

基于符号向量动力学的耦合映像格子参数估计*

王开[†] 裴文江 张毅峰 周思源 邵 硕

(东南大学无线电工程系, 东南大学水声信号处理教育部重点实验室, 南京 210096)

(2010年7月19日收到; 2010年10月19日收到修改稿)

本文, 将符号动力学推广到耦合映像格子中, 以 Logistic 映射下耦合映像格子为研究对象, 研究控制参数对符号向量序列动力学特性的影响. 通过研究耦合映像格子逆函数, 给出耦合映像格子的遍历条件. 进一步, 将给出系统初始向量, 禁止字以及控制参数的符号向量序列描述方法, 并最终给出基于符号向量动力学的耦合映像格子控制参数估计方法. 实验结果表明, 根据本文算法可以有效建立符号序列和耦合映像格子控制参数之间的对应关系, 能够更好地刻画了实际模型的物理过程.

关键词: 符号向量动力学, 耦合映像格子, 参数估计, 遍历性

PACS: 05.45.-a, 05.45.Ra, 05.45.Tp

1. 引言

符号动力学是在有限精度下描述动力学行为的严格方法. 作为一种粗粒化的描述手段, 符号动力学为理解实际耗散物理系统非线性动力学的整体和拓扑性质提供了一个有力的工具^[1,2]. 尤其是在一维混沌领域, 使用字提升法, 可以根据符号序列估计出一维单峰抛物线映射中的控制参数^[1,2]; 基于揉序列相关知识, 通过符号序列排序以及格雷编码, 文献[3,4]进一步研究了符号序列估计单峰映射的初始值与控制参数估计. 文献[5]则分别使用迭代映射法, 以及计算不同混沌轨迹的符号距离法, 研究了混沌初始值/控制参数同符号伪随机序列的对应关系.

符号动力学理论在一维离散混沌领域内的日益完善, 为时空混沌符号动力学理论开展提供借鉴和理论基础. 在时间域空间域离散, 而在状态域连续的耦合映像格子, 常被用来反映物理, 化学, 生物中非线性系统的动力学行为和演化过程并得到广泛的研究与应用^[6]. 1997年, 文献[7]即开始讨论耦合映像格子符号动力系统同实际动力系统的对应关系, 然而由于无法建立普适于各种基于各种分段

线性/分段非线性耦合映像格子的任意步展开项, 因此上述工作无法进一步深入. 2006年, 结合一维符号动力学的相关思想, 文献[8]讨论了 N 节点单峰映射下耦合映像格子 N -bit 符号动力系统的构造方法. 相关工作将符号序列的排序规则从一维混沌映射推广到耦合映像格子; 探讨了耦合映像格子符号序列与不动点、周期轨道以及在稠密轨道之间的关系; 并利用符号动力学的相应观点解释了耦合映像格子的生成划分 (generating partitions)、格雷码以及揉序列等动力特性^[8]. 通过划分相空间定义了耦合映像格子的单调支, 并且用符号一一对应, 文献[8]从而证明了利用符号动力学可以建立出耦合映像格子的等价符号动力系统, 这为进一步建立普适于耦合映像格子的符号向量动力学理论提供了理论依据和研究借鉴. 然而, 由于没有进一步探讨耦合映像格子求逆问题, 因此无法建立出符号序列同实际动力系统的相空间以及控制参数之间的对应关系. 正是由于这个原因, 目前基于符号动力学的耦合映像格子信号估计十分粗糙^[9-11]. 其中, 文献[9]讨论了符号序列部分缺损情况下初值估计问题. 由于没有考虑各个格点间的耦合作用, 文献[10]仅能利用时不变映射系数估计出初始值的统计特性. 而即使考虑到各个格点间的耦合作用并对

* 国家自然科学基金 (批准号: 60672095, 60972165), 国家高技术研究发展计划 (863 计划) (批准号: 2007AA11Z210), 教育部博士点基金 (批准号: 20100092120012, 20070286004), 江苏省高技术研究项目, 江苏省自然科学基金 (批准号: BK2010240), 国家十一五密码发展基金, 国家火炬计划项目资助的课题.

[†] E-mail: kaiwang@seu.edu.cn

格点的映像系数进行修正,基于在符号动力学估计所提出的时变映像系数恢复信号初始值法依然只能恢复出信号初始值的统计特性^[11].

通过解决基于符号向量序列的局部耦合映像格子求逆问题,我们以 Tent 映射/Logistic 映射下耦合映像格子为研究对象,证明了耦合映像格子逆映射都为压缩映射,据此提出了基于符号向量序列的初始值估计算法,其估计误差随观测符号向量序列长度的增加而指数衰减^[12-13];另一方面我们将一维混沌情况下的字提升法扩展到斜 Tent 映射下耦合映像格子,从而探讨了初始条件已知情况下耦合映像格子未知参数的估计算法^[13]. 进一步,利用符号向量序列与耦合映像格子相空间的对应关系,通过符号化有噪信号,我们提出了一类噪声情况下耦合映像格子信号估计的算法. 实验表明,该估计算法可以优先估计在大信噪比情况下耦合映像格子的初始条件,从而更好地刻画实际系统的物理模型^[14,15].

通过改进自提升法,文献[13]初步探讨了初始条件已知情况下耦合映像格子未知参数的估计算法. 然而该算法依然存在若干不足,例如,该算法仅适用于初始向量已知情况,并且该算法无法适用于 Logistic 映射下耦合映像格子. 本文以 Logistic 映射下耦合映像格子为研究对象,研究控制参数对符号向量序列动力学特性的影响. 通过求取耦合映像格子逆函数,我们给出耦合映像格子的遍历条件. 进一步将给出系统初始向量,禁止字以及控制参数的符号向量序列描述方法,并最终给出初始状态未知条件下基于符号向量动力学的耦合映像格子控制参数估计方法. 实验结果表明,根据本文算法可以有效建立符号序列和耦合映像格子控制参数之间的对应关系,能够更好地刻画了实际模型的物理过程.

2. 耦合映像格子的遍历性

一个典型的 N 节点单峰映射下局部耦合映像格子描述如下^[3,8]:

$$x_{n+1}^i = (1 - \varepsilon)f_i(x_n^i) + \frac{\varepsilon}{2}[f_{i-1}(x_n^{i-1}) + f_{i+1}(x_n^{i+1})] \quad (1)$$

其中 $i = 1, \dots, N$ 表示格点位置, N 表示格点大小, n 表示时间步数, ε 表示耦合系数. 动力学系统 $f_i: I \rightarrow I, I = [a, b]$ 为单峰映射函数,例如 Logistic 映射:

$$f_i(x) = 1 - 2x^2.$$

定义 F 为每一个节点的产生函数 f_i , 即 $F(\mathbf{x}_n) = \mathbf{f}\mathbf{x}_{n+1}$, 其中 $\mathbf{x}_n = [x_n^1, x_n^2, \dots, x_n^N]^T, \mathbf{f}\mathbf{x}_{n+1} = [f_1(x_n^1), f_2(x_n^2), \dots, f_N(x_n^N)]^T$. 则可简写(1)式为 $\mathbf{x}_{n+1} = A \times \mathbf{f}\mathbf{x}_{n+1} = A \circ F(\mathbf{x}_n)$, 其中令 A 为(1)式中 $N \times N$ 的耦合矩阵. 令 $H = A \circ F, H: I^N \rightarrow I^N$, 则耦合映像格子迭代方程可简写为 $\mathbf{x}_{n+1} = H(\mathbf{x}_n)$ ^[8].

符号动力学是对动力学系统的粗粒化描述形式,只考虑每一时间点系统所处的相空间,而不考虑具体的取值^[1-2]. 考虑第 i 个格点的单峰映射 $f_i: I \rightarrow I, I = [a, b]$. 定义阈值 x_c^i , 使得在阈值 x_c^i 两边映射 f_i 单调. 此时阈值 x_c^i 将 $I = [a, b]$ 划分为不相交的两个区间段 $E^i = \{e_{-1}^i, e_1^i\}$, 其中 $e_{-1}^i = [a, x_c^i], e_1^i = [x_c^i, b]$, 显然 $e_{-1}^i \cap e_1^i = \phi, e_{-1}^i \cup e_1^i = I$. 定义第 i 个格点的符号取值如下:

$$s_n^i = \begin{cases} -1, & x_n^i \in d_{-1}^i, \\ 1, & x_n^i \in d_1^i, \end{cases} \quad (2)$$

则在 n 时刻,令(1)式产生符号向量 $\mathbf{s}_n = [s_n^1, s_n^2, \dots, s_n^N]^T$. 而(1)式从 0 时刻迭代产生的符号向量序列记为 $\mathbf{S} = \{\mathbf{s}_0, \mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_n, \dots\}$.

符号向量动力学是在有限精度下描述耦合映像格子动力学行为的严格方法. 在 n 时刻,令耦合映像格子符号向量为 $\mathbf{s}_n = [s_n^1, s_n^2, \dots, s_n^N]^T$. 令 $\mathbf{f}\mathbf{x}_{n+1} = A^{-1} \times \mathbf{x}_{n+1}$, 其中 $\mathbf{f}\mathbf{x}_{n+1} = [f_1(x_n^1), f_2(x_n^2), \dots, f_N(x_n^N)]^T$. 考虑第 i 格点 ($i = 1, 2, \dots, N$) 在 n 时刻关系: $f_i(x_{n+1}^i) = f_i(x_n^i)$. 由于映射 f_i 在阈值 $x_{c_k}^i$ 两边单调, 因此 $f_i^{-1}(f_i(x_{n+1}^i)) = x_n^i$ 唯一确定. 令 $F_{s_n}^{-1}$ 为 n 时刻, 符号 s^i 已知时各节点的逆产生函数 $f_i^{-1}(s^i)$, 则 $F_{s_n}^{-1}(\mathbf{f}\mathbf{x}_{n+1}) = [f_1^{-1}(s_n^1)(f_{x_{n+1}}^1), f_2^{-1}(s_n^2)(f_{x_{n+1}}^2), \dots, f_N^{-1}(s_n^N)(f_{x_{n+1}}^N)]^T = \mathbf{x}_n$. 当 \mathbf{s}_n 已知时, $F_{s_n}^{-1} \circ A^{-1}(\mathbf{x}_{n+1}) = \mathbf{x}_n$ 唯一确定. 令 $H_{s_n}^{-1} = F_{s_n}^{-1} \circ A^{-1}, H_{s_n}^{-1}: I^N \rightarrow I^N$, 耦合映像格子的逆可简写为 $\mathbf{x}_n = H_{s_n}^{-1}(\mathbf{x}_{n+1})$ ^[12,13].

当耦合系统为 Logistic 映射为 $f_i(x) = 1 - 2x^2$ 时,考虑其逆映射为 $f_s^{-1}(u) = s \sqrt{(1-u)/2}, s = \pm 1$. 尽管一维动力学系统 f_i^{-1} 在区间 I 上遍历,但是时空系统 $H_{s_n}^{-1}$ 在区间 I^N 上并不遍历. $H_{s_n}^{-1}$ 的遍历区间是一个复数域区间而非一个实数域区间. 例如当 $N = 2, \varepsilon = 0.1, \mathbf{x}_{n+1} = [0.9, -0.8]^T \in I^2$ 时,其一步前项值(即 n 时刻的值) \mathbf{x}_n 为复数向量: $\mathbf{x}_n = [0.2372i, 1.0031]^T$, 且不可能出现在遍历区间 I^2 上,因此向量 $[0.9, -0.8]^T$ 是一个无法通过迭代耦合映像格子产生的禁止字.

令 $N \times N$ 矩阵 $B = \{b_{ij}\}_{i,j=1,2,\dots,N}$ 为耦合矩阵 A 的逆矩阵. 对于 I^N 相空间上任意向量 $\mathbf{x}' = [x'_1, x'_2, \dots, x'_N]^T$, 计算 $H_{s_n}^{-1}(\mathbf{x}')$ 如下: 求取 $B \times \mathbf{x}' = \mathbf{y}' = [y'_1, y'_2, \dots, y'_N]^T$, 其中 $y'_j = \sum_{i=1}^N b_{ij}x'_i, j = 1, 2, \dots, N$. 当耦合系统为 Logistic 映射为 $f_i(x) = 1 - 2x^2$ 时, 考虑其逆映射为 $f_s^{-1}(u) = s \sqrt{(1-u)/2}, s = \pm 1$. 当 $u > 1$ 时, $f_s^{-1}(u)$ 取值为复数; 当 $u < -1$ 时, $f_s^{-1}(u) \notin I = [-1, 1]$. 因此, 对于任意 $\mathbf{x}' = [x'_1, x'_2, \dots, x'_N]^T \in I^N$, 当其前项 $H_s^{-1}(\mathbf{x}') \notin I^N$ 对于任意符号向量 \mathbf{s} 都成立时, 该 \mathbf{x}' 为禁止字.

以一个简单的 2 节点, 耦合系数 $\varepsilon = 0.1$ 的 Logistic 映射条件下耦合映像格子为例, 其耦合矩阵 A 和耦合逆矩阵 B 分别如下所示:

$$A = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.1 \\ 0.1 & 0.9 \end{bmatrix},$$

$$B = A^{-1} = \begin{bmatrix} 1.125 & -0.125 \\ -0.125 & 1.125 \end{bmatrix}.$$

由于满足 $H_{s_i}^{-1}(x_i) \in I^N$, 因此满足不等式组 (3) 的任意 $\mathbf{x}_i = (x_i^1, x_i^2)^T \in [-1, 1]$ 都具有合法前向值, 其中不等式组 $1.125x_1 - 0.125x_2 \leq 1$ 和 $-0.125x_1 + 1.125x_2 \leq 1$ 保证了一步前向值 \mathbf{x}_i 为实数向量; 而不等式组 $1.125x_1 - 0.125x_2 \geq -1$ 和 $-0.125x_1 + 1.125x_2 \geq -1$ 则保证了小于 1,

$$\begin{aligned} 1.125x_1 - 0.125x_2 &\leq 1, \\ -0.125x_1 + 1.125x_2 &\leq 1, \\ 1.125x_1 - 0.125x_2 &\geq -1, \\ -0.125x_1 + 1.125x_2 &\geq -1. \end{aligned} \quad (3)$$

随机选择任意向量 $\mathbf{x}_0 \in I^2$ 并迭代 1000 步. 如图 1 所示, 黑色星号表示系统迭代产生的动力矩. 可以看出这些星号分布在一个被四条黑色直线所包围的类菱形的区域内. 这四条黑线的动力学方程分别为 $b_{11}x_1 + b_{12}x_2 = \pm 1$ 和 $b_{12}x_1 + b_{11}x_2 = \pm 1$, 其中 b_{ij} 为耦合逆矩阵 B 中元素. 而对于任意类菱形区域外的向量 \mathbf{x}_i , 由于其前项 $H_{s_i}^{-1}(\mathbf{x}_i) \notin I^2$, 因此为禁止字, 无法由动力系统迭代产生. 另一方面, 可以看出耦合映像格子动力轨迹所分布的区间并不完全充满由黑线所围成的菱形区间内, 因此, 任意满足 $H_s^{-1}(\mathbf{x}') \notin I^N$ 的向量 \mathbf{x}_i 都为禁止向量, 而并不是所有满足 $H_s^{-1}(\mathbf{x}') \in I^N$ 的向量 \mathbf{x}' 都能实际产生. 单考虑向量 \mathbf{x}' 一步逆前相 $H_s^{-1}(\mathbf{x}')$ 不足以完全描述耦合映像格子的禁止字区间. 进一步考虑 \mathbf{x}' 二步前相 $H_s^{-1}H_s^{-1}(\mathbf{x}')$. 显然对于在任意符号向量序列

$\{\mathbf{s}, \mathbf{s}\}$ 情况下都满足 $H_s^{-1}H_s^{-1}(\mathbf{x}') \notin I^N$ 的向量 \mathbf{x}' , 即使 $H_s^{-1}(\mathbf{x}') \in I^N$ 且 $\mathbf{x}' \in I^N$, 此时向量 \mathbf{x}' 依然是禁止字向量. 图 1 同时给出了考虑二步逆前项情况下耦合映像格子动力学分布以及禁止区间的对应情况. 其中银灰色区域表示满足 $H_s^{-1}H_s^{-1}(\mathbf{x}') \notin I^N$ 的向量禁止字区间 K^2 , 可以看出考虑二步逆前项能更好的描述耦合映像格子的禁止区间.

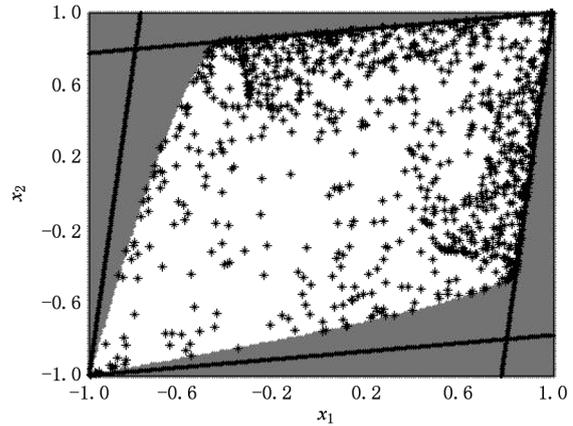


图 1 耦合映像格子动力轨迹的分布情况 ($N=2$), 各图中四条黑线的方程为 $b_{11}x_1 + b_{12}x_2 = \pm 1$ 和 $b_{12}x_1 + b_{11}x_2 = \pm 1$, 其中 b_{ij} 为耦合矩阵 A 的逆矩阵 B 中 i 行 j 列元素, 银灰色区域为禁止字区域 K^2

3. 控制参数对耦合映像格子动力学特性的影响

根据符号向量动力学^[12,13], 一段有限长的耦合映像格子的符号向量序列 $\{\mathbf{s}_i\}_{i=n}^{n+L}$ 对应于遍历空间 I^N 上的一段子空间 $J^N, J^N \subseteq I^N$. 当 $L \rightarrow \infty$ 时, 子空间 J^N 将收敛到该符号向量序列 $\{\mathbf{s}_i\}_{i=n}^{n+L}$ 的初始向量 \mathbf{x}_n . 即已知符号向量序列 $\{\mathbf{s}_n, \mathbf{s}_{n+1}, \dots\}$, 令 $\mathbf{x}(n|L) = H_{s_n, \dots, s_{n+L-1}}^{-L}(\boldsymbol{\eta})$, 其中 $\boldsymbol{\eta}$ 为相空间 I^N 上任意值. 当 $L \rightarrow \infty$ 时, 则存在 $\lim_{L \rightarrow \infty} \mathbf{x}(n|L) = \mathbf{x}(n)$. 若子空间 J^N 属于向量禁止字区间 K^2 , 那么子空间 J^N 所对应的符号向量序列 $\{\mathbf{s}_i\}_{i=n}^{n+L}$ 将是禁止字序列. 令相空间 J^N 为耦合映像格子相空间 I^N 在映射 $H_{\{s_i\}_{i=1}^M}$ 下的对应, 那么我们通过判断相空间 J^N 所在位置, 即可判断符号向量序列 $\{\mathbf{s}_i\}_{i=1}^M$ 是否为禁止字序列.

同样以一个简单的 2 节点, 耦合系数 $\varepsilon = 0.1$ 的 Logistic 映射条件下耦合映像格子为例, 令符号 $S_n \in \{0, 1, 2, 3\}$ 为符号向量 $(s_n^1, s_n^2)^T$ 的对应编码, 即当 $S_n = 0$ 时, $s_n^1 = -1, s_n^2 = -1$; 当 $S_n = 1$ 时, s_n^1

$= 1, s_n^2 = -1$; 当 $S_n = 2$ 时, $s_n^1 = 1, s_n^2 = 1$; 当 $S_n = 3$ 时, $s_n^1 = -1, s_n^2 = 1$. 图 2 给出了部分符号向量序列 $\{S_i\}_{i=1}^3$ 情况下相空间 I^2 在 $H_{|s_i|_{i=1}}^{-3}$ 映射下的相空间 J^2 的分布情况. 我们认为当 $J^2 \subseteq K^2$ 时, $\{S_i\}_{i=1}^3$ 为禁止字; 当 $J^2 \subseteq I^2 - K^2$ 时, $\{S_i\}_{i=1}^3$ 为合法字; 当 J^2 介于禁止字区域 K^2 和合法字区域 $I^2 - K^2$ 之间时,

此时我们认为 $\{S_i\}_{i=1}^3$ 属性待定. 如图 2 所示, 我们分别定义银灰色区间, 白色区间以及黑色区间分别对应禁止字区域 K^2 , 遍历区间 $I^2 - K^2$ 以及各个符号向量序列对应的子区间 J^2 . 则可以看出符号向量序列 $\{2, 0, 3\}$ 为禁止字序列; $\{2, 3, 0\}$ 为合法字序列, 而 $\{2, 1, 2\}$ 性质待定.

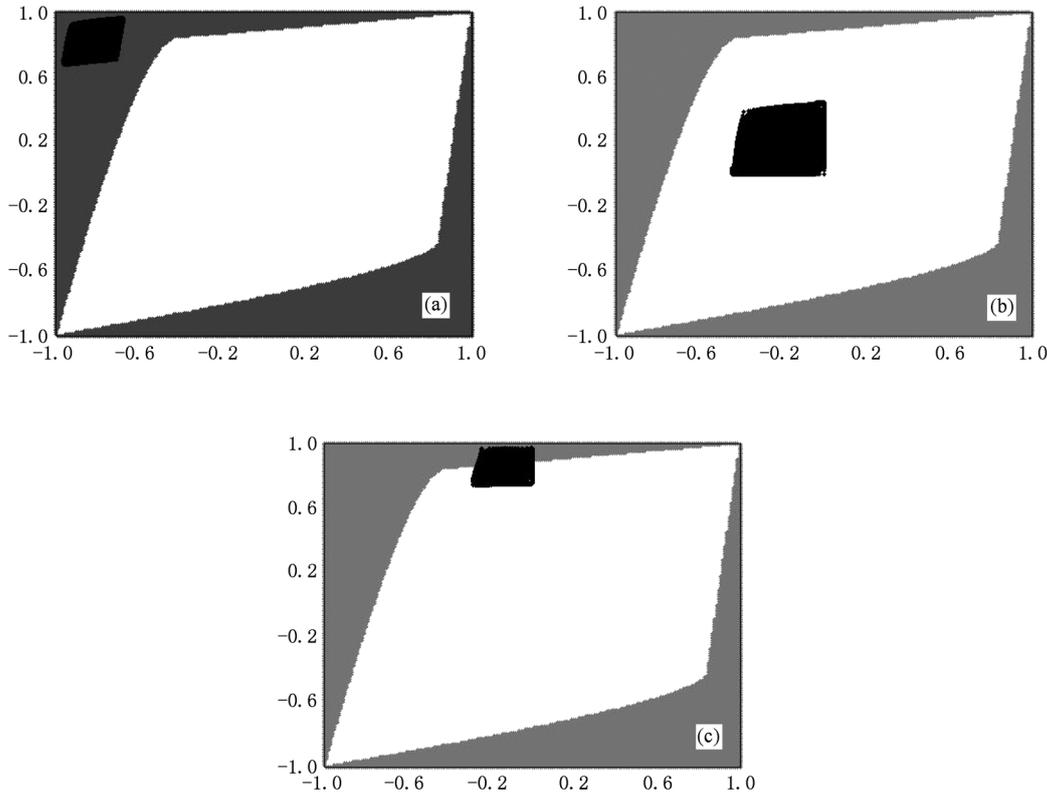


图 2 部分符号向量序列 $\{S_i\}_{i=1}^3$ 情况下相空间 I^2 在 $H_{|s_i|_{i=1}}^{-3}$ 映射下的相空间 J^2 的分布情况 (a) $\{2, 0, 3\}$; (b) $\{2, 3, 0\}$; (c) $\{2, 1, 2\}$

表 1 给出了不同耦合强度 ε 情况下 3 步长禁止字向量序列. 需要注意的是文献[8]同样给出了 $\varepsilon = 0.1$ 情况, 耦合映像格子可能出现的 3 步长符号序列 $\{S_1, S_2, S_3\}$: 010, 020, 100, 101, 102, 110, 111, 120, 122, 200, 201, 202, 210, 211, 220, 222, 310, 320. 比较后发现文献[8]所得到的结果同表 1 结论并不完全相同. 我们发现 $\{0, 1, 1\}$, $\{0, 2, 2\}$, $\{1, 0, 3\}$, $\{1, 1, 3\}$, $\{2, 0, 3\}$ 和 $\{2, 2, 3\}$ 同样为禁止字序列.

如上可以发现, 控制参数决定了耦合映像格子的遍历性. 如图 1 和表 1 所示, 不同的耦合系数对应了不同的禁止字序列. 而这将是我们最终提出的耦合系数估计方法的理论基础. 根据符号向量动力学, 初始值和符号向量序列间存在一一对应关系.

对于禁止字 x_F , 令 $S_F = (x_F) s_0, s_1, \dots$ 为以 x_F 为初始值的迭代产生的符号序列. 令 $\varepsilon_{\text{actual}}$ 为耦合映像格子实际使用的耦合系数, 并令 $K_{\varepsilon_{\text{actual}}}^N$ 为 $\varepsilon_{\text{actual}}$ 条件下系统的禁止字区间. 实际产生的动力学矩和相应的符号向量序列分别为 $\{x_n(\varepsilon_{\text{actual}})\}$ 和 $\{s_n(\varepsilon_{\text{actual}})\}$. 假定此时耦合系数的估计值为 $\varepsilon_{\text{estimation}}$, 根据等式 $\lim_{L \rightarrow \infty} f_{s_n, \dots, s_{n+L}}^{-L}(\eta) = x_n$, 我们利用估计值 $\varepsilon_{\text{estimation}}$ 从 $\{s_n(\varepsilon_{\text{actual}})\}$ 恢复此条件下的动力学估计, 并记为 $\{x_n(\varepsilon_{\text{estimation}})\}$. 显然当 $\varepsilon_{\text{actual}} = \varepsilon_{\text{estimation}}$ 时, 因为 $\{x_n(\varepsilon_{\text{actual}})\} = \{x_n(\varepsilon_{\text{estimation}})\}$ 因此 $\{x \mid x \in \{x_n(\varepsilon_{\text{estimation}})\} \cap x \in K_{\varepsilon_{\text{actual}}}^N\} = \emptyset$. 而当 $\varepsilon_{\text{actual}} \neq \varepsilon_{\text{estimation}}$ 时, $\{x \mid x \in \{x_n(\varepsilon_{\text{estimation}})\} \cap x \in K_{\varepsilon_{\text{actual}}}^N\} \neq \emptyset$. 我们令属于 $\{x_n(\varepsilon_{\text{estimation}})\}$ 且不属于

$K_{\varepsilon_{estimation}}^N$ 的向量为禁止字,其中 $K_{\varepsilon_{estimation}}^N$ 为耦合系数为 $\varepsilon_{estimation}$ 情况下相应的禁止字区间. 根据如下算法,我们探讨耦合系数 $\varepsilon_{estimation}$ 和禁止字个数的关系.

表1 不同耦合强度 ε 情况下3步长禁止字向量序列

$\varepsilon = 0.1$	$\varepsilon = 0.08$	$\varepsilon = 0.06$	$\varepsilon = 0.04$
010	010	010	
011	011		
020	020	020	
022	022		
100	100	100	100
101	101	101	101
102	102	102	102
103	103		
110	110	110	110
111	111	111	111
113			
120	120	120	
122	122	122	
200	200	200	200
201	201	201	
202	202	202	202
203	203		
210	210	210	
211	211	211	
220	220	220	
222	222	222	222
223			
310	310		
320	320		

步骤 1 已知控制参数 ε 属于区间 $[\varepsilon_{min}, \varepsilon_{max}]$. 令 $\varepsilon_i = \varepsilon_{min} + i \frac{\varepsilon_{max} - \varepsilon_{min}}{10}, i = 1, 2, \dots, 10$.

步骤 2 根据等式 $\lim_{L \rightarrow \infty} f_{s_n, \dots, s_{n+L}}^{-L}(\eta) = x_n$, 从观测符号向量序列 $\{s_n\}$ 中估计 ε_i 条件下的动力规矩 $\{x_n(\varepsilon_i)\}$, 并统计属于 $\{x_n(\varepsilon_i)\}$ 但不属于 $K_{\varepsilon_i}^N$ 的禁止字的个数.

随机选择初始值 $x_0 = [0.18, 0.04]^T$, 耦合系数 $\varepsilon_{actual} = 0.51$, 迭代生成实际符号向量序列 $\{s_n(\varepsilon_{actual})\}$. 耦合系数 ε_i 和禁止字总数之间的关系如图3所示. 当 $\varepsilon_{actual} = \varepsilon_i$, 禁止字个数为0; 当 $\varepsilon_{actual} > \varepsilon_i$ 时, 禁止字个数随 ε_i 增大而减少; 当 $\varepsilon_{actual} < \varepsilon_i$ 时, 禁止字个数随 ε_i 增大而增大.

4. 结 论

本文,我们提出的研究了控制参数对耦合映像格子符号向量序列动力特性的影响. 是实用符号动力学在耦合映像格子中的推广和完善. 我们明确给出了符号向量序列同耦合映像格子单调支, 动力轨迹, 控制参数的对应关系. 利用耦合映像格子逆映射, 重点研究耦合映像格子允许字和禁止字产生原因以及同系统控制参数的对应关系, 在此基础上给出允许字序列和禁止字序列的判定方法以及如何利用禁止字区域估计系统耦合强度. 有利于我们更好的研究和应用耦合映像格子的动力学行为.

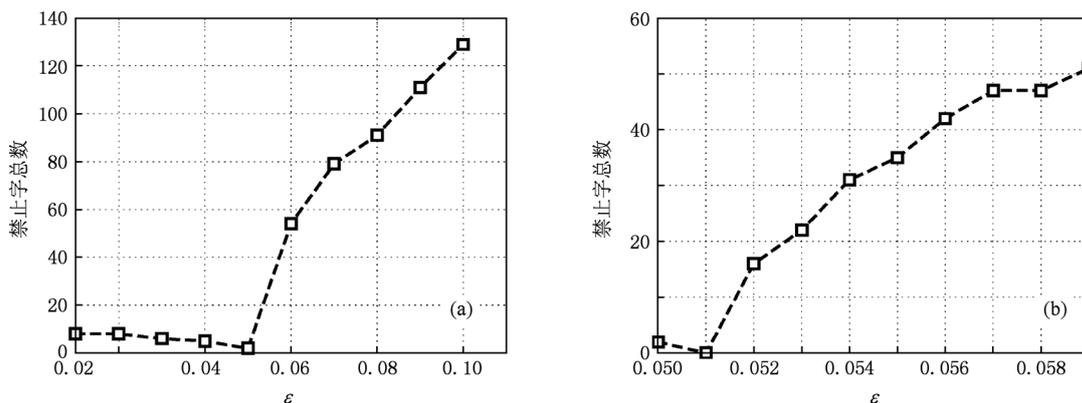


图3 当 $\varepsilon_1 = 0.51$ 一定时,由不同 ε_2 得到的恢复向量序列 $X(\varepsilon_2)$ 中落入禁止字区域的 $K^2(\varepsilon_1)$ 的禁止字个数,其中初始向量 $x_0 = [0.18, 0.04]^T, L = 30$, 符号向量序列长度为800 (a) $[\varepsilon_{min}, \varepsilon_{max}] = [0.01, 0.1]$; (b) $[\varepsilon_{min}, \varepsilon_{max}] = [0.05, 0.059]$

- [1] Hao B L 1994 *Starting With Parabolas: An Introduction to Chaotic Dynamics* (Shanghai: Shanghai Scientific and Technological Education Publishing House) (in Chinese) [郝柏林 1994 从抛物线谈起——混沌动力学引论(上海科学技术教育出版社)]
- [2] Zheng WM, Hao B L 1994 *Applied Symbolic Dynamics* (Shanghai: Shanghai Scientific and Technological Education Publishing House) (in Chinese) [郑伟谋、郝柏林 1994 实用符号动力学(上海科学技术教育出版社)]
- [3] Wu XG, Hu H P, Zhang B 2004 *Chaos Soliton. Fract.* **22** 359
- [4] Alvarez G, Montoya F, Romera M and Pastor G C 2003 *Phys. Lett. A* **311** 172
- [5] Ling C, Wu X F, Sun S G 1999 *IEEE Trans. Signal Proc.* **47** 1424
- [6] Yang W M 1994 *Spatiotemporal Chaos and Coupled Map Lattice* (Shanghai: Shanghai Scientific and Technological Education Publishing House) (in Chinese) [杨维明 1994 时空混沌和耦合映像格子(上海科学技术教育出版社)]
- [7] Coutinho R, Fernandez B 1997 *Physica D* **108** 60
- [8] Shawn D P, Ned J C, Erik B 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 034105
- [9] Shawn D P, Ned J C, Erik B, 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 214101
- [10] Zeng Y C, Tong Q Y 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 285 (in Chinese) [曾以成、童勤业 2003 物理学报 **52** 285]
- [11] Liu Y, Shen M F, Chen H Y 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 564 (in Chinese) [刘英、沈民奋、陈和晏 2006 物理学报 **55** 564]
- [12] Wang K, Pei W J, Xia H S, He Z Y 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 3766 (in Chinese) [王开、裴文江、何振亚 2007 物理学报 **56** 3766]
- [13] Kang W, Pei W J, Wang S P, Cheung Y M, He Z Y 2008 *IEEE Trans. Circuits Syst. I* **55** 1116
- [14] Kang W, Pei W J, Wang S P, He Z Y, Cheung Y M 2007 *Phys. Lett. A* **367** 316
- [15] Kang W, Pei W J, Wang S P, Cheung Y M, Shen Y, He Z Y 2010 *Phys. Lett. A* **374** 562

Parameter estimate from coupled map lattices based on symbolic vector dynamics*

Wang Kai[†] Pei Wen-Jiang Zhang Yi-Feng Zhou Si-Yuan Shao Shuo

(Department of Radio Engineering, Southeast University, Key Laboratory of Underwater Acoustic Signal Processing of Ministry of Education, Southeast University, Nanjing 210096, China)

(Received 19 July 2010; revised manuscript received 19 October 2010)

Abstract

Symbolic dynamics, which partitions the infinite number of finite length trajectories into a finite number of trajectory sets, allows a simplified and “coarse-grained” description of the dynamics of a system with a limited number of symbols. In this paper, we further develop the symbolic vector dynamical estimation method in coupled map lattice (CML). We take the CML of Logistic map as an example, to show that the control parameters affect the dynamical characters of symbolic vector sequence. We study the ergodic property of CML by using the inverse function of CML. We give the symbolic vector dynamical description of the initial values, the forbidden words and the control parameters for studying pattern formation in CML. We also give a coupling coefficient estimation approach based on the ergodic property.

Keywords: symbolic vector dynamics, coupled map lattice, parameter estimation, ergodic property

PACS: 05.45.-a, 05.45.Ra, 05.45.Tp

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 60672095, 60972165), the National High Technology Research and Development Program of China (Grant No. 2007AA11Z210), the Doctoral Fund of Ministry of Education of China (Grant Nos. 20100092120012, 20070286004), the Foundation of High Technology Project in Jiangsu Province, the Natural Science Foundation of Jiangsu Province (Grant No. BK2010240), the Special Scientific Foundation for the “Eleventh-Five-Year” Plan of China, the National Torch Plan, and the Excellent Young Teachers Program of Southeast University.

[†] E-mail: kaiwang@seu.edu.cn