

## Hall 推力器内饱和鞘层下电子与壁面碰撞频率特性\*

张凤奎<sup>1)†</sup> 丁永杰<sup>2)</sup>

1) (哈尔滨工程大学航天与建筑工程学院, 哈尔滨 150001)

2) (哈尔滨工业大学能源科学与工程学院, 哈尔滨 150001)

(2010年6月22日收到; 2010年8月23日收到修改稿)

利用二维粒子模拟方法研究 Hall 推力器内电子与壁面的碰撞频率. 研究发现, 饱和鞘层状态下的电子与壁面的碰撞频率较经典鞘层下大大增加, 甚至高出经典鞘层状态下电子与壁面碰撞频率两个数量级, 这样饱和鞘层状态下电子与壁面的碰撞频率对近壁电流的贡献将不容忽略. 进一步分析造成饱和鞘层状态下电子与壁面碰撞频率增加的原因后认为, 饱和鞘层状态下电子与壁面碰撞频率的增加是鞘层电势降低和壁面发射的二次电子回流造成的.

关键词: 饱和, 鞘层, 碰撞, 频率

PACS: 52. 40. Kh, 52. 65. Rr

## 1. 引言

Hall 推力器内电子近壁传导机理最初是由 Morozov 在研究 Hall 推力器的背景下提出的, 之后逐渐建立起相应的理论体系. 近壁传导机理认为, Hall 推力器通道内的电子在 Hall 漂移的过程中不仅会与重粒子发生碰撞, 而且还会与通道壁面发生碰撞, 产生轴向传导. Morozov 等<sup>[1]</sup>在研究 Hall 推力器近壁传导时发现, 按照不存在鞘层作用下得到的近壁传导电流和实验测量结果符合较好, 而按零厚度定常鞘层假设得到的近壁传导电流偏小, 与实验测量结果相矛盾. 实际上, 无论是什么等离子体和器壁之间相互作用都会有鞘层的存在, 而无鞘层作用下的近壁传导模型无法让人信服, 因而迫切需要解决鞘层特性对近壁传导的影响的问题. 研究结果<sup>[2]</sup>表明, 虽然振荡鞘层状态增大了电子与壁面的碰撞频率, 致使近壁传导电流增大, 但是这个增大的电流和实验结果仍然有较大差距, 无法解释实验现象. 随着电子温度的升高, 鞘层的电势降会减小, 当二次电子发射系数大于某一阈值时, 会形成空间电荷饱和鞘层<sup>[3]</sup>, Taccogna 等<sup>[4-6]</sup>采用一维 PIC (particle-in-cell) 方法研究发现, 在推力器不同位置鞘层结构不同, 在推力器的加速区存在电荷饱和和

象. Morozov 和 Savel'ev<sup>[7, 8]</sup>基于电子动力论的方法, 进一步发现随着二次电子发射系数的升高, 鞘层进入空间电荷饱和区域. 当鞘层进入饱和状态后, 主流区中慢电子也可能穿越鞘层而打到壁面, 增大了电子与壁面的碰撞频率. 电子与壁面的碰撞频率是衡量近壁传导最重要的参量之一, 碰撞频率越大, 近壁传导引起的电流也越大.

国内的 Hall 推力器研究起步较晚, 但已有针对各种鞘层特性方面的研究<sup>[9-20]</sup>, 而利用二维粒子模拟方法对等离子体特性的研究工作也已开展<sup>[21, 22]</sup>. 本文采用二维粒子模拟方法, 研究饱和鞘层对电子与壁面碰撞频率的影响. 研究表明, 饱和鞘层增大了电子与壁面的碰撞频率, 甚至存在饱和鞘层下电子与壁面的碰撞频率大于电子与壁面碰撞的特征频率的情况.

## 2. 数值模型

在推力器通道中, 由于电子的 Larmor 半径远大于 Debye 长度, 而鞘层一般只有几个 Debye 长度, 所以认为电子是非磁化的. 由于离子质量远远大于电子质量, 离子的响应速度远远小于电子的响应速度, 因此认为离子的密度和速度在鞘层内变化较小, 离子的速度和密度在计算区域内保持不变, 离

\* 中央高校基本科研业务费专项资金(批准号: HEUCF100212)资助的课题.

† E-mail: fengkuizhang@163.com

子取为背景.

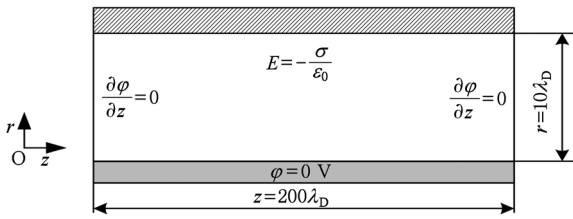


图1 模拟区域

模拟区域为平行于壁面的方向( $z$ 方向)200个 Debye 长度和垂直于壁面方向( $r$ 方向)10个 Debye 长度,如图1所示.网格在空间上均匀划分,模拟的空间步长  $\Delta z = \Delta r = 0.5\lambda_D$ , 时间步长  $\Delta t = 0.1\omega_p^{-1}$ , 其中  $\lambda_D$  为 Debye 长度,  $\omega_p$  为等离子体频率.由于电子质量远远小于离子质量,因此这种方法会在鞘层边界形成预鞘层.但是一般认为,在推力器鞘层边界是满足准中性条件的,因此这种方法会带来一定的误差.为了在鞘层边界形成准中性区域,在每个时间步长内,在距离鞘层边界( $r=r_0$ )的  $3\lambda_D$  长度的范围内均匀地布置电子,速度服从 Maxwell 分布,电子和离子密度( $N = 10^{18}/\text{m}^3$ )相等.在模拟区域的左侧和右侧采用周期性边界条件.本文采用改进的 Morozov 的二次电子发射模型模拟电子和壁面的相互作用<sup>[3]</sup>,当一个电子打到绝缘壁面后,电子可能存在积累在壁面上、弹性散射、打出一个电子和打出两个电子4种情况.4种情况对应的概率分别为

$$W_0(\varepsilon_p) = P_0 \exp(-\varepsilon_p^2/\alpha_0^2), \quad (1)$$

$$W_r(\varepsilon_p) = P_r \exp(-\varepsilon_p^2/\alpha_r^2), \quad (2)$$

$$W_1(\varepsilon_p) = 1 - W_0(\varepsilon_p) - W_r(\varepsilon_p) - W_2(\varepsilon_p), \quad (3)$$

$$W_2(\varepsilon_p) = 1 - \exp(-\varepsilon_p^2/\alpha_2^2), \quad (4)$$

其中  $\varepsilon_p$  为电子入射的能量.计算时改进 Morozov 的二次电子发射模型,取  $P_0 = 0.5, \alpha_0 = 43.5, P_r = 0.5, \alpha_r = 30, \alpha_2 = 127.9$ .图2为原 Morozov 模型、改进后的 Morozov 的二次电子发射模型的结果和 BN 材料二次电子发射实验结果<sup>[23]</sup>的比较.认为发射的二次电子服从 Maxwell 分布,在空间均匀分布,发射的二次电子的平均能量为通道中电子温度的  $1/3$ <sup>[7]</sup>.在鞘层边界处( $r=r_0$ ),给定电势  $\varphi = 0$ .绝缘壁面( $r=r_w$ )的电势边界条件为  $E = -\sigma/\varepsilon_0$ ;计算区域的左右边界电势满足  $\partial\varphi/\partial z = 0$ .采用稀疏矩阵的方法解各个点的电势分布,采用体积加权法计算粒子所在位置( $z, r$ )处的等离子参数.根据 Hall 推力器的实验测量结果<sup>[24]</sup>,选择电子温度的通道中

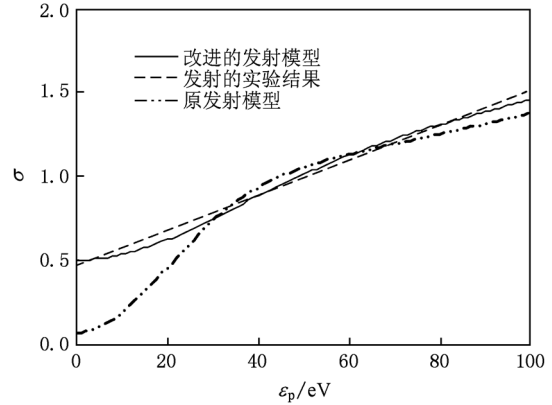


图2 改进的发射模型、Morozov 的原发射模型和二次电子发射实验结果的比较

6个不同的电子温度( $T_e = 6, 9, 12, 40, 50, 60$  eV)来进行模拟.

利用统计得到的电子与壁面的碰撞通量  $s_w$ ,可以求出电子与壁面的碰撞频率  $v_w$ .电子与壁面的碰撞通量  $s_w$  乘以通道的面积  $\Delta s$  等于电子与壁面碰撞的总量  $s_w \cdot \Delta s$ ,将  $s_w \cdot \Delta s$  除以通道中总的电子数  $N \cdot \Delta v$  ( $N$  为电子密度,  $\Delta v$  为通道体积)就是电子与壁面的碰撞频率  $v_w$ .  $v_w$  和通道长度无关,只和通道的面积与容积比  $\eta$  有关,即

$$v_w = \frac{s_w \cdot \Delta s}{N \cdot \Delta v} = \frac{s_w \cdot \eta}{N}. \quad (5)$$

另外,根据下列经典鞘层状态电子与壁面的碰撞频率公式能够得到经典参考频率  $v_w^{[25]}$  为

$$v_w = v_{\text{ref}} \exp(-|\varphi|/T_{e0}). \quad (6)$$

这里  $\varphi = T_{e0} \ln(1 - \delta) \cdot \sqrt{m_i/(2\pi m_e)}$  为鞘层电势降,其中  $m_i$  为离子质量,  $m_e$  为电子质量,  $\delta$  为二次电子发射系数<sup>[26]</sup>,  $T_{e0}$  为电子温度.计算中二次电子发射系数  $\delta$  数值根据发动机中的实验结果选取<sup>[23]</sup>.这里取 ATON 发动机通道的参数,无鞘层状态下电子与壁面碰撞的特征频率  $v_{\text{ref}} = \sqrt{k_B T_{e0}/m_e}/h$ , 其中  $h$  为通道宽度.

### 3. 数值模拟结果

如图3所示,无论是本文的计算结果,还是(6)式<sup>[25]</sup>的估算结果,经典鞘层下电子与壁面的碰撞频率都在  $10^6 \text{ s}^{-1}$  数量级,电子与壁面的碰撞频率很低.但是如图4所示,在饱和鞘层状态下电子与壁面的碰撞频率急剧上升,饱和鞘层状态下电子与壁面的碰撞频率在  $10^8 \text{ s}^{-1}$  数量级.文献[7,27]指出, Hall

推力器中经典鞘层电子与壁面的碰撞频率过低,并认为这个过低的频率不会对近壁传导产生贡献.而实际上当鞘层处于饱和状态时电子与壁面的碰撞频率高出经典鞘层下电子与壁面的碰撞频率两个数量级,在这种情况下碰撞频率对电流密度的贡献是不容忽略的.

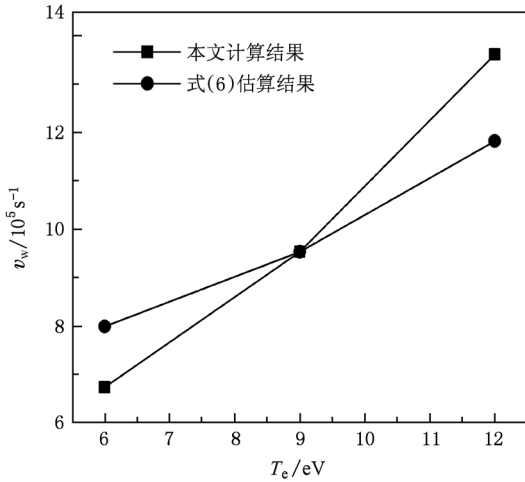


图3 经典鞘层下电子与壁面碰撞频率随电子温度变化

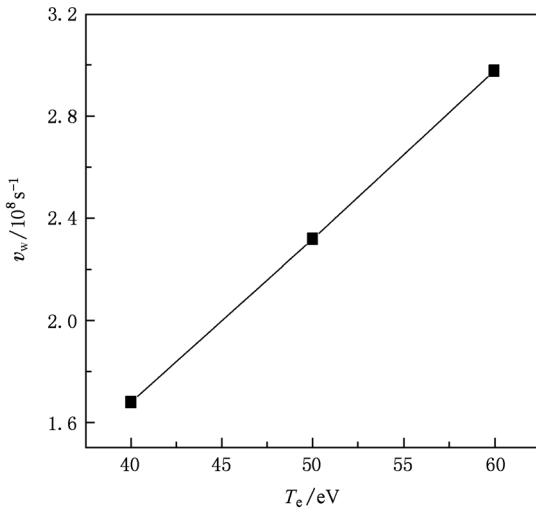


图4 饱和鞘层下电子与壁面的碰撞频率随电子温度的变化

虽然饱和鞘层增大了电子与壁面的碰撞频率,但是究竟是由电子温度的增加造成,还是由饱和鞘层的特性所致,对此需做进一步的分析.引入电子与壁面的有效碰撞系数  $\alpha$ ,  $\alpha$  可表示为

$$\alpha = v_w / v_{\text{ref}} \quad (7)$$

(7)式中对应的是同一电子温度下的电子与壁面的碰撞频率和特征频率.从图5可以看出,经典鞘层下电子与壁面的有效碰撞系数始终远远小于1,说明经典鞘层下电子与壁面的碰撞频率  $v_w$  远远小于无

鞘层时的特征频率  $v_{\text{ref}}$ ,同时也说明经典鞘层的存在对电子与壁面的碰撞频率有很强的阻碍作用,这就是经典鞘层下近壁传导电流偏小的主要原因.但是在饱和鞘层状态下(图6),电子与壁面碰撞的有效系数高出经典鞘层状态下有效碰撞系数两个数量级,这证实了饱和鞘层特性确实增大了电子与壁面的碰撞频率.饱和鞘层状态下电子与壁面的有效碰撞系数甚至存在大于1的情况,说明饱和鞘层状态下电子与壁面的碰撞不仅仅是来自于主流区中的电子,也有来自壁面发射的二次电子.如果仅仅是来自于主流区中的电子与壁面发生碰撞,那么无论如何电子与壁面的有效碰撞系数也不会大于1,因为无论饱和鞘层的电势怎样降低,鞘层的电势降对主流区来的电子仍然是阻碍其向壁面运动的,不会使主流区中每个电子都和壁面发生碰撞.

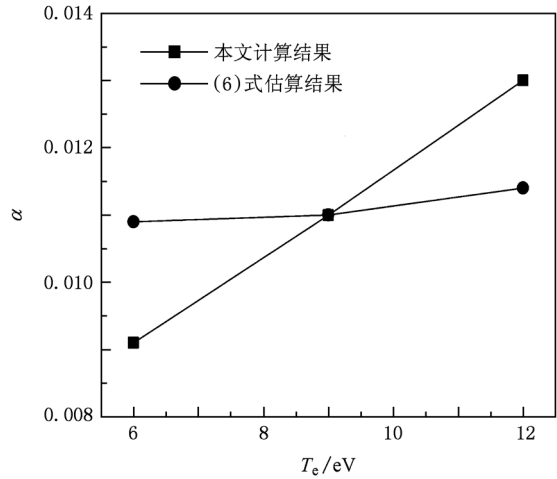


图5 经典鞘层下电子与壁面有效碰撞系数随电子温度的变化

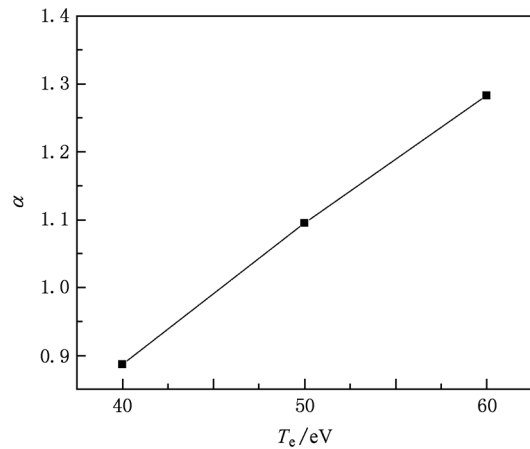


图6 饱和鞘层下电子与壁面有效碰撞系数随电子温度的变化

如图7所示,饱和鞘层状态下电子与壁面碰撞总

通量在  $10^{24} \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1}$  数量级,而本文模拟得到相应的经典鞘层时电子与壁面碰撞通量在  $10^{22} \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1}$  数量级,也就是饱和鞘层下电子与壁面的碰撞通量高出经典鞘层时电子与壁面的碰撞通量两个数量级. 饱和鞘层状态下,电子与壁面碰撞通量的增加是饱和鞘层电势降过低和壁面的二次电子回流两个原因造成的. 在饱和鞘层状态下,远离壁面附近的电场是阻碍电子向着壁面方向扩散,这种阻碍电子向着壁面方向扩散的能力较经典鞘层已经大大减弱,并且在接近壁面附近时径向电场恰恰是吸引电子向着壁面方向运动(图 8). 另外壁面发射的低能二次电子无法穿越饱和鞘层近壁面附近的负电场势垒,因而重新返回壁面,进而也会使电子与壁面的碰撞通量增加. 在饱和鞘层下,主流区的电子温度越高,二次电子回流造成电子与壁面的碰撞通量所占的比重也越大,甚至存在二次电子回流造成电子与壁面的碰撞通量大于主流区电子与壁面的碰撞通量的情况(图 7).

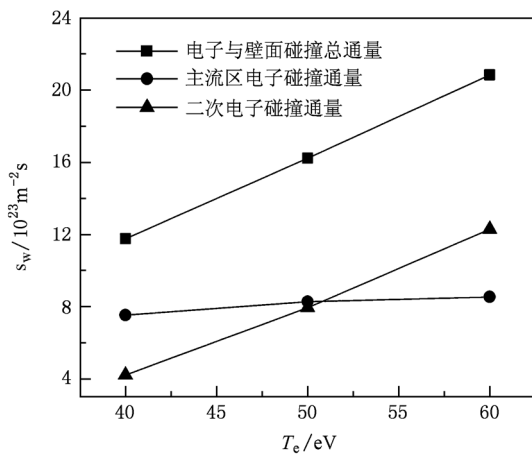


图 7 饱和鞘层下电子与壁面的碰撞总通量、主流区电子与壁面碰撞通量、二次电子回流与壁面碰撞的通量随电子温度的变化

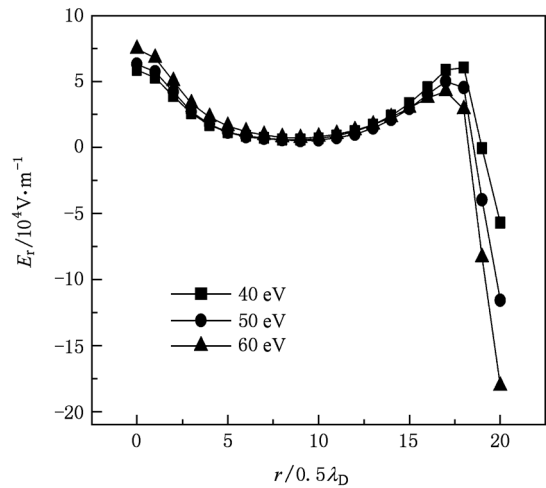


图 8 饱和鞘层下:径向电场分量沿径向的分布

#### 4. 结 论

Hall 推力器在饱和鞘层状态下电子与壁面的碰撞频率远远大于经典鞘层下电子与壁面的碰撞频率. 这个碰撞频率的增加是由以下两个方面造成的:一是由于饱和鞘层阻碍电子向着壁面方向扩散的能力较经典鞘层大大减弱;二是饱和鞘层近壁面附近的负电场势垒造成低能的二次电子回流撞击壁面. 总之,饱和鞘层状态下电子与壁面的碰撞频率甚至高出经典鞘层状态下两个数量级,对近壁传导电流的贡献已经不容忽视. 但该频率对近壁传导电流的贡献有待于进一步的深入的研究.

- [1] Morozov A I, Savel'ev V V 2001 *Rev. Plasma Phys.* **21** 241
- [2] Yu D R, Zhang F K, Li H, Liu H 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1844 (in Chinese) [于达仁、张凤奎、李 鸿、刘 辉 2009 物理学报 **58** 1844]
- [3] Barral S, Makowski K, Peradzynski Z, Gascon N, Dudeck M 2003 *Phys. Plasmas.* **10** 4137
- [4] Taccogna F, Longo S, Capitelli M 2004 *Phys. Plasmas.* **11** 1220
- [5] Taccogna F, Longo S, Capitelli M 2005 *Proceedings of the 29th International Electric Propulsion Conference* (Princeton: Electric Rocket Propulsion Society) 012
- [6] Taccogna F, Longo S, Capitelli M 2005 *Phys. Plasmas* **12** 093506
- [7] Morozov A I, Savel'ev V V 2002 *Plasma Phys. Rep.* **28** 1017
- [8] Morozov A I, Savel'ev V V 2004 *Plasma Phys. Rep.* **30** 299
- [9] Zou X 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1907 (in Chinese) [邹 秀 2006 物理学报 **55** 1907]
- [10] Zou X, Liu H P, Gu X E 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 5111 (in Chinese) [邹 秀、刘惠平、谷秀娥 2008 物理学报 **57** 5111]
- [11] Zou X, Ji T K, Zou B Y 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 1902 (in Chinese) [邹 秀、籍廷坤、邹滨雁 2010 物理学报 **59** 1902]
- [12] Wang D Y, Ma J X, Li Y R, Zhang W G 2009 *Acta Phys. Sin.*

- 58 8432 (in Chinese) [王道泳、马锦秀、李毅人、张文贵 2009 物理学报 58 8432]
- [13] Li Y R, Ma J X, Zheng Y B, Zhang W G 2010 *Chin. Phys. B* **19** 085201
- [14] Tan Z X, Huang Y S, Lan X F, Lu J X, Duan X J, Wang L J, Yang D W, Guo S L, Wang N Y 2010 *Chin. Phys. B* **19** 055201
- [15] Da Z L, Wang Y N, Ma T C 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2398 (in Chinese) [戴忠玲、王友年、马腾才 2001 物理学报 50 2398]
- [16] Liu C S, Wang D Z 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 109 (in Chinese) [刘成森、王德真 2003 物理学报 52 109]
- [17] Hou L J, Wang Y N 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 434 (in Chinese) [侯璐景、王友年 2003 物理学报 52 434]
- [18] Wang Z X, Liu J Y, Zou X, Liu Y, Wang X G 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 793 (in Chinese) [王正涵、刘金远、邹秀、刘悦、王晓钢 2004 物理学报 53 793]
- [19] Zou X, Liu J Y, Wang Z X, Gong Y, Liu Y, Wang X G 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3409 (in Chinese) [邹秀、刘金远、王正涵、宫野、刘悦、王晓钢 2004 物理学报 53 3409]
- [20] Duan P, Liu J Y, Gong Y, Zhang Y, Liu Y, Wang X G 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 7090 (in Chinese) [段萍、刘金远、宫野、张宇、刘悦、王晓钢 2007 物理学报 56 7090]
- [21] Liu C S, Wang D Z, Liu T W, Wang Y H 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 6450 (in Chinese) [刘成森、王德真、刘天伟、王艳辉 2008 物理学报 57 6450]
- [22] Liu C S, Han H Y, Peng X Q, Chang Y, Wang D Z 2010 *Chin. Phys. B* **19** 035201
- [23] Gascon N, Dudeck M, Barral S 2003 *Phys. Plasmas* **10** 4123
- [24] Raites Y, Staack D, Keidar M, Fisch N J 2005 *Phys. Plasmas* **12** 057104
- [25] Keidar M, Boyd I D, Beilis I I 2001 *Phys. Plasmas* **8** 5315
- [26] Hobbs G D, Wesson J A 1967 *Plasma Phys.* **9** 85
- [27] Meezan N B, Cappelli M A 2002 *Phys. Rev. E* **66** 36401

## Features of electron-wall collision frequency with saturated sheath in Hall thruster\*

Zhang Feng-Kui<sup>1)†</sup> Ding Yong-Jie<sup>2)</sup>

1) (College of Aerospace and Civil Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

2) (School of Energy Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

(Received 22 June 2010; revised manuscript received 23 August 2010)

### Abstract

In the paper we study the electron-wall collision frequency in Hall thruster using the two-dimensional particle-in-cell method. It is found that electron-wall collision frequency is greatly increased in the state of saturated sheath compared with in the state of classic sheath, and even two orders of magnitude higher. Thus, the contribution of electron-wall collision frequency in the state of saturated sheath to near-wall current will be non-ignorable. In this paper the reason why the electron-wall collision frequency is increased in the state of saturated sheath is further analysed. It is believed that the increase of electron-wall collision frequency is caused by rather low sheath potential drop and the backflow of secondary electron emitted from the wall.

**Keywords:** saturated, sheath, collision, frequency

**PACS:** 52.40. Kh, 52.65. Rr

\* Project supported by the Fundamental Research Funds for the Central Universities of China (Grant No. HEUCF100212).

† E-mail: fengkuizhang@163.com