

考虑网络流量的无标度网络病毒免疫策略研究*

王亚奇¹⁾ 蒋国平^{1)2)†}

1) (南京邮电大学控制与智能技术研究中心, 南京 210003)

2) (南京邮电大学自动化学院, 南京 210003)

(2010年8月22日收到; 2010年9月9日收到修改稿)

考虑网络交通流量对病毒传播行为的影响, 基于平均场理论研究无标度网络上的病毒免疫策略, 提出一种改进的熟人免疫机理. 理论分析表明, 在考虑网络交通流量影响的情况下, 当免疫节点密度较小时, 随机免疫几乎不能降低病毒的传播速率, 而对网络实施目标免疫则能够有效抑制病毒的传播, 并且选择度最大的节点进行免疫与选择介数最大的节点进行免疫的效果基本相同. 研究还发现, 对于网络全局信息未知的情况, 与经典熟人免疫策略相比, 所提出的免疫策略能够获得更好的免疫效果. 通过数值仿真对理论分析进行了验证.

关键词: 无标度网络, 病毒传播, 交通流量, 免疫策略

PACS: 02. 50. Le, 05. 65.+ b, 05. 70. Np

1. 引言

复杂网络传播动力学研究具有重要的理论意义和应用价值^[1], 因此越来越受到人们的关注. 为了描述病毒在网络上的传播过程, 人们提出了各种各样的病毒传播模型, 但目前研究较多的依然是易染状态-感染状态-易染状态 (susceptible-infected-susceptible, 简记为 SIS) 模型^[2,3] 和易染状态-感染状态-被移除状态 (susceptible-infected-removed, 简记为 SIR) 模型^[4]. 利用 SIS 和 SIR 两种经典模型, 人们详细分析了病毒在无标度网络^[5,6] 上的传播特性, 并得出了重要的阈值结论: 无论病毒的有效传播率 λ 多么低, 病毒始终都能够在规模无限大的无标度网络中传播. 最近, 人们又利用易染状态-感染状态 (susceptible-infected, 简记为 SI) 模型深入研究了病毒在无标度网络上传播所具有的层次性^[7] 以及网络的高集聚性等^[8] 对病毒传播过程的影响. 在 SI 传播模型中, 网络中每个节点都有以下两种可能的状态: 易染状态 S, 表示节点不携带病毒, 但容易被病毒感染; 感染状态 I, 表示节点已经被病毒感染, 并且始终具有传染性.

以往研究通常认为, 网络中每一个节点的感染力 (infectivity) 都等同于节点度 k , 即在每个时间里, 一个节点将和它所有邻居节点都进行接触^[9]. 然而, 这种假设在许多实际的传播过程中并不成立. 例如: 在 Internet 网络中, 如果路由器之间不存在数据包的交换就不会出现病毒在网络中的传播^[10]; 在全球航空网络中, 如果没有人在不同城市之间进行相关的旅行活动, 病毒就不可能在不同地域之间扩散^[11]; 在社会网络中, 没有蚊虫叮咬也就没有典型登革热病毒在人群中的感染^[12]. 相似的情况在现实生活中还有很多^[13]. 在上述传播过程中, 网络中节点的感染力和节点度 k 并没有直接关系, 而是取决于节点间的交互作用或网络中传输的物质^[14], Meloni 等^[15] 采用网络交通流量来描述节点间的交互作用或传输的物质, 提出了一种新的 SIS 传播模型, 通过研究该模型在无标度网络上的传播机理, 发现网络传播临界值随着交通流量的增大而减小.

研究病毒传播机理的目的在于设计出合理的免疫策略, 以便能够有效控制网络病毒的传播, 常用的免疫策略一般包括随机免疫、目标免疫和熟人免疫等^[16,17]. 借助于 SIS 和 SIR 两种传播模型, 研究

* 国家自然科学基金 (批准号: 60874091)、江苏省高等学校自然科学基金基础研究计划 (批准号: 08KJD510022)、江苏省“六大人才高峰”计划 (批准号: SJ209006)、南京邮电大学引进人才计划 (批准号: NY209021) 和江苏省高等学校研究生科研创新计划 (批准号: CX10B-193Z) 资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: jianggp@njupt.edu.cn

发现随机免疫对均匀网络比较有效,而目标免疫和熟人免疫则比较适合于无标度网络.由于SI传播模型探讨的是病毒爆发早期的传播特性,而这个阶段正是对网络实施免疫的较好时机,因此有关SI模型在复杂网络上的免疫研究开始受到人们的关注. Bai等^[18]利用SI模型研究了无标度网络上的病毒免疫机理,得到了病毒传播速率的变化与免疫节点密度之间的关系.文献[15]指出,网络交通流量显著改变了病毒的传播行为.如果考虑网络交通流量的影响,上述常用的免疫策略是否依然有效?当对网络实施目标免疫时,选择度最大的节点进行免疫与选择算法介数(algorithmic betweenness)最大的节点进行免疫的效果是否一致?显然对这些问题的研究具有重要的现实意义.

本文考虑网络交通流量的作用,提出一种新的SI传播模型,基于平均场理论,研究无标度网络上的病毒免疫机理,并给出一种改进的熟人免疫策略;在讨论目标免疫的过程中,比较选择度最大的节点进行免疫与选择算法介数最大的节点进行免疫之间的区别.研究表明,当病毒的传播行为受到网络交通流量的影响时,若免疫节点密度较小,随机免疫的免疫效果较差,而目标免疫则能够有效阻止病毒在网络中的传播,免疫效果较好,并且对度最大的节点进行免疫与对算法介数最大的节点进行免疫的效果基本相同.研究还发现,在整个网络节点度未知的情况下,采用本文所提出的免疫策略能够获得优于经典熟人免疫策略的免疫效果.通过数值仿真对所得结论进行了验证.希望本文的研究有助于对病毒在人群中的流行以及病毒在信息网络上传播的防控.

2. 考虑网络交通流量的SI传播模型

首先约定网络规模为 N 且保持不变,如果 t 时刻网络中易染节点和感染节点的数量分别为 $S(t)$ 和 $I(t)$,则有 $N = S(t) + I(t)$.为了便于分析,假设网络中每个节点生成数据包的平均速率为 β ,因此在每一个时步网络中生成新数据包的总量即网络交通流量为 $N\beta$.当网络规模 N 固定时,节点生成数据包的速率 β 越大,网络中的交通流量也就越大,因此可用 β 来衡量网络交通流量.为说明网络交通流量对病毒传播特性的影响,我们这里约定只有当网络中的两个节点之间至少交换一个数据包时,病毒

才有可能从感染节点传播给易染节点,也就是无论一个感染节点的度 k 是多少,只有该节点向网络中其他节点至少传送一个数据包时,病毒才可能在网络中传播.由此可知,在本文所提SI传播模型中,数据包的传输直接决定了病毒是否能够在网络中传播,所以节点感染力与节点度 k 并没有直接关系,这显然不同于以往SI传播模型的相关研究.结合文献[15,19]给出考虑网络交通流量的SI模型中病毒传播的详细过程如下:在每一个时间步,网络中任何一个节点生成的数据包都随机选择目的节点进行发送,数据包传输路径的选取则采用最短路径优先(shortest path first,简记为SPF)算法实现^[20].基于此定义,节点算法介数 b_k 为穿过一个节点的所有最短数据包传输路径的总和.由于研究的是网络交通流量对病毒传播动力学行为的影响,为了研究方便,我们可以假设网络节点接收和转发数据包的能力不受限制.在 t 时刻,如果一个感染节点向一个易染节点发送了一个数据包,则在 $t+1$ 时刻,该易染节点将以有效传播率 λ 由易染状态转变为感染状态.如果数据包在传输过程中经过了多个中间节点,那么这些中间节点中的易染节点将会以相同的传播率 λ 转变为感染节点.

下面讨论上述SI模型在无标度网络中的传播特性.由于无标度网络中每个节点的度并不相同,因此我们考虑度为 k 的被感染节点的感染密度 $i_k(t) = I_k(t)/N_k$,这里的 N_k 和 $I_k(t)$ 分别表示度为 k 的节点数以及 t 时刻度为 k 的感染节点数.利用文献[15,19]提出的动力学平均场理论可得 $i_k(t)$ 的反应方程为

$$\frac{di_k(t)}{dt} = \lambda\beta N b_k [1 - i_k(t)]\theta(t). \quad (1)$$

(1)式考虑的是在 t 时刻一个易染节点由于接收到携带病毒的数据包而被感染的概率,它与病毒的有效传播率 λ ,易染节点密度 $1 - i_k(t)$, $\theta(t)$ 以及接收到的数据包总量成正比,而最后一项又与网络生成数据包的数量 βN 以及节点的算法介数 b_k 成正比, $\theta(t)$ 则表示易染节点接收到的任意一个携带病毒数据包的概率.这里忽略不同节点之间的度相关性,并约定 $P(k)$ 为节点度分布函数,对于度分别为 k 和 k' 的节点有 $b_{kk'} \propto b_k b_{k'}$ ^[15],从而可以求得 $\theta(t)$ 的表达式为

$$\theta(t) = \frac{\sum_k b_k P(k) i_k(t)}{\sum_k b_k P(k)} = \frac{\sum_k b_k P(k) i_k(t)}{\langle b_k \rangle}. \quad (2)$$

t 时刻无标度网络中病毒感染程度 $i(t)$ 的表达式 $i(t) = \sum_k P(k) i_k(t)$. 在病毒传播的初期阶段, 网络中感染节点通常所占比例很小, 因此可以忽略 $i(t)$ 的平方项 $O(i^2)$, 结合(1)和(2)式可得

$$i(t) \propto e^{t/\tau}. \quad (3)$$

这里的 $\tau = \frac{\langle b_k \rangle}{\lambda \beta N \langle b_k^2 \rangle}$ 为病毒爆发的时间尺度, 由此可知, 在有效传播率 λ 和网络规模 N 确定的情况下, 病毒的传播速率随着网络交通流量 β 的增大而增大. 若 $\beta \rightarrow \infty$, 则有 $\tau \rightarrow 0$, 因此, 当网络交通流量较大时, 病毒能够以较大的速率在无标度网络中快速传播.

3. 免疫策略

免疫是控制网络病毒传播的一种重要方法. 目前探讨较多的免疫策略包括随机免疫、目标免疫和熟人免疫. 首先利用 SI 传播模型, 分别讨论存在网络交通流量作用的情况下, 上述 3 种免疫策略对无标度网络病毒的免疫效果, 然后提出一种改进的熟人免疫机理.

3.1. 随机免疫策略

随机免疫是一种最简单的免疫策略, 该方法完全随机地从网络中选取一部分节点进行免疫, 它对度大的节点和度小的节点平等对待, 没有优先顺序. 定义网络中的免疫节点密度为 f , 根据平均场理论, 我们可以近似利用 $\lambda(1-f)$ 代替(1)式中的 λ 得

$$\frac{di_k(t)}{dt} = \lambda(1-f)\beta N b_k [1 - i_k(t)] \theta(t). \quad (4)$$

由(4)式解得在对网络实施随机免疫策略后病毒爆发的时间尺度 τ_{ran} 为

$$\tau_{\text{ran}} = \frac{\langle b_k \rangle}{\lambda(1-f)\beta N \langle b_k^2 \rangle} = \frac{\tau}{1-f}. \quad (5)$$

由(5)式可知, 在无标度网络规模 N 确定的情况下, f 的取值越大, 网络中被免疫节点的密度越大, 免疫的效果也越好. 若要大幅降低病毒的传播速率, 即 τ_{ran} 取得较大值, 则需要 $f \rightarrow 1$. 因此, 在病毒的传播行为受到网络交通流量影响的情况下, 如果对无标度网络采取随机免疫策略, 需要免疫网络中几乎所有节点才能保证最终消灭病毒传染, 从而表明随机免疫策略的免疫效果较差.

3.2. 目标免疫策略

若无标度网络中每个节点的度都已知, 根据网络的不均匀特性可以进行有选择的目标免疫, 即选取少量度最大的节点进行免疫. 当这些节点被免疫后, 和它们相连接的边可以从网络中去除, 从而使得病毒传播的可能连接途径大大减少. 引入免疫节点度的上限阈值 k_1 , 则所有度 $k > k_1$ 的节点都将被免疫, 据此定义度为 k 的免疫节点密度 f_k 为

$$f_k = \begin{cases} 1 & (k > k_1), \\ 0 & (k \leq k_1). \end{cases} \quad (6)$$

网络节点的平均免疫密度表达式为 $f = \sum_k f_k P(k)$, 由(1)和(6)式可得 $i_k(t)$ 的反应方程为

$$\frac{di_k(t)}{dt} = \lambda(1-f_k)\beta N b_k [1 - i_k(t)] \theta(t). \quad (7)$$

由(7)式可得当对无标度网络采取目标免疫策略后病毒爆发的时间尺度 τ_{tar} 为

$$\begin{aligned} \tau_{\text{tar}} &= \frac{\langle b_k \rangle}{\lambda \beta N \sum_k b_k^2 P(k) (1-f_k)} \\ &= \frac{\langle b_k \rangle}{\lambda \beta N (\langle b_k^2 \rangle - \langle f_k b_k^2 \rangle)}. \end{aligned} \quad (8)$$

这里 $\langle f_k b_k^2 \rangle = f \langle b_k^2 \rangle + f'$, 其中 $f' = \langle (f_k - f) [b_k^2 - \langle b_k^2 \rangle] \rangle$ 为 f_k 和 b_k^2 的协方差. 当 k_1 的取值较大时^[21], 通常有 $f' < 0$; 然而, 当 k_1 的取值较小时, 就能够保证 $f' > 0$, 此时可得

$$\tau_{\text{tar}} > \frac{\langle b_k \rangle}{\lambda \beta N \langle b_k^2 \rangle (1-f)} = \tau_{\text{ran}}. \quad (9)$$

由于考虑了网络交通流量的作用, 因此当无标度网络中每个节点的算法介数 b_k 都已知时, 根据网络节点介数分布的不均匀特性可以选取少量介数最大的节点进行免疫. 当这些节点被免疫后, 可以从网络中删除与它们直接相连接的边, 从而大幅减少病毒传播可能的连接途径. 引入免疫节点介数的上限阈值 b_1 , 则所有介数 $b_k > b_1$ 的节点都将被免疫, 据此定义介数为 b_k 的免疫节点密度 f'_k 为

$$f'_k = \begin{cases} 1 & (b_k > b_1), \\ 0 & (b_k \leq b_1). \end{cases} \quad (10)$$

此时, 网络节点的平均免疫密度 $f = \sum_k f'_k P(k)$, 同理可得病毒爆发的时间尺度 τ'_{tar} 为

$$\tau'_{\text{tar}} = \frac{\langle b_k \rangle}{\lambda \beta N (\langle b_k^2 \rangle - \langle f'_k b_k^2 \rangle)} > \tau_{\text{ran}}. \quad (11)$$

由(9)和(11)式可知,在考虑网络交通流量影响的情况下,无论对度最大的节点进行免疫,还是对算法介数最大的节点进行免疫,若平均免疫节点密度 f 相同,目标免疫在无标度网络上的免疫效果均优于随机免疫.

3.3. 熟人免疫策略

目标免疫虽然能获得较好的免疫效果,但这种策略的缺点也很明显,即需要了解网络的全局信息,以便能够找出度最大或介数最大的关键节点进行免疫,而这对于庞大且不断变化的人类社会网络和因特网等网络是不现实的. 下面我们讨论另外一种免疫策略——熟人免疫,该策略的基本思想是首先从网络中随机选择一定比例的节点,随后再从每个被选出的节点中随机选择一个邻居节点进行免疫. 显然,这种免疫方法属于一种局域控制方法,其

目的在于找出度大的节点进行免疫,但能够回避目标免疫中需要知道网络全局信息的问题.

从网络的 N 个节点中随机选取比例为 p 的节点,而度为 k 的节点被免疫的概率^[22]为 $\frac{kP(k)}{N\langle k \rangle}$. 因此,网络中度为 k 的免疫节点密度 f_k 为

$$f_k = \frac{kP(k)}{N\langle k \rangle} pN = \frac{pkP(k)}{\langle k \rangle}. \quad (12)$$

将(12)式代入(8)式可得对无标度网络实施熟人免疫后病毒爆发的时间尺度 τ_{acq} 为

$$\begin{aligned} \tau_{\text{acq}} &= \frac{\langle b_k \rangle}{\lambda\beta N \left(\langle b_k^2 \rangle - \frac{p}{\langle k \rangle} \langle kP(k)b_k^2 \rangle \right)} \\ &= \frac{\langle b_k^2 \rangle - \langle f_k b_k^2 \rangle}{\langle b_k^2 \rangle - \frac{p}{\langle k \rangle} \langle kP(k)b_k^2 \rangle} \tau_{\text{tar}}. \end{aligned} \quad (13)$$

下面比较 τ_{acq} 和 τ_{tar} 之间的大小关系. (13)式中

$$\begin{aligned} \langle b_k^2 \rangle - \frac{p}{\langle k \rangle} \langle kP(k)b_k^2 \rangle &= \langle b_k^2 \rangle - \frac{p\langle kP(k) \rangle}{\langle k \rangle} \langle b_k^2 \rangle - \frac{p}{\langle k \rangle} \langle (kP(k) - \langle kP(k) \rangle)(b_k^2 - \langle b_k^2 \rangle) \rangle \\ &= \langle b_k^2 \rangle - \frac{p\langle kP(k) \rangle}{\langle k \rangle} \langle b_k^2 \rangle - \left\langle \left(f_k - \frac{p\langle kP(k) \rangle}{\langle k \rangle} \right) (b_k^2 - \langle b_k^2 \rangle) \right\rangle \\ &> \langle b_k^2 \rangle - \frac{p\langle kP(k) \rangle}{\langle k \rangle} \langle b_k^2 \rangle - \left\langle \left(1 - \frac{p\langle kP(k) \rangle}{\langle k \rangle} \right) (b_k^2 - \langle b_k^2 \rangle) \right\rangle \\ &> \langle b_k^2 \rangle - \frac{p\langle kP(k) \rangle}{\langle k \rangle} \langle b_k^2 \rangle - \left\langle \left(1 - \frac{p\langle kP(k) \rangle}{\langle k \rangle} \right) b_k^2 \right\rangle = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

同理可得 $\langle b_k^2 \rangle - \langle f_k b_k^2 \rangle > 0$, 因此有 $\tau_{\text{acq}} = \Lambda \tau_{\text{tar}}$. 这里的 Λ 为一正常数. 由此可知,考虑到网络交通流量对病毒传播特性的影响,对于给定的平均免疫节点密度,目标免疫策略的免疫效果优于熟人免疫.

3.4. 改进的熟人免疫策略

虽然获取因特网等大型复杂网络的全局信息比较困难,但了解这些网络的局部信息则比较容易,比如网络中某个节点的邻居节点度的信息^[23]. 基于此,本文提出一种改进的熟人免疫策略. 该策略的基本思路是从 N 个网络节点中随机选取比例为 p 的节点,然后再从每一个被选出的节点 j 中以概率 $\Pi(k_i)$ 选择一个邻居节点 i 进行免疫,即对邻居节点中度大的节点实施免疫. 概率 $\Pi(k_i)$ 可表示为

$$\Pi(k_i) = \frac{k_i}{\sum_{l \in N_j} k_l}. \quad (15)$$

这里的 N_j 为节点 j 的邻居节点, k_i 为节点 i 的度. 因此,网络中度为 k 的免疫节点密度 \hat{f}_k 为

$$\hat{f}_k = \sum_{k'} \frac{k'P(k')}{\langle k \rangle} f_{k'}, \quad (16)$$

其中 $f_{k'}$ 由(12)式给出. 将(16)式代入(8)式可得对无标度网络实施本文提出的熟人免疫策略后病毒爆发的时间尺度 τ'_{acq} 为

$$\begin{aligned} \tau'_{\text{acq}} &= \frac{\langle b_k \rangle}{\lambda\beta N \left(\langle b_k^2 \rangle - \frac{p}{\langle k \rangle} \left\langle \sum_k \frac{k^2 P(k)}{\langle k \rangle} b_k^2 \right\rangle \right)} \\ &= \frac{\langle b_k^2 \rangle - \langle \hat{f}_k b_k^2 \rangle}{\langle b_k^2 \rangle - \frac{p}{\langle k \rangle^2} \left\langle \sum_k k^2 P(k) b_k^2 \right\rangle} \tau_{\text{tar}}. \end{aligned} \quad (17)$$

由(16)和(13)式可得

$$\tau'_{\text{acq}} = \frac{\langle b_k^2 \rangle - \frac{p}{\langle k \rangle} \langle kP(k)b_k^2 \rangle}{\langle b_k^2 \rangle - \frac{p}{\langle k \rangle^2} \left\langle \sum_k k^2 P(k) b_k^2 \right\rangle} \tau_{\text{acq}}. \quad (18)$$

考虑到网络交通流量影响的情况,同理由(17)

和(18)式分别可以得出 $\tau'_{acq} = \Lambda' \tau_{tar}$, $\tau'_{acq} = \Lambda'' \tau_{acq}$, 这里的 Λ' 和 Λ'' 均为正常数, 并且 $\tau_{acq} < \tau'_{acq} < \tau_{tar}$. 由此可知, 对于给定的平均免疫节点密度, 目标免疫策略的免疫效果最好, 而本文所提免疫策略的免疫效果又优于经典熟人免疫策略.

4. 仿真结果与讨论

下面以 Brabási 和 Albert 提出的 BA 网络为例, 通过数值仿真研究网络交通流量对病毒传播行为的影响, 并着重讨论随机免疫、目标免疫、熟人免疫和本文所提免疫策略的免疫效果. 仿真过程中选取参数如下: 网络节点数为 2000, 病毒在网络中传播的初始时刻, 随机选择一个节点作为感染节点; 网络中 m 和 m_0 的取值为 $m_0 = m = 3$, 其中 m_0 为网络的初始节点数, m 为与网络中任意一个节点相连的最少节点数, 网络的生成方法参见文献 [6]. 仿真过程中采用 Floyd 最短路径算法实现数据包传输路径的选取. 所有仿真结果均为对 50 次实现所得数据的统计平均.

图 1 给出了 BA 网络中 t 时刻病毒感染程度 $i(t)$ 与节点数据包生成率 β 的对应关系, 其中 $\lambda = 0.01$. 从图 1 可以看出, 病毒在网络中的传播随着交通流量的增大而明显加快, 从而增大了病毒爆发的可能性. 这是因为当网络中传输的数据包数量增加时, 就能够把病毒传播给更多的节点, 这显然与以往有关 SI 模型的研究不同. 由此可知, 当网络中出现病毒时, 我们应该尽量减少网络中传输数据包的数量, 以便能够降低病毒爆发的可能性.

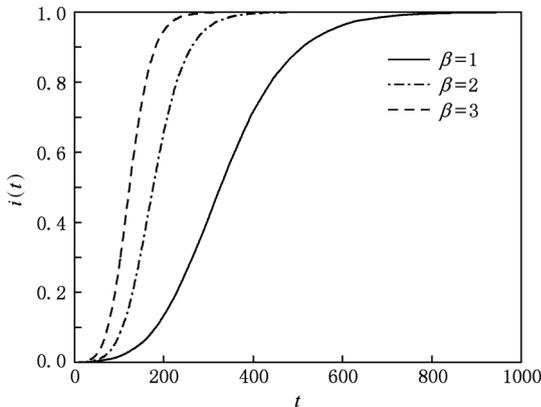


图 1 BA 网络中 t 时刻感染节点密度 $i(t)$ 与 β 的关系

图 2 显示了 BA 网络中 t 时刻感染节点密度 $i(t)$ 与病毒有效传播率 λ 的对应关系, 其中 $\beta = 1$. 由图 2 可知, 当节点数据包生成率 β 取值确定时, 与网络交通流量产生的影响相似, 有效传播率 λ 的增大也会加速网络病毒的传播, 增大病毒爆发的危险性. 这说明在考虑网络交通流量作用的情况下, 病毒的传播动力学行为仍然会受到某些自身固有特性的影响. 在现实生活中, 不同病毒的有效传播率 λ 也各不相同, 这就要求我们在制定具体的病毒防控措施时, 不仅需要考虑到网络交通流量的影响, 同时还需要考虑病毒本身所具有的一些属性.

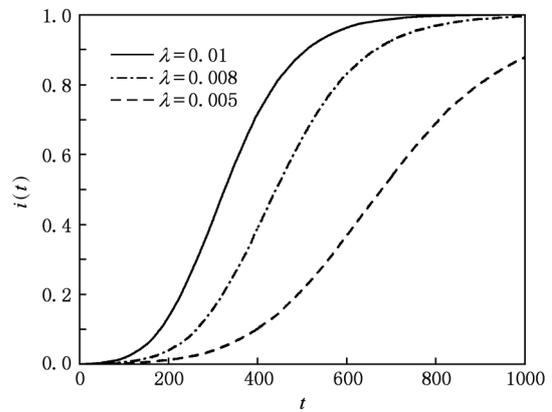


图 2 BA 网络中 t 时刻感染节点密度 $i(t)$ 与 λ 的关系

图 3 给出了采取随机免疫策略后 BA 网络中 t 时刻病毒感染程度 $i(t)$ 与节点免疫密度 f 的对应关系, 其中 $\lambda = 0.01$, $\beta = 1$. 从图 3 可以看出, 当网络中的免疫节点密度较小时, 病毒传播速率的变化也比较小. 因此, 在考虑网络交通流量作用的情况下, 随机免疫策略几乎不能改变病毒在 BA 网络上的传播特性, 免疫效果较差, 这也说明在 BA 网络中节点算法介数分布具有非均匀特性.

图 4 显示了实施目标免疫策略后 BA 网络中 t 时刻病毒感染程度 $i(t)$ 与节点免疫密度 f 的对应关系, 其中 $\lambda = 0.01$, $\beta = 1$. 图 4 表明, 尽管网络中被免疫节点的密度比较小, 目标免疫策略能够显著降低网络中病毒的传播速率. 这说明在考虑网络交通流量影响的情况下, BA 网络依然对目标免疫策略较为敏感. 此外, 对网络中度最大节点进行免疫与对算法介数最大节点进行免疫的免疫效果基本一致. 这主要因为 BA 网络中度大的节点的算法介数通常也会比较大, 因此能够在单位时步内接收更多携带病毒的数据包, 而对这些关键节

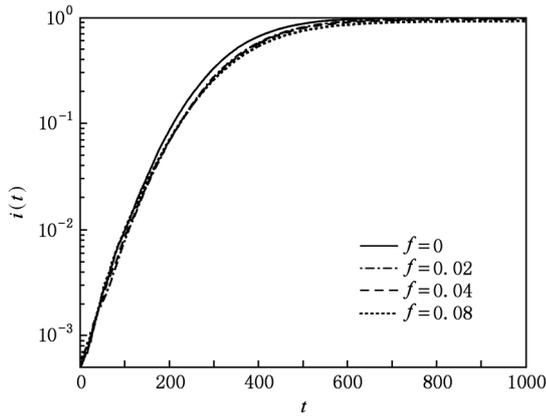


图3 采取随机免疫后 BA 网络中 $i(t)$ 与 f 的关系
点的免疫就可以有效减少病毒传播的连接途径,从而达到阻止病毒爆发的目的.对比图3和图4可知,目标免疫策略的免疫效果远远优于随机免疫策略,这与(9)式所得结果相符,从而证明了理论分析的合理性.

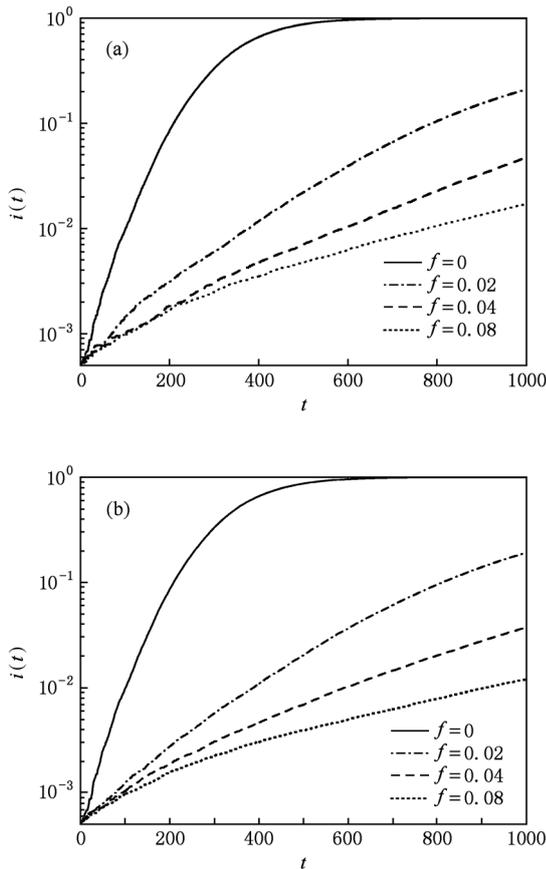


图4 实施目标免疫后 BA 网络中 $i(t)$ 与 f 的关系 (a) 免疫度最大的节点, (b) 免疫介数最大的节点

时刻病毒感染程度 $i(t)$ 与免疫节点密度 f 的对应关系,其中 $\lambda=0.01, \beta=1$.由图5可知,网络中病毒的传播速率随着 f 的增大而明显降低.这说明熟人免疫策略能够有效控制 BA 网络中病毒的传播,免疫效果较好.对比图3和图5可知,考虑到网络交通流量的影响,熟人免疫的免疫效果依然好于随机免疫策略.对比图4和图5可知,目标免疫的免疫效果又明显优于熟人免疫,即与理论分析所得结果基本一致.

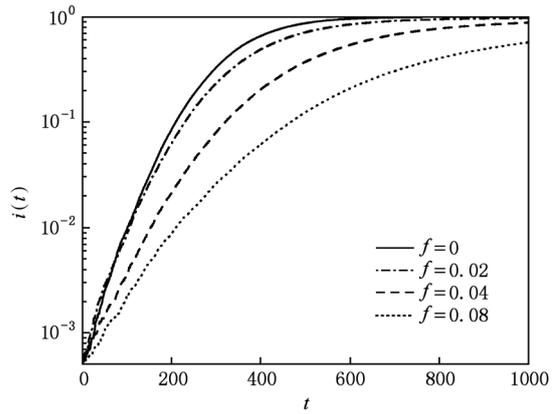


图5 采用熟人免疫后 BA 网络中 $i(t)$ 与 f 的关系

图6显示了采用本文提出的熟人免疫策略后 BA 网络中 t 时刻病毒感染程度 $i(t)$ 与免疫节点密度 f 的对应关系,其中 $\lambda=0.01, \beta=1$.由图6可知,随着 f 的增大,网络中病毒的感染程度显著降低.这表明对 BA 网络实施本文所提熟人免疫策略能够有效抑制病毒的扩散.对比图3、图5和图6可知,考虑到网络交通流量的影响,本文提出的免疫策略的免疫效果明显优于经典熟人免疫以及随机免疫.对比图4和图6可知,目标免疫的免疫效果又明显

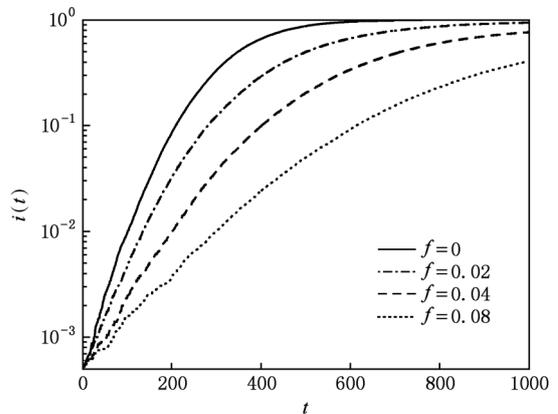


图6 采用本文所提熟人免疫后 BA 网络中 $i(t)$ 与 f 的关系

图5显示了采用熟人免疫策略后 BA 网络中 t

好于本文提出的免疫策略,这再次表明上述理论分析的正确性.

综上所述,当病毒在网络中的传播行为受到网络交通流量影响时,若了解网络的全局信息,我们可以采用目标免疫获得最优的免疫效果;反之利用熟人免疫以及本文所提免疫策略能获得较好的免疫效果.因此,在对网络实施免疫时,应当根据实际情况来选取合适的免疫策略,特别是在只了解网络局部信息的情况下,可以考虑使用本文所提改进的熟人免疫策略.需要说明的是,在讨论免疫策略的过程中,可以在病毒未爆发之前随机选取一定比例的易染节点进行免疫,也可以选取部分度最大的节点或介数最大的节点进行免疫,随后切断这些节点与其他节点的连接,观察采取免疫策略后病毒在网络上的传播动力学行为,目的在于确定需要免疫多大比例的节点才能够明显降低病毒的传播速率.因此,这里的免疫针对的仅是网络中的易染节点.

5. 结 论

现实生活中,许多病毒的传播行为会受到网络交通流量的影响.本文利用 SI 传播模型研究了无标度网络的病毒免疫策略,并提出了一种改进的熟人免疫机理.研究发现:当免疫节点密度较小时,随机免疫策略基本不改变网络中病毒的传播速率,免疫效果较差,而目标免疫则能够有效抑制病毒的传播,免疫效果较好,并且对度最大节点进行免疫与对算法介数最大节点进行免疫的免疫效果基本相同;其次,在网络全局信息未知的情况下,对网络实施熟人免疫以及本文所提免疫策略能够获得较好的免疫效果;最后,本文所提免疫策略的免疫效果又优于熟人免疫.本文只讨论了 3 种主要的免疫策略,其他免疫策略是否有效以及根据病毒的传播行为设计出新的免疫策略也是值得关注的问题,我们今后将对此做进一步的研究.

-
- [1] Dorogovtsev S N, Goltsev A V, Mendes J F F 2008 *Rev. Mod. Phys.* **80** 1275
- [2] Pastor-Satorras R, Vespignani A 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 3200
- [3] Shi H J, Duan Z S, Chen G R, Li R 2009 *Chin. Phys. B* **18** 3309
- [4] May R M, Lloyd A L 2001 *Phys. Rev. E* **64** 066112
- [5] Wang Y, Zheng Z G 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 4421 (in Chinese) [王 延、郑志刚 2009 物理学报 **58** 4421]
- [6] Barabási A L, Albert R 1999 *Science* **286** 509
- [7] Barthélemy M, Barrat A, Pastor-Satorras R, Vespignani A 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 178701
- [8] Zhou T, Yan G, Wang B H 2005 *Phys. Rev. E* **71** 046141
- [9] Yang R, Wang B H, Ren J, Bai W J, Shi Z W, Wang W X, Zhou T 2007 *Phys. Lett. A* **364** 189
- [10] Kim B J, Jun T, Kim J Y, Choi M Y 2006 *Physica A* **360** 493
- [11] Eubank S, Guclu H, Anil-Kumar V S, Marathe M V, Srinivasan A 2004 *Nature* **429** 180184
- [12] Shi H J, Duan Z S, Chen G R 2008 *Physica A* **387** 2133
- [13] Colizza B, Barrat A, Barthélemy M, Vespignani A 2007 *BMC Medicine* **5** 34
- [14] Krause W, Scholz J, Greiner M 2006 *Physica A* **361** 707
- [15] Meloni S, Arenas A, Moreno Y 2009 *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **106** 16897
- [16] Pastor-Satorras R, Vespignani A 2002 *Phys. Rev. E* **65** 036104
- [17] Cohen R, Havlin S, ben Avraham D 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 247901
- [18] Bai W J, Zhou T, Wang B H 2007 *Physica A* **384** 656
- [19] Wang Y Q, Jiang G P 2010 *J. Syst. Eng.* **25** 773 (in Chinese) [王亚奇、蒋国平 2010 系统工程学报 **25** 773]
- [20] Boguñá M, Krioukov D, Claffy K C 2009 *Nat. Phys.* **5** 74
- [21] Fu X C, Small M, Walker D M, Zhang H F 2008 *Phys. Rev. E* **77** 036113
- [22] Callaway D S, Newman M E J, Strogatz S H, Watts D J 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 5468
- [23] Gómez-Gardenes J, Echenique P, Moreno Y 2006 *Euro. Phys. J. B* **49** 259

Epidemic immunization on scale-free networks with traffic flow^{*}

Wang Ya-Qi¹⁾ Jiang Guo-Ping^{1)2)†}

1) (Center for Control and Intelligence Technology, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China)

2) (College of Automation, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China)

(Received 22 August 2010; revised manuscript received 9 September 2010)

Abstract

In this paper, considering the influence of network traffic flow on the spreading behaviors of epidemics and according to the mean-field theory, we investigate the epidemic immunization strategies in scale-free networks, and propose an improved acquaintance immunization mechanism. Theoretical analysis shows that considering the influence of traffic flow, the random immunization can hardly reduce the spreading velocity of epidemics if the density of vaccinated nodes is small. However, the targeted immunization can sharply depress the epidemic spreading even only a tiny fraction of nodes are vaccinated, and the effects of immunizing the most highly connected nodes and vaccinating the nodes with the largest betweenness are almost the same. We also find that if the network global information is unknown, compared with the classical acquaintance immunization strategy, the strategy proposed in this paper can be used to obtain good immune effect. Numerical simulations confirm the theoretical results.

Keywords: scale-free network, epidemic spreading, traffic flow, immunization strategy

PACS: 02.50.Le, 05.65.+b, 05.70.Np

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60874091), the Natural Science Basic Research Program of Institution of Higher Education of Jiangsu Province, China (Grant No. 08KJD510022), the "Summit of the Six Top Talents" Program of Jiangsu Province, China (Grant No. SJ209006), the Program for Introducing Talents in Nanjing University of Posts and Telecommunications, China (Grant No. NY209021), and the Scientific Research Innovation Program for the Graduate Students in Jiangsu Province, China (Grant No. CX10B-193Z).

[†] Corresponding author. E-mail: jianggp@njupt.edu.cn