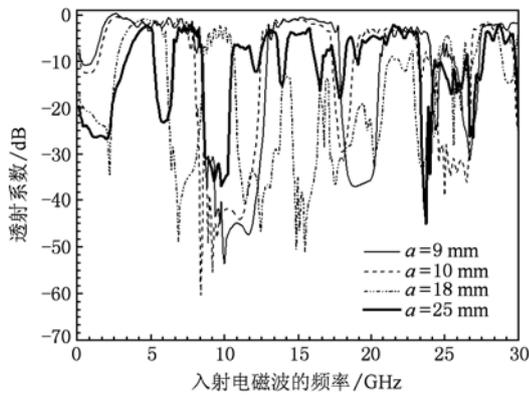


图6  $a=9, 10, 18, 25$  mm时的频域透射系数

#### 4.4. 等离子体参数对禁带特性的影响

图7给出了等离子体频率  $\omega_p = 2, 10, 15, 25$  GHz 时与透射系数的关系. 图8给出了等离子体频率  $\omega_p = 1$  到 25 GHz 时与透射系数的关系. 由图7和图8可知, 等离子体频率越小禁带特性越明显. 禁带的中心频率会随着等离子体频率的增大而向高频方向移动. 透射系数的峰值会随等离子体频率的增大而先减小后增大,  $\omega_p = 25$  GHz 时, 禁带已经完全消失. 当等离子体频率增大到一定值时, 透射系数峰值会陡然减小. 这主要是因为当入射电磁波的频率接近最大等离子体频率时, 由于电磁波的频率接近截止区<sup>[18]</sup>, 等离子体对电磁波的衰减将变得非常大, 即共振衰减. 当入射电磁波的频率远离最大等离子体频率时, 等离子体对电磁波的衰减主要是碰撞吸收. 共振衰减的影响比碰撞衰减大很多, 当入射波的频率远小于等离子体频率时, 入射波完全被

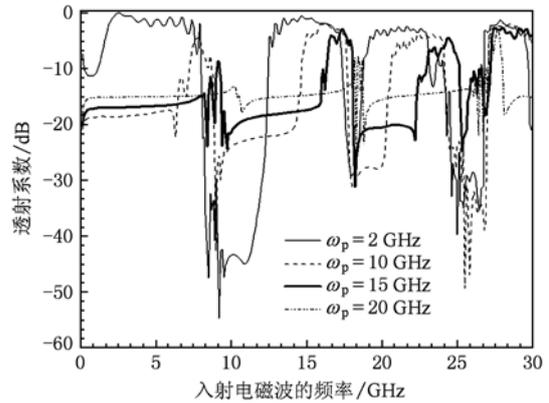


图7  $\omega_p = 2, 10, 15, 20$  GHz 时的频域透射系数

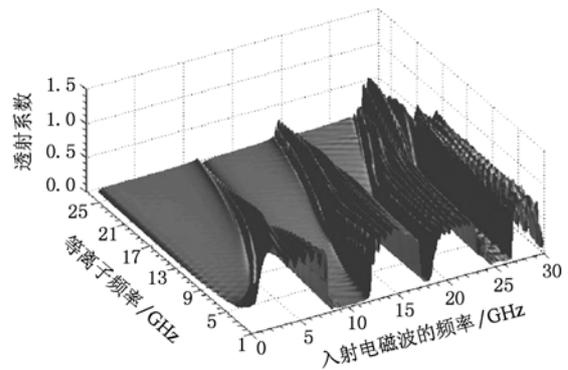


图8  $\omega_p = 1$  到 25 GHz 时的频域透射系数

反射. 所以改变等离子体频率可以很好地控制禁带的宽度进行拓展.

图9给出了等离子体碰撞频率  $\nu = 1, 10, 30, 50$  GHz 时与透射系数的关系. 图10给出了等离子体碰撞频率  $\nu = 1$  到 52 GHz 时的透射系数的关系. 由图9和图10可知, 等离子体的碰撞频率对

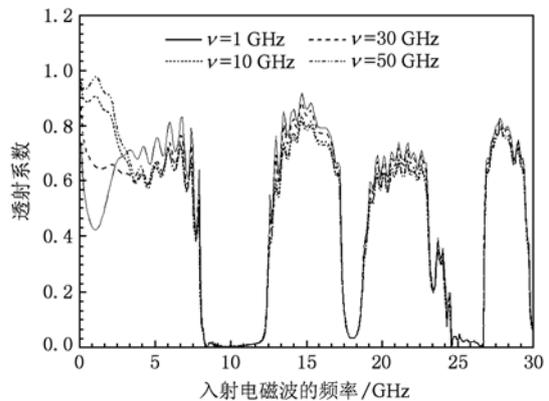
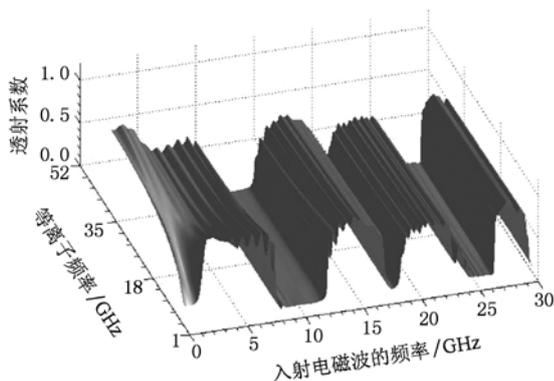


图9  $\nu = 1, 10, 30, 50$  GHz 时的频域透射系数

图 10  $\nu=1$  到 52 GHz 时的频域透射系数

禁带特性影响不大,中心频率和禁带宽度几乎保持不变.透射系数峰值先是随等离子体碰撞频率的增加而减小,但当等离子体碰撞频率增加到一定值时,透射系数峰值几乎不会随碰撞频率的进一步增加而有明显地减小.这主要是因为等离子体中的电子被电磁波的电场加速,吸收电磁波的能量,同时,通过碰撞把能量传给中性粒子和离子.由衰减常数与碰撞频率的关系<sup>[18]</sup>可得,当电磁波的频率较低时,等离子体的碰撞频率越小,衰减常数越大;当电磁波的频率较高时,等离子体的碰撞频率越大,衰减常数越小.

## 5. 结 论

本文用 FDTD 中非磁化等离子体的 PLCDRC 算法,在不考虑外磁场作用的情况下,对二维等离子体光子晶体进行了电磁仿真计算,分析了介质圆柱的相对介电常数、晶格常数、介质圆柱半径,周期常数和等离子体参数对其禁带的影响.计算结果表明:改变二维非磁化等离子体光子晶体的周期数和等离子体的碰撞频率不能有效地拓展光子禁带,仅仅对透射系数峰值产生影响.改变光子晶体的周期常数和介质圆柱的相对介电常数可以调节光子禁带的数目.调节介质圆柱的相对介电常数和等离子体频率可以实现对光子禁带的拓展,但是当等离子体频率远远大于入射波频率时,光子禁带将消失.调节介质圆柱的半径和晶格常数的大小,实质上是对填充率进行调节,在一定的填充率变换范围内(如本文  $f \in [0.159, 0.242]$ ),可以通过改变  $R$  和  $a$  这两个参数来实现对特定禁带的调制.

上述分析表明,合理地选择介质圆柱的介电常数、晶格常数、介质圆柱半径,周期常数和等离子体参数可以获得特定的光子禁带,为设计二维非磁化等离子体光子晶体的微波器件提供了参考.

- [1] John S 1987 *Phys. Rev. Lett.* **58** 2486
- [2] Yablonovitch E 1987 *Phys. Rev. Lett.* **58** 2059
- [3] Yakoyama H, Nishi K, Anan T 1992 *Opt & Quant Electron.* **24** 245
- [4] Villeneuve P R, Fan S, Joannopoulos J D 1996 *Phys. Rev. B* **54** 7837
- [5] Fan S, Villeneuve P R, Joannopoulos J D 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 3294
- [6] Hojo H, Mase A 2004 *J. Plasma Fusion Res.* **80** 89
- [7] Qi L M, Yang Z Q, Lan Feng, Gao X, Li D Z 2010 *Chin. Phys. B* **19** 034210
- [8] Liu S B, Mo J J, Yuan N C 2005 *Acte. Phys. Sin.* **54** 2804 (in Chinese) [刘少斌、莫锦军、袁乃昌 2005 物理学报 **54** 2804]
- [9] Shiveshwari L, Mahto P 2006 *Solid State Communications* **138** 160
- [10] Li W, Wei Y Y, Xie H Q, Liu S G, Gong M L 2003 *Chin. Phys.* **12** 532
- [11] Ma Li, Zhang H F, Liu S B 2008 *Acte. Phys. Sin.* **57** 5089 (in Chinese) [马力、章海锋、刘少斌 2008 物理学报 **57** 5089]
- [12] Zhang H F, Ma Li, Liu S B 2009 *Acte. Phys. Sin.* **58** 1071 (in Chinese) [章海锋、马力、刘少斌 2009 物理学报 **58** 1071]
- [13] Qi L M, Yang Z Q, Lan F, Gao X, Shi Z J 2010 *Phys. Plasmas* **17** 042501
- [14] Guo B 2009 *Phys. Plasmas* **16** 043508
- [15] Hojo H, Mase A 2009 *J. Plasma Fusion Res.* **8** 477
- [16] Liu S B, Yuan N C, Mo J J 2003 *IEEE Microwave and Wireless Components Lett.* **13** 187
- [17] Liu S B, Yuan N C, Liu S Q, Mo J J 2003 *IEEE Proc. Microw. Antennas. Propag.* **152** 189
- [18] Liu S B, Liu S, Hong W 2010 *Finite Difference Time Domain Method for Dispersive Media* (Beijing: Science Press) p315 (in Chinese). [刘少斌、刘崧、洪伟 2010 色散介质的时域有限差分算法(北京:科学出版社)第 315 页]

# Analys of the properties of tunable prohibited band gaps for two-dimensional unmagnetized plasma photonic crystals under TM mode<sup>\*</sup>

Zhang Hai-Feng<sup>1)2)</sup> Liu Shao-Bin<sup>1)†</sup> Kong Xiang-Kun<sup>1)3)</sup>

1) (*College of Information Science & Technology, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 210016, China*)

2) (*Nanjing Branch, Artillery Academy, Nanjing 211132, China*)

3) (*Zhenjiang Watercraft College, Zhengjiang 212003, China*)

(Received 13 June 2010; revised manuscript received 7 July 2010)

## Abstract

The piecewise linear current density recursive convolution (PLCDRC) on finite-difference time-domain (FDTD) method is applied to study the properties of prohibited band gaps for TM wave propagation in the two-dimensional unmagnetized plasma photonic crystal. In frequency-domain, the transmission coefficient of electromagnetic differential Gaussian pulses are computed and we analyzed the effect on properties of tunable prohibited band gaps for the two-dimensional unmagnetized plasma photonic crystals by its relative permittivity of column, lattic constant, dielectric column radius, periodic constant and parameters of plasma. The results showed that the prohibited band gaps can not be broadened by inceasing periodic constant and plasma collision frequency, but can be broadened by increasing relative permittivity of column and plasma frequency. The prohibited gaps also can be widened by decreasing the lattic constant and dielectric column radius for fill rate of a certain value.

**Keywords:** plasma, photonic crystals, prohibit band gaps, piecewise linear current density recursive convolution method

**PACS:** 52.77.-j, 42.40.-w, 52.65.-y, 52.27.Lw

---

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60971122).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: LSB@nuaa.edu.cn