

原子玻色-爱因斯坦凝聚体对 V 型三能级原子激光压缩性质的影响*

李明[†]

(桂林理工大学理学院, 桂林 541004)

(2010 年 9 月 19 日收到; 2011 年 1 月 13 日收到修改稿)

利用格子液体方法对 V 型三能级原子玻色-爱因斯坦凝聚体与双模压缩相干态光场相互作用系统的哈密顿量进行分析, 发现文献中对原子间相互作用部分的处理有不合理之处, 从而对该哈密顿量作出了改进并研究了 V 型三能级原子玻色-爱因斯坦凝聚体与双模压缩相干态光场相互作用系统中原子激光的两个正交分量的压缩性质. 研究表明: V 型三能级原子玻色-爱因斯坦凝聚体中光场-原子相互作用强度对原子激光的两正交分量的涨落有明显的影响.

关键词: 玻色-爱因斯坦凝聚, V 型三能级原子, 压缩相干态, 压缩原子激光

PACS: 32. 80. QK, 42. 50. - p

1. 引言

玻色-爱因斯坦凝聚 (Bose-Einstein condensation, 简称为 BEC) 作为一种新的物质形态, 从 1995 年在碱金属原子稀薄气体中实现以来, 引起了研究的热潮^[1-3]. 随后不久, 理论物理学家就预言从超冷的原子 BEC 中可以发射类似于激光的相干原子束. 1997 年, Ketterle 小组^[4] 和 Anderson 等^[5] 相继获得了“原子激光”. 此后, 人们对原子激光的产生及其性质做了大量的研究, 取得了一系列重要成果^[6-18].

在文献 [19] 基础上, 利用格子液体方法^[20] 对光场-原子 BEC 系统的总哈密顿量进行了分析和改进, 并讨论了原子玻色-爱因斯坦凝聚体对 V 型三能级原子激光压缩性质的影响. 结果表明: BEC 中光场-原子相互作用强度 ε 对原子激光的两正交分量的涨落有明显的影响. 当 ε 较小时, $Q_1(t)$ 呈非周期性变化, 且压缩深度较浅. 当 ε 较大时, $Q_1(t)$ 呈周期性变化较明显, 且压缩深度变深.

2. 系统哈密顿量的改进和运动方程的求解

在熟知的 Bogoliubov 近似下^[21], 文献 [19] 已推

导出 V 型三能级原子的 BEC 与双模压缩相干态光场相互作用的系统的总哈密顿量

$$H = (\omega_{01} + 2N_c\Omega)b_2^\dagger b_2 + (\omega_{02} + 2N_c\Omega)b_3^\dagger b_3 + \omega_1 a_1^\dagger a_1 + \omega_2 a_2^\dagger a_2 + \varepsilon_0 \sqrt{N_c} [(a_1 b_2^\dagger + a_2 b_3^\dagger) e^{-i\theta} + (a_1^\dagger b_2 + a_2^\dagger b_3) e^{i\theta}] + N_c^2 \Omega. \quad (1)$$

通过文献 [22] 分析可知 (1) 式中 Ω 对应于 $u_0/2N_c$, 于是得到改进后的哈密顿量

$$H = (\omega_{01} + u_0)b_2^\dagger b_2 + (\omega_{02} + u_0)b_3^\dagger b_3 + \omega_1 a_1^\dagger a_1 + \omega_2 a_2^\dagger a_2 + \varepsilon_0 \sqrt{N_c} [(a_1 b_2^\dagger + a_2 b_3^\dagger) e^{-i\theta} + (a_1^\dagger b_2 + a_2^\dagger b_3) e^{i\theta}] + \frac{1}{2} u_0 N_c. \quad (2)$$

在共振条件 ($\omega_1 = \omega_{01}, \omega_2 = \omega_{02}$) 下, 求解系统的 Heisenberg 运动方程^[23]

$$i\dot{a}_1 = [a_1, H] = \omega_1 a_1 + \varepsilon_0 \sqrt{N_c} b_2 e^{i\theta}, \quad (3)$$

$$i\dot{a}_2 = [a_2, H] = \omega_2 a_2 + \varepsilon_0 \sqrt{N_c} b_3 e^{i\theta}, \quad (4)$$

$$i\dot{b}_2 = [b_2, H] = (\omega_1 + u_0)b_2 + \varepsilon_0 \sqrt{N_c} a_1 e^{-i\theta}, \quad (5)$$

$$i\dot{b}_3 = [b_3, H] = (\omega_2 + u_0)b_3$$

* 教育部科学技术研究重点项目基金 (批准号: 209094) 和广西自然科学基金 (批准号: 2010GXNSFB013050) 资助的课题.

[†] E-mail: liming@glite.edu.cn

$$+ \varepsilon_0 \sqrt{N_c} a_2 e^{-i\theta}, \quad (6)$$

得到

$$a_1(t) = e^{-i(\omega_1 + \frac{u_0}{2})t} \left\{ \left[\gamma \cos(\gamma t) + i \frac{u_0}{2} \sin(\gamma t) \right] a_1(0) - i \varepsilon_0 \sqrt{N_c} \sin(\gamma t) e^{i\theta} b_2(0) \right\} / \gamma, \quad (7)$$

$$a_2(t) = e^{-i(\omega_2 + \frac{u_0}{2})t} \left\{ \left[\gamma \cos(\gamma t) + i \frac{u_0}{2} \sin(\gamma t) \right] a_2(0) - i \varepsilon_0 \sqrt{N_c} \sin(\gamma t) e^{i\theta} b_3(0) \right\} / \gamma, \quad (8)$$

$$b_2(t) = e^{-i(\omega_1 + \frac{u_0}{2})t} \left\{ -i \varepsilon_0 \sqrt{N_c} \sin(\gamma t) e^{-i\theta} a_1(0) + \left[\gamma \cos(\gamma t) - i \frac{u_0}{2} \sin(\gamma t) \right] b_2(0) \right\} / \gamma, \quad (9)$$

$$b_3(t) = e^{-i(\omega_2 + \frac{u_0}{2})t} \left\{ -i \varepsilon_0 \sqrt{N_c} \sin(\gamma t) e^{-i\theta} a_2(0) + \left[\gamma \cos(\gamma t) - i \frac{u_0}{2} \sin(\gamma t) \right] b_3(0) \right\} / \gamma, \quad (10)$$

其中 $\gamma = \sqrt{\varepsilon_0^2 N_c + \frac{1}{4} u_0^2}$.

3. 原子激光的压缩效应

为了研究原子激光的压缩效应,定义原子激光的两个缓变的正交分量算符

$$U_1 = \frac{1}{2\sqrt{2}}(b_2 + b_2^+ + b_3 + b_3^+), \quad (11)$$

$$U_2 = \frac{1}{2\sqrt{2}i}(b_2 - b_2^+ + b_3 - b_3^+). \quad (12)$$

U_1, U_2 满足下列对易关系

$$[U_1, U_2] = i/2. \quad (13)$$

相应的不确定关系为

$$(\Delta U_1)^2 (\Delta U_2)^2 \geq 1/16. \quad (14)$$

引入

$$Q_i = (\Delta U_i)^2 - 1/4 \quad (i = 1, 2),$$

可以得到

$$Q_1(t) = \frac{\varepsilon^2}{2\gamma^2} [\sinh^2 r - \sinh r \cosh r \cos((\omega_1 + \omega_2 + u_0)t + 2\theta - \varphi)] \sin^2(\gamma t), \quad (15)$$

$$Q_2(t) = \frac{\varepsilon^2}{2\gamma^2} [\sinh^2 r + \sinh r \cosh r \cos((\omega_1 + \omega_2 + u_0)t + 2\theta - \varphi)] \sin^2(\gamma t). \quad (16)$$

由于 $Q_1(t)$ 和 $Q_2(t)$ 的函数关系对称,只利用(15)式对 $Q_1(t)$ 作了计算和分析,取 $r = 0.5, N_c = 10^5, \omega_1 = 100, \omega_2 = 110, \varepsilon_0 = 2, z = 10, u_0 = z\varepsilon_0$

$= 20$. 对 ε 考虑了光与原子作用强度不同的3种情况,即 $\varepsilon = 0.005u_0, 0.05u_0$ 和 $0.5u_0$. 所得结果如图1所示.

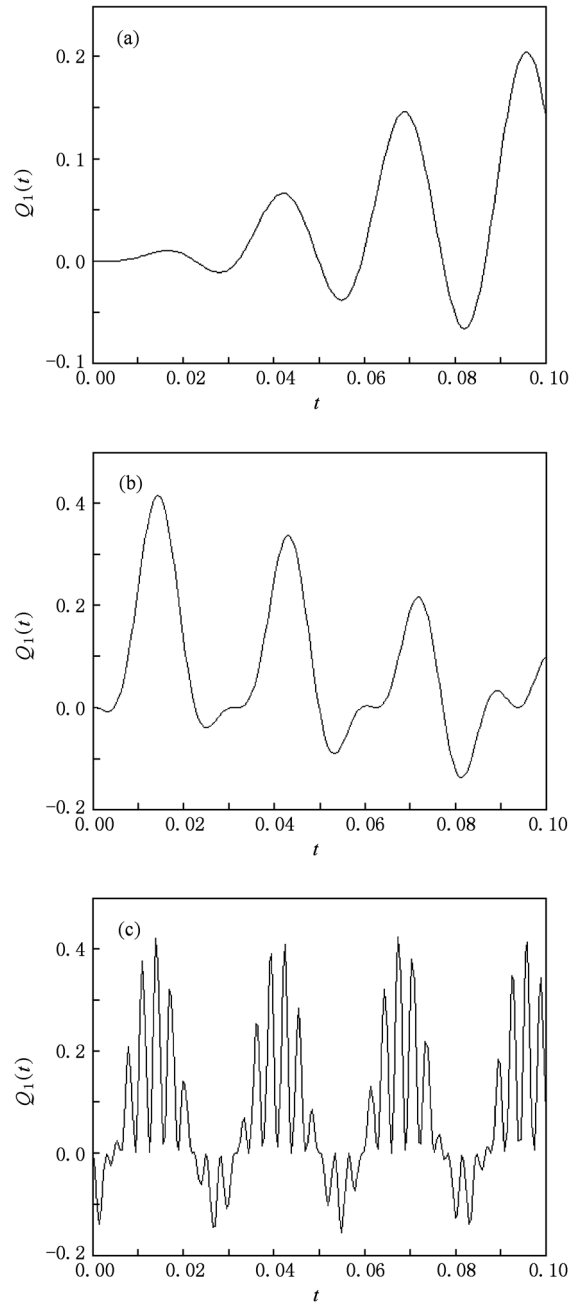


图1 原子激光 $Q_1(t)$ 的时间演化特性 (a) $\varepsilon = 0.005u_0$; (b) $\varepsilon = 0.05u_0$; (c) $\varepsilon = 0.5u_0$

从图1可以看出,BEC中光场-原子相互作用强度 ε 对原子激光的两正交分量的涨落有明显的影 响.当 ε 较小时, $Q_1(t)$ 呈非周期性变化,且压缩深度较浅.当 ε 较大时, $Q_1(t)$ 呈周期性变化较明显,且压缩深度变深.这与(15)式是一致的.

4. 结 论

利用格子液体方法,对文献中给出的 V 型三能级原子玻色-爱因斯坦凝聚体与双模压缩相干态光场相互作用系统的哈密顿量进行分析,表明文献中对原子间相互作用部分的处理有不合理之处,从而对该哈密顿量作出了改进并进一步讨论了原子玻色-爱因斯坦凝聚体对 V 型三能级原子激光压缩性

质的影响. 结果表明: BEC 中光场-原子相互作用强度 ε 对原子激光的两正交分量的涨落有明显的影 响. 当 ε 较小时, $Q_1(t)$ 呈非周期性变化, 且压缩深度较浅. 当 ε 较大时, $Q_1(t)$ 呈周期性变化较明显, 且压缩深度变深. 即在光场的初始压缩因子 r, u_0 以及处于基态的超冷原子数目一定的情况下, BEC 中光场-原子间的相互作用 ε 越强, 原子激光的压缩深度越大.

- [1] Anderson M H, Ensher J R, Matthews M R, Wieman C E 1995 *Science* **269** 198
- [2] Davis K B, Mewes M O, Andrews M R, Druten N J, Durfee D S, Kurn D M, Ketterle W 1995 *Phys. Rev. Lett.* **75** 3969
- [3] Bradley C C, Sackett C A, Tollett J J, Hulet R G 1995 *Phys. Rev. Lett.* **75** 1687
- [4] Mewes M O, Andrews M R, Kurn D M, Durfee D S, Townsend C G, Ketterle W 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 582
- [5] Anderson B P, Kasevich M A 1998 *Science* **282** 1686
- [6] Kuang L M 1998 *Commun. Theor. Phys.* **30** 161
- [7] Kuang L M, Ouyang Z W 2000 *Phys. Rev. A* **61** 023604
- [8] Zhao Z C, Kuang L M 2000 *Acta Sin. Quant. Opt.* **6** 29 (in Chinese) [赵志超、匡乐满 2000 量子光学学报 6 29]
- [9] You L, Lewenstein M, Cooper J 1995 *Phys. Rev. A* **51** 4712
- [10] Sun C P, Zhan H, Miao Y X, Li J M 1998 *Commun. Theor. Phys.* **29** 161
- [11] Jing H, Chen J L, Ge M L 2001 *Phys. Rev. A* **63** 15601
- [12] Zhou M, Huang C J 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2514 (in Chinese) [周 明、黄春佳 2002 物理学报 51 2514]
- [13] Zhou M, Fang J Y, Huang C J 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1916 (in Chinese) [周 明、方家元、黄春佳 2003 物理学报 52 1916]
- [14] Zhou M, Huang C J 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 0054 (in Chinese) [周 明、黄春佳 2004 物理学报 53 0054]
- [15] Zhang J M, Liu W M, Zhou D L 2008 *Phys. Rev. A* **77** 033620
- [16] Li Z G, Fei S M, Wang Z D, Liu W M 2009 *Phys. Rev. A* **79** 024303
- [17] Li Z G, Fei S M, Alberverio S, Liu W M 2009 *Phys. Rev. A* **80** 034301
- [18] Li Z G, Zhao M J, Fei S M, Liu W M 2010 *Phys. Rev. A* **81** 042312
- [19] Zhou Y X, Xia Q F, Sun C Y 2008 *J. At. Mol. Phys.* **25** 0633 (in Chinese) [周玉欣、夏庆峰、孙长勇 2008 原子与分子物理学报 25 0633]
- [20] Hu Y 1982 *Molecular Thermodynamics on Fluids* (Beijing: Higher Education Press) p380 (in Chinese) [胡 英 1982 流体的分子热力学 (北京: 高等教育出版社) 第 380 页]
- [21] Ni G J, Chen S Q 2000 *Advanced Quantum Mechanics* (Shanghai: Fudan University Press) p372 (in Chinese) [倪光炯、陈苏卿 2000 高等量子力学 (上海: 复旦大学出版社) 第 372 页]
- [22] Li M, Sun J X 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 2702 (in Chinese) [李明、孙久勋 2006 物理学报 55 2702]
- [23] Peng J S, Li G X 1996 *Introduction of Modern Quantum Optics* (Beijing: Science Press) p185 (in Chinese) [彭金生、李高翔 1996 近代量子光学导论 (北京: 科学出版社) 第 185 页]

Influence of an atomic Bose-Einstein condensate on the squeezing properties of V-type three-level atomic lasers^{*}

Li Ming[†]

(Department of Mathematics and Physics , Guilin University of Technology , Guilin 541004 , China)

(Received 19 September 2010 ; revised manuscript received 13 January 2011)

Abstract

The Hamiltonian operator of a system of V-type three-level atomic Bose-Einstein condensation interacting with two-mode squeezed coherent light field is analyzed in terms of the lattice-liquid model. It is indicated that the contribution of the interaction between atoms to the Hamiltonian in the literature is irrational, so the Hamiltonian operator is improved and the squeezing properties of atomic laser coupled output from the system of V-type three-level atomic Bose-Einstein condensation interacting with two-mode squeezed coherent light field are studied. The results show that the interaction intensity of light-atoms in the Bose-Einstein condensation has evident influence on the fluctuations of two quadrature components of the atomic laser.

Keywords: Bose-Einstein condensation, V-type three-level atom, squeezed coherent state, squeezed atomic laser

PACS: 32. 80. QK, 42. 50. - p

^{*} Project supported by the Key Project of Ministry of Education, China (Grant No. 209094) and the Natural Science Foundation of Guangxi Province, China (Grant No. 2010GXNSFB013050).

[†] E-mail: liming@glite.edu.cn