色高斯噪声驱动双稳系统的多重随机共振研究*

张晓燕*徐 伟 周丙常

(西北工业大学应用数学系,西安 710072) (2011年1月3日收到;2011年3月11日收到修改稿)

研究了由色关联乘性和加性色噪声作用下的双稳系统的随机共振问题,在绝热近似条件下得到了信噪比的表达式.通过分析所得的初始条件为 $x(0) = x_+$ 时的信噪比,发现了单随机共振和多重随机共振现象;分析了噪声强度、噪声关联时间和关联强度对系统信噪比的影响.

关键词:多重随机共振,信噪比,双稳模型,色关联色噪声

PACS: 05. 40. – a,02. 50. – r

1. 引 言

随机共振的概念是由 Bebzi 等[1]于 1981 年提出,用于解释地球冷暖气候的周期性变化现象. 随机共振是指在系统弱噪声和小周期信号的共同协作下,增加输入噪声的强度能够使得系统的信号输出达到一个最大值. 鉴于噪声在系统随机共振研究中所起的重要作用,研究者做了大量这方面的研究[1-13]. Jia 等[3]研究了乘性与加性白噪声之间没有关联和存在白关联两种情况下双稳系统的随机共振现象. 当两噪声之间没有关联时,发现乘性与加性噪声强度对信噪比的影响有很大不同. 当两噪声之间有关联时,发现噪声关联强度取不同值时,信噪比曲线会呈现不同的变化趋势. 罗晓琴等[4]考虑了色关联乘性色噪声和加性白噪声驱动双稳系统的随机共振现象,发现噪声之间的关联性使得系统的随机共振现象依赖于其初始条件.

在研究中,通常情况下所考虑的白噪声是人们假设的一种理想情况,而在实际中遇到的噪声一般是色噪声. 但是由于色噪声性质比较复杂,它所驱动的非线性系统没有精确的 Fokker-Planck 方程,只能对它进行近似处理. Liang 等^[5,6]考虑了由色关联色噪声驱动非线性系统的稳态性质,他们得到了近似的 Fokker-Planck 方程,并验证了其结果的有效性. 张良英等^[7]研究了色关联色噪声驱动下的单模

激光线性模型,从中发现了随机共振的单峰响应曲线.

本文主要是考虑色关联乘性与加性色噪声驱动的双稳系统中的随机共振现象. 利用绝热近似理论^[14],根据双稳系统的两态模型理论得到系统信噪比的表达式,并考虑了噪声强度、噪声关联时间和关联强度等对随机共振的影响,从中发现了一些新的结论.

2. 双稳系统的信噪比

考虑一个由色关联加性和乘性色噪声驱动的 一维对称双稳系统,其模型可由下列郎之万方程来 表示:

$$\dot{x} = -U'(x) + x\xi(t) + \eta(t) + A\cos\Omega t, \qquad (1)$$

$$U(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4}x^4, \qquad (2)$$

其中 U(x) 是对称的双稳势阱, $A\cos\Omega t$ 为一弱周期信号, $\xi(t)$ 和 $\eta(t)$ 分别表示乘性和加性色噪声, 并且具有如下的统计性质:

$$\begin{split} \left\langle \xi(t) \right\rangle &= \left\langle \eta(t) \right\rangle = 0, \\ \left\langle \xi(t)\xi(t') \right\rangle &= \frac{p}{\tau_1} \mathrm{exp} \big[- \left| t - t' \right| / \tau_1 \big], \\ \left\langle \eta(t)\eta(t') \right\rangle &= \frac{q}{\tau_2} \mathrm{exp} \big[- \left| t - t' \right| / \tau_2 \big], \end{split}$$

^{*}国家自然科学基金(批准号:10872165)资助的课题.

[†] E-mail: zhangxiaoyan320@ mail. nwpu. edu. cn

$$\langle \xi(t)\eta(t')\rangle = \langle \eta(t)\xi(t')\rangle$$
$$= (\lambda \sqrt{pq/\tau_3})\exp[-|t-t'|/\tau_3], (3)$$

其中 p 和 q 分别表示乘性与加性色噪声强度,参数 λ 表示乘性与加性色噪声之间的互关联强度, τ_1 和 τ_2 分别表示乘性与加性色噪声的自关联时间, τ_3 表示两个色噪声之间的互关联时间.

根据方程(1)对应的随机刘维方程,Novikov 定理^[12],van Kamper 引理,可以从方程(1)—(3)得到如下近似的 Fokker-Planck 方程 FPE:

$$\frac{\partial P(x,t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} A(x) P(x,t) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} B(x) P(x,t) ,$$

 其中

$$A(x) = x - x^3 + A\cos\Omega t + \frac{1}{2}B'(x),$$

$$B(x) = \frac{px^2}{1 + 2\tau_1} + \frac{2\lambda \sqrt{pq}}{1 + 2\tau_3} x + \frac{q}{1 + 2\tau_2}, \quad (4)$$

根据方程(4)可以得到如下准稳态概率密度函数:

$$P(x,t) = N \cdot \left(\frac{px^2}{1 + 2\tau_1} + \frac{2\lambda \sqrt{pq}}{1 + 2\tau_3}x + \frac{q}{1 + 2\tau_2}\right)^{-1}$$
$$\times \exp\left[-\frac{\widetilde{U}(x)}{p}\right],\tag{5}$$

其中, N 是方程(5)的归一化常数,广义势函数 $\tilde{U}(x)$ 的表达式如下:

当
$$\frac{\lambda^2(1+2\tau_1)(1+2\tau_2)}{(1+2\tau_3)^2}$$
 < 1 时,

$$\tilde{U}(x) = \frac{1 + 2\tau_1}{2} x^2 - \frac{2\lambda \sqrt{pq} (1 + 2\tau_1)^2}{p(1 + 2\tau_3)} x + \frac{(1 + 2\tau_1)}{2} \varphi_1 \ln \left(\frac{p}{1 + 2\tau_1} x^2 + \frac{2\lambda \sqrt{pq}}{1 + 2\tau_3} x + \frac{q}{1 + 2\tau_2} \right) + \varphi_2 \left(\arctan \frac{x + \varphi_3}{\varphi_4} \right), \tag{6}$$

当
$$\frac{\lambda^2(1+2\tau_1)(1+2\tau_2)}{(1+2\tau_3)^2} > 1$$
 时,

$$\tilde{U}(x) = \frac{1 + 2\tau_1}{2} x^2 - \frac{2\lambda \sqrt{pq} (1 + 2\tau_1)^2}{p(1 + 2\tau_3)} x$$

$$+ \frac{(1 + 2\tau_1)}{2} \varphi_1 \ln \left(\frac{p}{1 + 2\tau_1} x^2 + \frac{2\lambda \sqrt{pq}}{1 + 2\tau_3} x + \frac{q}{1 + 2\tau_2} \right)$$

$$+ \varphi_5 \left(\ln \frac{\frac{p}{1 + 2\tau_1} x + \varphi_6}{\frac{p}{1 + 2\tau_1} x + \varphi_6} \right), \tag{7}$$

其中

$$\varphi_{1} = \frac{4\lambda^{2}q(1+2\tau_{1})^{2}}{p(1+2\tau_{3})^{2}} - \frac{q(1+2\tau_{1})}{p(1+2\tau_{2})} - 1,$$

$$\varphi_{2} = \left[\frac{3\lambda q(1+2\tau_{1})^{2}}{p(1+2\tau_{3})(1+2\tau_{2})} - \frac{4\lambda^{3}q(1+2\tau_{1})^{3}}{p(1+2\tau_{3})^{3}} + \frac{\lambda(1+2\tau_{1})}{(1+2\tau_{3})} - A\sqrt{\frac{p}{q}}\cos\Omega t\right]$$

$$\times \left(\frac{1}{(1+2\tau_{1})(1+2\tau_{2})} - \frac{\lambda^{2}}{(1+2\tau_{3})^{2}}\right)^{-\frac{1}{2}},$$

$$\varphi_{3} = \frac{\lambda\sqrt{pq}(1+2\tau_{1})}{p(1+2\tau_{3})},$$

$$\varphi_{4} = \sqrt{\frac{q(1+2\tau_{1})}{p(1+2\tau_{2})}} - \frac{\lambda^{2}q(1+2\tau_{1})^{2}}{p(1+2\tau_{3})^{2}},$$

$$\varphi_{5} = \frac{1}{2} \left[\frac{3\lambda q(1+2\tau_{1})^{2}}{p(1+2\tau_{3})(1+2\tau_{2})} - \frac{4\lambda^{3}q(1+2\tau_{1})^{3}}{p(1+2\tau_{3})^{3}} + \frac{\lambda(1+2\tau_{1})}{(1+2\tau_{3})} - A\sqrt{\frac{p}{q}}\cos\Omega t\right]$$

$$\times \left(\frac{\lambda^{2}}{(1+2\tau_{3})^{2}} - \frac{1}{(1+2\tau_{1})(1+2\tau_{2})}\right)^{-\frac{1}{2}},$$

$$\varphi_{6} = \frac{\lambda\sqrt{pq}}{1+2\tau_{3}}$$

$$-\sqrt{\frac{\lambda^{2}pq}{(1+2\tau_{3})^{2}}} - \frac{pq}{(1+2\tau_{1})(1+2\tau_{2})},$$

$$\varphi_{7} = \frac{\lambda\sqrt{pq}}{1+2\tau_{3}}$$

$$+\sqrt{\frac{\lambda^{2}pq}{(1+2\tau_{3})^{2}}} - \frac{pq}{(1+2\tau_{1})(1+2\tau_{2})}.$$
(8)

令势函数 U(x) = 0,求解该方程可以得到两个稳态解 $x_- = -1$, $x_+ = 1$ 和一个非稳态解 $x_0 = 0$. 根据逃逸率和平均首次穿越时间的关系,由平均首次穿越时间的定义和最速下降法^[13],可得到粒子由 x_+ 所在的势阱跃迁到 x_- 所在的势阱跃迁率及相应的逆跃迁率为

$$W_{\pm} = \frac{\left| U''(x_0) U''(x_{\pm}) \right|^{1/2}}{2\pi} \times \exp\left[\frac{\tilde{U}(x_{\pm}) - \tilde{U}(x_0)}{p}\right], \tag{9}$$

将逃逸率 W_{\pm} 看做弱周期信号 $A\cos\Omega t$ 的函数,当 $A\ll1$ 时,在绝热近似条件下,对逃逸率 W_{\pm} 进行级数展开,忽略高阶项,即可得到如下表达式:

$$W_{\scriptscriptstyle \pm} = \frac{1}{2} [W_0 \, \pm \, W_1 A \mathrm{cos} \Omega t \, + o \left(A^2 \mathrm{cos} \Omega t \right)] \, , \label{eq:Wpi}$$

其中,

$$\frac{1}{2}W_0 = W_{\pm} \Big|_{A\cos\Omega t = 0},$$

$$\frac{1}{2}W_1 = -\frac{dW_{\pm}}{d(A\cos\Omega t)}\Big|_{A\cos\Omega t = 0}.$$
(10)

根据双稳态 x_{\pm} 的两态模型理论,可以推导出双稳系统的信噪比($R_{\rm SN}$)表达式如下:

$$R_{SN} = \frac{\pi W_1 A^2}{4W_0} \left[1 - \frac{W_1 A^2}{2(W_0^2 + \Omega^2)} \right]^{-1}, \quad (11)$$

$$\stackrel{\cong}{=} \frac{\lambda^2 (1 + 2\tau_1) (1 + 2\tau_2)}{(1 + 2\tau_3)^2} < 1 \text{ BJ},$$

$$W_0 = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \exp \left[\frac{1}{p} \left\{ \frac{1 + 2\tau_1}{2} \mp \frac{2\lambda \sqrt{pq} (1 + 2\tau_1)^2}{p(1 + 2\tau_3)} + \frac{(1 + 2\tau_1)}{2} \varphi_1 \ln(\varphi_8) + \varphi_9 B_1 \right\} \right],$$

$$W_1 = \sqrt{p/q} B_1 W_0 \cdot \left(\frac{1}{(1 + 2\tau_1) (1 + 2\tau_2)} - \frac{\lambda^2}{(1 + 2\tau_3)^2} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (12)$$

$$\stackrel{\cong}{=} \frac{\lambda^2 (1 + 2\tau_1) (1 + 2\tau_2)}{(1 + 2\tau_3)^2} > 1 \text{ BJ},$$

$$W_0 = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \exp \left[\frac{1}{p} \left\{ \frac{1 + 2\tau_1}{2} \mp \frac{2\lambda \sqrt{pq} (1 + 2\tau_1)^2}{p(1 + 2\tau_3)} + \frac{(1 + 2\tau_1)}{2} \varphi_1 \ln(\varphi_8) + \varphi_{10} B_2 \right\} \right],$$

$$W_1 = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{p/q} B_2 W_0 \left(\frac{\lambda^2}{(1 + 2\tau_3)^2} - \frac{1}{(1 + 2\tau_1) (1 + 2\tau_2)} \right)^{-\frac{1}{2}}, \quad (13)$$

其中

$$\begin{split} B_1 &= \operatorname{atan} \frac{\varphi_3 \pm 1}{\varphi_4} - \operatorname{atan} \frac{\varphi_3}{\varphi_4}, \\ B_2 &= \ln \left[\left(\varphi_6 \pm \frac{p}{1 + 2\tau_1} \right) \right. \\ &\left. \left. \left(\varphi_7 \pm \frac{p}{1 + 2\tau_1} \right) \right] - \ln \frac{\varphi_6}{\varphi_7}, \\ \varphi_8 &= \frac{p(1 + 2\tau_2)}{q(1 + 2\tau_1)} \pm \frac{2\lambda \sqrt{pq}(1 + 2\tau_2)}{q(1 + 2\tau_3)} + 1, \\ \varphi_9 &= \left[\frac{3\lambda q(1 + 2\tau_1)^2}{p(1 + 2\tau_3)(1 + 2\tau_2)} \right. \\ &\left. - \frac{4\lambda^3 q(1 + 2\tau_1)^3}{p(1 + 2\tau_3)^3} + \frac{\lambda(1 + 2\tau_1)}{(1 + 2\tau_3)} \right] \end{split}$$

$$\times \left(\frac{1}{(1+2\tau_1)(1+2\tau_2)} - \frac{\lambda^2}{(1+2\tau_3)^2} \right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\varphi_{10} = \frac{1}{2} \left[\frac{3\lambda q (1+2\tau_1)^2}{p(1+2\tau_3)(1+2\tau_2)} - \frac{4\lambda^3 q (1+2\tau_1)^3}{p(1+2\tau_3)^3} + \frac{\lambda (1+2\tau_1)}{(1+2\tau_3)} \right]$$

$$\times \left(\frac{\lambda^2}{(1+2\tau_3)^2} - \frac{1}{(1+2\tau_1)(1+2\tau_2)} \right)^{-\frac{1}{2}}, (14)$$

另外, $\varphi_1, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_6$ 和 φ_7 的表达式如(8)式所示.

3. 噪声和信号对系统信噪比的影响

通过(11)式所给出的信噪比的表达式,我们可以讨论各个参数对初始条件为 $x(0) = x_+$ 时系统信噪比的影响.

图 1 描述了信噪比 R_{SN} 为乘性噪声强度 p 的函数随着不同的噪声关联强度 λ 变化的曲线. 从图上可以看出随着乘性噪声强度的增加, 信噪比曲线是双峰结构, 此时系统出现了多重随机共振现象. 当乘性噪声强度较小时, 信噪比曲线得到的第一个峰值位置随着 λ 的增加高度升高并向右移动; 在乘性噪声强度较大的区域内出现的第二个峰值位置则随着 λ 的增加高度降低并向左移动, 并且三条曲线上的第二个共振峰总高于第一个.

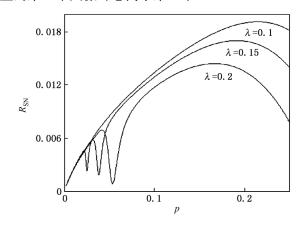


图 1 信噪比 R_{SN} 作为乘性噪声强度 p 的函数随着噪声关联强度 λ 变化的曲线 $q=0.01, \tau_1=0.6, \tau_2=0.3, \tau_3=0.7, A=0.05, <math>\Omega=0.003$

图 2 画出了信噪比 R_{SN} 为乘性噪声强度 p 的函数随着不同的乘性噪声自关联时间 τ_1 变化的曲线. 从图 2 中可以看到单峰曲线,说明此时出现了随机共振现象;峰值的位置随着 τ_1 的增加而降低左移,说明增加乘性噪声自关联时间能够抑制系统信噪

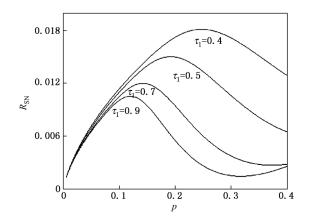


图 2 信噪比 R_{SN} 作为乘性噪声强度 p 的函数随着乘性噪声自 关联时间 τ_1 变化的曲线 q=0.01, $\lambda=0.5$, $\tau_2=0.3$, $\tau_3=0.5$, A=0.05, Q=0.003

比的输出.

图 3 给出了信噪比 R_{SN} 为乘性噪声强度 p 的函数随着不同的加性噪声自关联时间 τ_2 变化的曲线. 图中得到的是非单调曲线,这是典型的随机共振现象. 当乘性噪声强度值较小时,信噪比曲线随着加性噪声自关联时间 τ_2 的增加而增加;当乘性噪声强度值较大时,信噪比曲线随着 τ_2 的增加而减小.

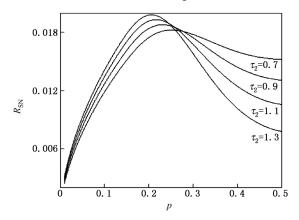


图 3 信噪比 $R_{\rm SN}$ 作为乘性噪声强度 p 的函数随着加性噪声自关联时间 τ_2 变化的曲线 q=0.01, $\lambda=0.7$, $\tau_1=0.6$, $\tau_3=0.3$, A=0.05, $\Omega=0.001$

在图 4 中我们得到的信噪比 R_{SN} 为乘性噪声强度 p 的函数随着不同的乘性与加性色噪声之间的互关联时间 τ_3 变化的曲线. 从图 4 可以看出,此时的信噪比曲线上出现了两个极大值,即此时在系统中可以观察到多重随机共振现象. 曲线上的第一个峰值随着 τ_3 的增加而减小,并且向乘性噪声强度较小的地方移动;第二个峰值的位置则随着 τ_3 的增加而升高. 由图 4 知,当 τ_3 的值较小时,第二个峰的位置

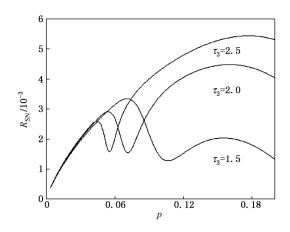


图 4 信噪比 $R_{\rm SN}$ 作为乘性噪声强度 p 的函数随着噪声互关联时间 τ_3 变化的曲线 q=0.01, $\lambda=0.5$, $\tau_1=0.6$, $\tau_2=0.3$, A=0.03, $\Omega=0.002$

低于第一个峰;而当 τ_3 的值比较大时,第二个峰的位置则高于第一个峰. 从图 4 中可以得知,如果在乘性噪声强度取较大值的范围内增加 τ_3 ,总能加强信噪比的输出.

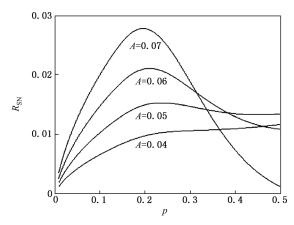


图 5 信噪比 $R_{\rm SN}$ 作为乘性噪声强度 p 的函数随着信号振幅 A 变化的曲线 q=0.01, $\lambda=0.6$, $\tau_1=0.6$, $\tau_2=0.3$, $\tau_3=0.5$, $\Omega=0.003$

图 5 中描述了信噪比 R_{SN} 为乘性噪声强度 p 的函数随着不同的信号振幅 A 变化的曲线. 当信号振幅 A 的值较小时,信噪比随着乘性噪声的增加而单调增加. 当信号振幅 A 增加时,信噪比曲线发生了很大变化,此时曲线出现了一个峰值,即是一个共振现象. 峰值的位置随着信号幅值的增加而升高.

图 6 中描述了信噪比 R_{SN} 为乘性噪声强度 p 的函数随着不同的信号频率 Ω 变化的曲线. 从图 6 中可以看出,当乘性噪声较小时图中的三条曲线基本上重合,并且出现了一个极大值,峰值的位置没有随着信号频率的变化而改变;当乘性噪声的值较大

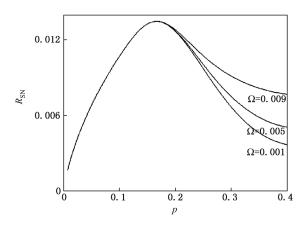


图 6 信噪比 R_{SN} 作为乘性噪声强度 p 的函数随着信号频率 Ω 变化的曲线 q=0.01, $\lambda=0.5$, $\tau_1=0.6$, $\tau_2=0.3$, $\tau_3=0.5$, $\Lambda=0.05$

时,三条曲线有明显的区别,并且随着 Ω 的增加而增加.

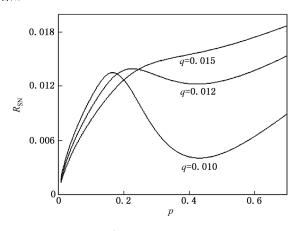


图 7 信噪比 $R_{\rm SN}$ 作为乘性噪声强度 p 的函数随着加性噪声强度 q 变化的曲线 λ =0.5, τ_1 =0.6, τ_2 =0.3, τ_3 =0.5, A = 0.05, Ω =0.003

图 7 中描述了信噪比 R_{SN} 为乘性噪声强度 p 的 函数随着不同的加性噪声强度 q 变化的曲线. 当加性噪声为 q=0.01 与 q=0.012 时, 信噪比曲线随着乘性噪声强度的增加先增加再减小而后又单调增加, 也就是说此时的信噪比曲线随机共振与抑制现象是共存的. 随着加性噪声强度的增加极小值位置提升并且曲线变化趋于平缓. 当 q=0.015 时, 信噪比曲线随着乘性噪声强度的增加而单调增加, 此

时随机共振现象消失了.

图 8 为改变加性噪声强度 q 时的信噪比 R_{SN} 随着噪声关联强度 λ 的曲线. 可以明显看出,当加性噪声强度较小时,随着噪声关联强度的增加信噪比曲线出现了极小值,而随着 q 的增加极小值消失. 同时,信噪比曲线上出现了单个极值峰,峰的位置随着 q 增加而降低且左移. 说明当加性噪声强度较小时,随着 λ 的增加信噪比曲线共振和抑制同时存在.

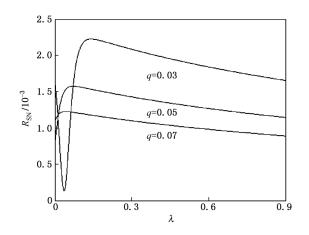


图 8 信噪比 $R_{\rm SN}$ 作为噪声关联强度 λ 的函数随着加性噪声强度 q 变化的曲线 p=0.1, $\tau_1=0.6$, $\tau_2=0.3$, $\tau_3=0.7$, A=0.03, $\Omega=0.008$

4. 结 论

通过研究色高斯噪声对双稳系统信噪比的影响,可以得到如下结论:当信噪比作为乘性噪声强度的函数分别随着噪声关联强度和噪声互关联时间变化时,我们观察到了多重随机共振现象.随着其他参数变化时,信噪比曲线是非单调变化的,这是典型的随机共振现象.并且随着信号强度的增加,随机共振现象被加强;而当信号频率变化时,共振峰的位置没有明显的变化.当加性噪声强度较大时,系统的随机共振现象消失.而信噪比作为加性噪声强度、两噪声的自关联与互关联时间的函数随着其他参数变化的情况本文不再——呈现.

^[1] Bebzi R, Sutera A, Vulpiani A 1981 J. Phys. A 14 L453

^[2] Xu W, Jin Y F, Li W, Ma S J 2005 Chin. Phys. 14 1077

^[3] Jia Y, Yu S N, Li J R 2000 Phys. Rev. E 62 1869

^[4] Luo X Q, Zhu S Q 2004 Chin. Phys. 13 1201

^[5] Liang G Y, Cao L, Wu D J 2002 Phys. Lett. A 294 190

^[6] Liang G Y, Cao L Zhang L, Wu D J 2003 Chin. Phys. 12 1109

- [7] Zhang L Y Cao L, Wu D J 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1174 (in Chinese) [张良英、曹 力、吴大进 2003 物理学报 **52** 1174]
- [8] Wang J, Cao L, Wu D J 2003 Chin. Phys. Lett. 20 1217
- [9] Liang G Y, Cao L, Wang J, Wu D J 2003 Physica A 327 304
- [10] Qian H, Qian M 2000 Phys. Rev. Lett. 84 2271
- [11] Kang Y M, Xu J X, Xie Y 2005 Chaos Soliton. Fract. 25 165
- [12] Novikov E A 1965 Sov. Phys. JETP 20 1290
- [13] Hu G 1994 Stochastic Force and Nonlinear Systems (Shanghai: Shanghai Science and Technological Education Publishing House) p135 (in Chinese) [胡 岗 1994 随机力与非线性系统(上海:上海科学教育出版社)第135页]
- [14] McNamara B, Wiesenfeld K 1989 Phys. Rev. A 39 4854

Effect of gaussian color-correlated colored noise on stochastic multiresonance of a bistable system*

Zhang Xiao-Yan[†] Xu Wei Zhou Bing-Chang

(Department of Applied Mathematics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

(Received 3 January 2011; revised manuscript received 11 March 2011)

Abstract

We investigate the stochastic resonance of the bistable system driven by multiplicative and additive colored noises with colored cross-correlation. The expression of signal-to-noise ratio (SNR) is obtained by using the adiabatic limit. Through analyzing SNR with the initial condition of $x(0) = x_+$, we find the stochastic resonance and the stochastic multiresonance. We also find the effects of the noise intensity, the cross-correlation intensity and the correlation time of the noise on the SNR.

Keywords: stochastic multiresonance, signal-to-noise ratio, bistable system, color-correlated colored noise **PACS:** 05. 40. – a, 02. 50. – r

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10872165).

[†] E-mail: zhangxiaoyan320@ mail. nwpu. edu. cn