

基于反馈和多最小二乘支持向量机的 分数阶混沌系统控制*

杨红^{1)†} 王瑞²⁾

1) (广州大学, 物理与电子工程学院, 广州 510006)

2) (华南理工大学, 自动化科学与工程学院, 广州 510641)

(2010年8月31日收到; 2010年11月2日收到修改稿)

根据分数阶线性系统的稳定理论, 将混沌系统分成稳定的线性部分和相应的非线性部分. 设计主动控制器, 对非线性部分进行补偿, 从而将分数阶混沌系统控制到平衡点. 为了提高主动控制器的补偿能力, 提出基于反馈的多最小二乘支持向量机 (M-LS-SVM) 拟合模型. 通过减聚类方法将输入空间划分为一些小的局部空间, 在每个局部空间中用 LS-SVM 建立子模型. 为解决子模型相互之间的严重相关问题, 提高模型的精度和鲁棒性, 各个子模型的预测输出通过主元递归 (PCR) 方法连接. 仿真实验表明该方法有助于提高补偿精度和系统响应指标.

关键词: 分数阶, 混沌系统, 多最小二乘支持向量机, 反馈

PACS: 05.45.Gg

1. 引言

分数阶微积分起源于 17 世纪, 但直到近年发现在机械、物理、工程、信息科学、材料学等科学领域存在分数阶现象, 分数阶微积分才激起大家的研究热情. 整数阶微积分是分数阶微积分理论的特例, 整数阶混沌系统是实际混沌系统的理想化处理^[1-4]. 和整数阶混沌系统存在多种控制方法一样^[5-7], 分数阶混沌系统也有很多种控制方法: 驱动-响应法^[8]、滑动模杆控制法^[9,10]、Lyapunov 法^[11]、自适应控制法^[12]、Active 法^[13]、Backstepping 方法^[14]、脉冲控制方法^[15]、PID 控制^[16]、反馈控制^[17-19]等. 分数阶混沌系统的控制与同步在保密通信、信号处理和系统控制及其他领域比整数阶混沌系统拥有更突出、更诱人的应用前景和发展前途.

1999 年, Suykens 等提出了一种最小二乘支持向量机^[20] (least square support vector machines, LS-SVM), LS-SVM 在优化指标中采用了平方项, 且只用等式约束, 将传统的 SVM 中求解二次规划问题转变成求解线性方程组, 简化了计算的复杂性. 文

献^[21]将 LS-SVM 引入到分数阶混沌系统的控制中, 利用 LS-SVM 的非线性函数逼近和泛化能力, 设计主动控制器实现系统的控制.

为了提高 LS-SVM 的非线性拟合能力, 本文提出一种基于反馈的多最小支持向量机 (M-LS-SVM) 建模方法. 由于减聚类算法是一种适合基于数据建模规则的自动提取方法, 不需要预先确定聚类数, 能够自适应地确定聚类数及类中心, 进而确定模型的结构, 因此建立 M-LS-SVM 模型的样本数据集可通过减聚类方法分成多组训练数据, 每组训练数据建立一个 LS-SVM 子模型. 主元递归 (principal component regression, PCR) 是一种多元投影方法, 能够较好地解决数据相关的问题, 采用 PCR 方法可以得到鲁棒的连接权系数, 各个子模型的预测输出可通过 PCR 方法连接. 另外为进一步提高 M-LS-SVM 模型的预测精度, 本文构造反馈校正模型, 用反馈的方法提高模型预测精度. 仿真研究表明, 上述方法能够显著提高系统的控制精度和鲁棒性.

2. 分数阶微分及其近似计算

在分数阶微积分的研究过程中, 对微分和积分

* 国家自然科学基金 (批准号: 60774032), 教育部高等学校博士学科点专项科研基金 (批准号: 20070561006) 资助的课题.

† E-mail: yhenryh@sina.com

概念提出了许多种定义,但是常用的是 Riemann-Liouville(R-L)定义和 Caputo 定义,在纯数学领域中多用 R-L 定义,而在实际应用中常用 Caputo 定义. R-L 分数阶微分定义为

$${}_q D_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-q)} \frac{d^n}{dt^n} \left[\int_\alpha^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{q-n+1}} d\tau \right], \quad (1)$$

式中 n 为大于 q 的最大整数, $n-1 < q < n$, $\Gamma(\cdot)$ 为伽马函数,

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty t^{z-1} e^{-t} dt.$$

3. 分数阶混沌系统控制的 M-LS-SVM 方法

3.1. 回归型 LS-SVM

设给定训练样本集为 $D = \{z_k, h_k\}_{k=1}^L, z_k \in R^n, h_k \in R, L$ 为样本数, LS-SVM 的基本思想是通过一个非线性映射 $\varphi(\cdot)$ 把样本从原空间映射到高维 (M 维) 的特征空间 F , 并在特征空间中构造函数 $h(z)$, 假设 $h(z)$ 的表达式为

$$h(z) = \langle w, \varphi(z) \rangle + b, \quad (2)$$

式中 $\langle \cdot, \cdot \rangle$ 表示内积, $w \in R^n, \varphi: R^n \rightarrow F, b \in R$ 为一个偏差项. 根据 SRM 原则, 上述问题可以转化为如下最优化问题:

$$\min J(w, e) = \frac{1}{2} \langle w, w \rangle + \frac{\gamma}{2} \sum_{i=1}^L e_i^2, \quad (3)$$

$$\text{s. t. } h_i = w^T \varphi(z_i) + b + e_i,$$

式中 γ 为正则化参数. 对于优化问题 (3), 引入 Lagrangian 函数

$$L(w, b, e, \alpha) = J(w, e) - \sum_{i=1}^L \alpha_i [w^T \varphi(z_i)$$

$$+ b + e_i - h_i],$$

其中 $\alpha_i (i = 1, 2, \dots, L)$ 是 Lagrangian 因子. 根据 Karush-Kuhn-Tucker 最优条件可以求得

$$\frac{\partial L}{\partial w} = 0 \rightarrow w = \sum_{i=1}^L \alpha_i \varphi(z_i),$$

$$\frac{\partial L}{\partial b} = 0 \rightarrow \sum_{i=1}^L \alpha_i = 0,$$

$$\frac{\partial L}{\partial e_i} = 0 \rightarrow \alpha_i = \gamma e_i,$$

$$\frac{\partial L}{\partial \alpha_i} = 0 \rightarrow w^T \varphi(z_i) + b + e_i - h_i = 0,$$

式中 $i = 1, 2, \dots, L$, 消去 w 和 e 可以得到

$$\begin{bmatrix} 0 & \mathbf{v}^T \\ \mathbf{v} & \Omega + \gamma^{-1} I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ \boldsymbol{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{h} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

其中 $\mathbf{h} = [h_1, h_2, \dots, h_L]^T, \mathbf{v}$ 为元素为 1 的 $L \times 1$ 向量, $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1, \dots, \alpha_L]^T, \Omega_{ij} = \varphi(z_i)^T \varphi(z_j) = K(z_i, z_j)$.

解方程 (4) 得到 LS-SVM 的回归模型为

$$h(z) = \sum_{i=1}^L \alpha_i K(z, z_i) + b, \quad (5)$$

式中 α_i 为问题 (4) 的解, $K(z, z_i)$ 为核函数, 它是实的对称函数, 本文使用 RBF 核函数.

当用系统输入输出数据建立非线性对象的模型时, 采用单个模型往往只是系统的一种近似模型, 而不同模型在不同输入空间中的预测性能会有所不同. 通过一定方式将这些单个模型进行连接, 构成对象的整个输入空间模型, 模型的预测精确度和鲁棒性将得到增强. 连接多个子模型的一般化结构是模块式泛化结构. 如图 1 所示, M-LS-SVM 是由多个相对独立、协同作用的 LS-SVM 组成的系统^[22].

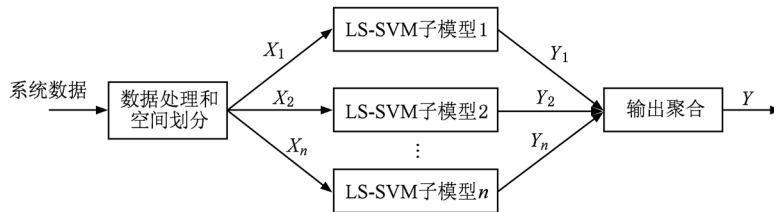


图 1 M-LS-SVM 模型

M-LS-SVM 模型的输出是所有单个 LS-SVM 子模型输出的权连接, 可表示为

$$Y = W^T Y = w_1 Y_1 + w_2 Y_2 + \dots + w_n Y_n, \quad (6)$$

其中 Y 是 M-LS-SVM 预测输出, $Y = [Y_1, Y_2, \dots, Y_n]$, Y_i 是第 i 个子模型的预测输出, $W = [w_1, w_2, \dots, w_n]$ 为连接权值向量, w_i 是连接第 i 个子模型的

权值.

3.2. 减法聚类算法

减法聚类算法的聚类中心位置和个数通过数据点的密度指标来选择,这种方法能够有效地反映数据的分布状况.考虑 q 维空间中的 p 个数据点 X_1, X_2, \dots, X_p , 其减聚类过程分为下面几步.

1) 首先由下式给出数据点 X_i 处的密度指标:

$$D_i = \sum_{j=1}^p \exp\left[-\frac{\|X_i - X_j\|^2}{(0.5\eta)^2}\right] = \sum_{j=1}^p \exp\left[-\sum_{k=1}^q \frac{(x_{i,k} - x_{j,k})^2}{(0.5\eta)^2}\right], \quad (7)$$

其中聚类半径 η 定义了该点的一个邻域,半径以外的数据点对该点的密度指标贡献甚微,取 $\eta = \frac{1}{2} \min_k \{\max_i \|X_i - X_k\|\}$. 在计算每个数据点密度指标后,选择具有最高密度指标的数据点 X_{c_1} 作为第一个聚类中心, D_{c_1} 为其密度指标.

2) 假定 X_{c_k} 为第 k 次选出的聚类中心,相应密度指标为 D_{c_k} , 对于每个数据点的密度指标按下式修正:

$$D_i = D_i - D_{c_k} \exp\left[-\frac{\|X_i - X_{c_k}\|^2}{(0.5\beta)^2}\right], \quad (8)$$

式中 β 是一个正数,定义了密度指标函数显著减少的邻域,为了避免所选中心的彼此之间距离太近,可选 $\beta = 1.5\eta$. 选出密度指标最高的数据点 $X_{c_{k+1}}$ 作为新的聚类中心. 当 $D_i < 0$ 时将此数据点的密度指标设置为零,也就排除了此数据点作为聚类中心的可能性.

3) 判断 $\frac{D_{c_{k+1}}}{D_{c_1}} < \varepsilon$ 是否成立. 若不成立,则转到 2); 若成立则退出,并由此结束聚类过程. ε 是事先给定的参数,此参数决定了最终产生的初始化聚类中心数目. 为保证所选中心能够更好的代表输入数据且聚类数量合适,这里取 $\varepsilon = 0.05$.

通过上述减法聚类过程,确定聚类中心和子模型数 n , 并将样本数据划分为 n 个部分.

3.3. 基于 PCR 分析的输出综合

在(6)式中,对于 p 组样本数据, n 个单个网络可以得到 p 组预测值 Y , 将其构成矩阵 $H (p \times n)$, 并将对应的 p 组输出期望值构成向量 $Y_{MLSSVM} (p \times 1)$. 求解参数 W 的传统方法是采用最小二乘法,即 $W = H^* Y_{MLSSVM}$, 其中 $H^* = (H^T H)^{-1} H^T$, 可以通过对 H

进行奇异值分解来得到. 但由于所训练的多个 LS-SVM 模型反映的是同一种非线性关系,其相互之间是严重相关的,采用最小二乘法难以得到较好的连接权值,这样整个模型的预测精度就会下降. 采用 PCR 方法来综合多个模型的预报值,消除局部系统之间的数据相关性,提高系统的鲁棒性和泛化能力.

采用 PCR 方法将 H 写成如下形式:

$$H = t_1 v_1^T + t_2 v_2^T + \dots + t_n v_n^T \quad (9)$$

其中 $t_i = u_i \lambda_i$ 和 v 分别为矩阵 H 的第 i 个主元分量和负荷分量,为单位正交向量,且 $t_i = H v_i$, λ_i 是矩阵 H 的奇异值, u_i 和 v_i 分别是与奇异值 λ_i 对应的左特征向量和右特征向量. 由于矩阵 H 存在相关性,一般取反映对象主要变化部分的前 k 项来计算,从而构造矩阵 H_k 如下:

$$H \approx H_k = T V^T \quad (10)$$

其中 $T = [t_1, t_2, \dots, t_k]$, $V = [v_1, v_2, \dots, v_k]$.

由(6)式有

$$Y_{MLSSVM} = H W = T V^T W. \quad (11)$$

记 $W_k = V^T W$, 可以计算 W_k 的最小二乘解为

$$W_k = (T^T T)^{-1} T^T Y_{MLSSVM}. \quad (12)$$

由于 V 为正交向量,有 $V^T = V^{-1}$, 于是得到连接权值矩阵

$$W = V W_k = V (T^T T)^{-1} T^T Y_{MLSSVM}. \quad (13)$$

3.4. 基于误差反馈的 M-LS-SVM 拟合模型的构造

为了提高 M-LS-SVM 的逼近能力,本文还将在线校正方法引入 M-LS-SVM 模型中,图 2 给出了基于反馈的 M-LS-SVM 拟合模型的基本结构. 图 2 中滑动平滑校正的输入量为 M-LS-SVM 模型的历史预测误差

$$e(k-i) = y(k-i) - y_{MLSSVM}(k-i), \quad i = 1, 2, \dots, M, \quad (14)$$

式中 $y(k)$ 为输出实际值, $y_{MLSSVM}(k)$ 为预测值.

在模型应用过程中,在已经完成的预测控制周期,对预测效果进行评价,根据预测值与真实值的误差反馈进行模型在线校正,可得

$$\begin{aligned} \tilde{y}(k) &= y_{MLSSVM}(k) + \hat{e}(k) \\ &= y_{MLSSVM}(k) + f(e(k-1), \\ &\quad e(k-2), \dots, e(k-M)). \end{aligned} \quad (15)$$

采用滑动平滑校正策略,根据模型的预测情况,将上式改写为

$$\begin{aligned} \tilde{y}(k) &= y_{MLSSVM}(k) + \phi_1 e(k-1) + \phi_2 e(k-2) \\ &\quad + \dots + \phi_M e(k-M), \end{aligned} \quad (16)$$

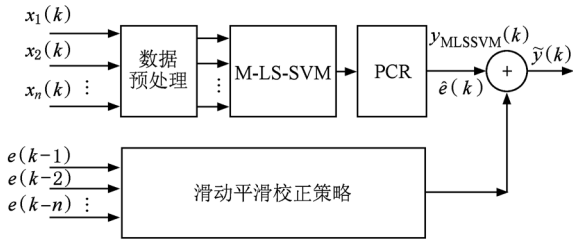


图2 基于反馈的 M-LS-SVM 拟合模型

式中 $\phi_i (i = 1, 2, \dots, M)$ 为具有遗忘特征的权值.

4. 基于反馈和 M-LS-SVM 的拟合模型实现分数阶混沌系统控制

按照文献[21], 给定的分数阶混沌系统

$$D^q x = Ax + g(x), \quad (17)$$

其中 q 为阶数, $0 < q < 1$, $x \in R^n$ 表示系统的状态变量, $A \in R^{n \times n}$ 代表了系统的线性部分, $g: R^n \rightarrow R^n$ 是系统的非线性部分. 利用线性分离方法, 将分数阶混沌系统(17)分解为

$$\begin{aligned} D^q x &= Ax + g(x) \\ &= A_m x + (A - A_m)x + g(x) \\ &= A_m x + F(x), \end{aligned} \quad (18)$$

其中 $F(x) = (A - A_m)x + g(x)$, A_m 为预先设计的矩阵, 满足

$$|\arg(\lambda_i)| > \frac{q\pi}{2}, \quad (19)$$

$$q \max(|\lambda_i|) > 1, \quad (20)$$

其中 $\lambda_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 是矩阵 A_m 的特征值. 假设 $F(x)$ 数学模型未知, 但是其输入和输出可测量, 可以用基于反馈的 M-LS-SVM 拟合模型来近似 $F(x)$. 引入非线性函数逼近器 $\hat{F}(x)$, 用 $\hat{F}(x)$ 补偿和削弱 $F(x)$, 即设计主动控制器 $u = -\hat{F}(x)$, 原系统变成

$$\begin{aligned} D^q x &= A_m x + F(x) + u \\ &= A_m x + F(x) - \hat{F}(x) \\ &= A_m x + \varepsilon(x). \end{aligned} \quad (21)$$

如果 $\varepsilon(x) = F(x) - \hat{F}(x) \rightarrow 0$, 根据文献[17]的定理2, 系统(21)稳定, 从而可将分数阶混沌系统(21)控制到平衡点. 所以问题的关键变成如何很好地拟合 $F(x)$. 为了提高 LS-SVM 的非线性拟合能力, 本文对 LS-SVM 模型进行改进, 形成基于反馈的 M-LS-SVM 拟合模型, 从而提高了拟合 $F(x)$ 的精度.

5. 仿真研究

将设计的基于反馈的 M-LS-SVM 拟合模型应用到分数阶 Liu 系统中. 在仿真过程中, 应用 M-LS-SVM 对其非线性部分进行离线辨识, 然后将训练好的 M-LS-SVM 加入到原混沌系统中抵消系统的非线性部分, 使混沌系统达到平衡状态.

分数阶 Liu 系统表达式为

$$\begin{aligned} \frac{d^q x}{dt^q} &= a(y - x), \\ \frac{d^q y}{dt^q} &= bx - kxz, \\ \frac{d^q z}{dt^q} &= -cz + hx^2, \end{aligned} \quad (22)$$

其中 a, b, c, k, h 为系统参数, q 为分数阶. 当系统参数 $a = 10, b = 40, c = 2.5, k = 1, h = 4$ 时, 系统处于混沌状态.

根据文献[21], 将分数阶 Liu 系统分解为

$$\begin{aligned} D^q x &= A_m x + F(x) = \begin{bmatrix} -10 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 10x_2 \\ 40x_1 - x_1x_3 + x_2 \\ 4x_1^2 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

其中 $q = 0.86, A_m = \begin{bmatrix} -10 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2.5 \end{bmatrix}$, A_m 的特征值为 $\lambda_1 = -10, \lambda_2 = -1, \lambda_3 = -2.5$, 满足不等(19)和(20)式的要求, 所以分数阶系统 $D^q x = A_m x$ 是稳定的.

利用 M-LS-SVM 对 $F(x)$ 进行离线训练, 初值取 $x(0) = -10, y(0) = -20, z(0) = 20$. 为了消除初值对非线性特性的影响, 仿真时去掉前 2000 组 $F(x)$ 的输入输出数据, 选取其后的 1000 组数据, 其中 700 组作为 M-LS-SVM 的训练集, 后 300 组作为测试集. 训练样本采用减聚类算法进行输入空间的划分.

减聚类算法中聚类半径对子模型的数量有较大的影响, 如果聚类半径 η 取值过大, 会导致生成的子模型数量较少, 降低模型精度; 反过来, 如果聚类半径 η 取值过小, 将产生过多的子模型, 增加模型的复杂度, 会出现过拟合的现象, 降低模型的泛化性

能,因此聚类半径的选择应适度,经过计算 $\eta = 35.231$. 通过减法聚类运算,训练用的 700 组数据被分成 5 个输入空间,聚类中心和相应的密度指标如表 1 所示.

建立起来的 M-LS-SVM 相应地包括 5 个 LS-SVM 子模型,经过 PCR 分析, M-LS-SVM 模型输出为

$$Y = 0.231Y_1 + 0.506Y_2 + 0.267Y_3 + 0.311Y_4 + 0.341Y_5,$$

其中 $Y = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$, 而 $Y_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} (i = 1, 2, 3, 4, 5)$ 是第 i

个子模型的输出. 在误差反馈校正式(16)中,令 $\phi_i = e^{-i} (i = 1, 2, \dots, M)$, 则误差反馈校正为

$$\tilde{y}(k) = \hat{y}(k) + e^{-1} \times e(k-1) + e^{-2} \times e(k-2) + \dots + e^{-M} \times e(k-M).$$

上式表示误差项依指数函数的衰减情况加入到反馈校正中去. 为减少计算量,取 $M = 4$.

基于反馈的 M-LS-SVM 拟合模型建立后用 300

组数据进行了测试,测试结果如表 2 所示,表中有三种拟合模型,分别计算了拟合后的均方根误差值. 从表 2 可以看出,后一种拟合模型的精度都比前一种拟合模型要高,表明后一种模型比前一种模型具有较好的逼近精度和鲁棒性.

表 1 聚类中心和密度指标

聚类中心 (x y z)			相应的密度指标
0.325	-0.429	36.595	329.73
-5.361	-1.438	80.649	147.54
3.260	28.301	97.061	38.23
1.770	29.040	98.315	31.99
-2.767	-5.895	15.211	27.96

表 2 三种模型的预测精度比较

模型类别	x 均方根误差	y 均方根误差	z 均方根误差
LS-SVM 拟合模型	0.00098	0.00446	0.00298
M-LS-SVM 拟合模型	0.00033	0.00262	0.00103
基于反馈的 M-LS-SVM 拟合模型	0.00028	0.00192	0.00096

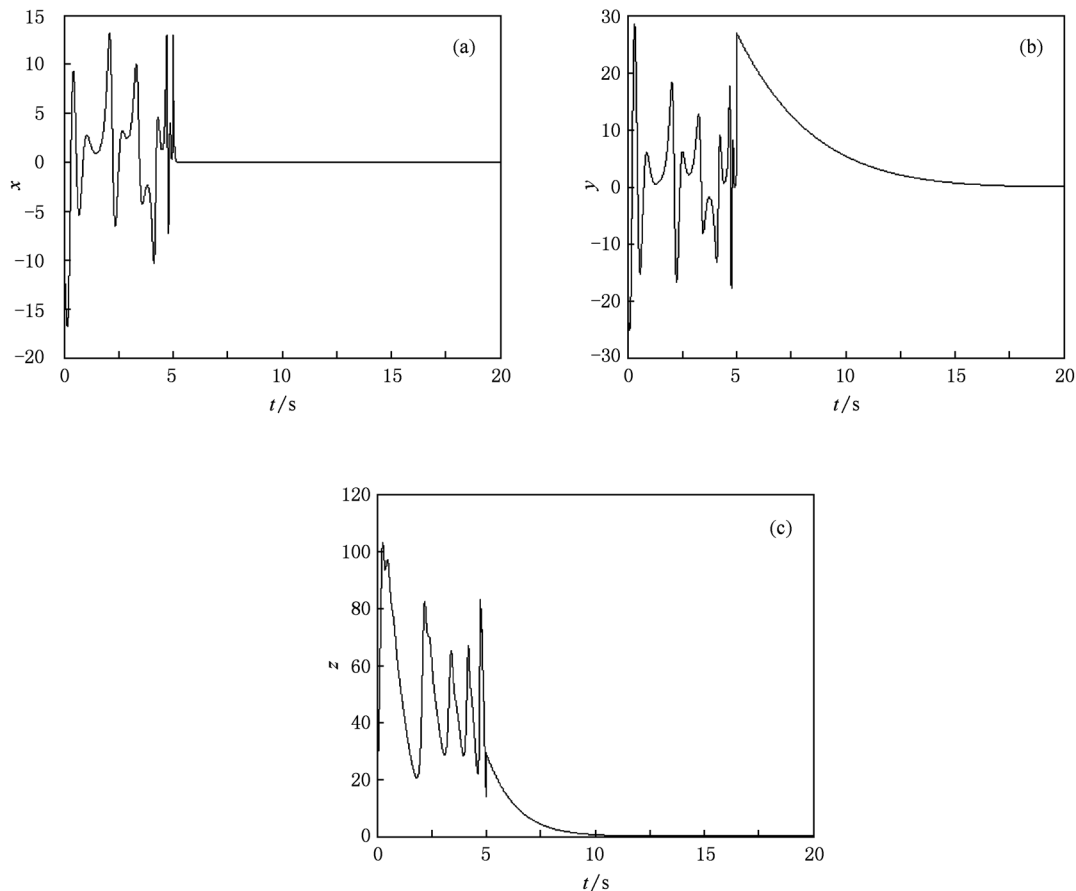


图 3 分数阶 Liu 混沌系统的状态控制响应曲线 ($q = 0.86$) (a) x 轴分量, (b) y 轴分量, (c) z 轴分量

图3为应用基于反馈的M-LS-SVM拟合模型作控制时的状态响应曲线(在 $t = 5\text{s}$ 时加入控制),从图中可以看出系统状态可以很好地被控制到平衡点(0,0,0).

6. 结 论

本文提出了基于反馈的M-LS-SVM拟合模型的分数阶混沌控制方法. 通过线性分离的方法,将分

数阶混沌系统分成线性和非线性两部分. 用基于反馈的M-LS-SVM拟合模型辨识其中的非线性部分, LS-SVM以误差平方和作为训练样本的损失函数,通过解线性方程组的方法得到全局最优解,具有较强的泛化能力;减聚类方法解决了多个单模型之间的严重关联问题,误差反馈校正增强了模型的预测能力,提高了模型的鲁棒性. 对分数阶Liu系统的仿真研究表明,所提出的方法能有效地将混沌系统控制到平衡状态.

- [1] Ge Z M, Ou C Y 2007 *Chaos Soliton. Fract.* **34** 262
- [2] Gao X, Yu J B 2005 *Chaos, Solitons Fract.* **24** 1097
- [3] Li C G, Peng J 2004 *Chaos, Solitons Fract.* **22** 443
- [4] Gao X, Yu J B 2005 *Chin. Phys.* **14** 908
- [5] Zhu S P, Qian F C, Liu D 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 2250 (in Chinese) [朱少平、钱富才、刘 丁 2010 物理学报 **59** 2250]
- [6] Lai X Q, Li Z H, Yuan B, Wang H, Ye Q, Zhao Y R 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 2256 (in Chinese) [来新泉、李祖贺、袁冰、王 慧、叶 强、赵永瑞 2010 物理学报 **59** 2256]
- [7] Ma T D, Zhang H G, J Fu 2009 *Dynamics of Continuous, Discrete and impulsive Systems Series B: Applications & Algorithms.* **16** 215
- [8] Li C P, Deng W H 2006 *Int J Modern Phys. B* **20** 791
- [9] Mohammad Saleh Tavazoei, Mohammad Haeri 2008 *Physica A* **387** 57
- [10] Qi D L, Yang J, Zhang J L 2010 *Chin. Phys. B* **19** 100506
- [11] Hu J B, H Y, Zhao L D 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 7522 (in Chinese) [胡建兵、韩 炎、赵灵冬 2008 物理学报 **57** 7522]
- [12] Zhang R X, Yang Y, Yang S P 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 6039 (in Chinese) [张若洵、杨 洋、杨世平 2009 物理学报 **58** 6039]
- [13] Zhang C F, Gao J F, Xu L 2007 *Acta Phys. sin.* **56** 5124 (in Chinese) [张成芬、高金峰、徐 磊 2007 物理学报 **56** 5124]
- [14] Gao X, Yu J B 2005 *Chin. Phys.* **14** 908
- [15] Zhong Q S, Bao J F, Yu Y B, Liao X F 2009 *Chin. Phys. Lett.* **25** 2812
- [16] Serdar E H 2007 *IEEE Trans on Automatic Control.* **52** 1964
- [17] Wen X J, Wu Z M, Lu J G 2008 *IEEE Trans on Circuits and Systems II* **55** 1178
- [18] Ma T D, Zhang H G, J Fu 2008 *Chin. Phys. B* **17** 4407
- [19] Min F H, Yu Y, Ge C J 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1456 (in Chinese) [闵富红、余 杨、葛曹君 2009 物理学报 **58** 1456]
- [20] Suykens J A K, Vandewalle J 1999 *Int. J. Circ. Theor. Appl.* **27** 605
- [21] Yan X M, Liu D 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 3043 (in Chinese) [阎晓妹、刘 丁 2010 物理学报 **59** 3043]
- [22] Yuan P, Mao Z Z, Wang F L 2006 *Journal of System Simulation* **18** 1458 (in Chinese) [袁 平、毛志忠、王福利 2006 系统仿真学报 **18** 1458]

Fractional order chaotic system control based on feedback and multiple least square support vector machines *

Yang Hong^{1)†} Wang Rui²⁾

1) (*School of Physics and Electronic Engineering, Guangzhou University, Guangzhou 510006, China*)

2) (*School of Automation Science and Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510641, China*)

(Received 31 August 2010; revised manuscript received 2 November 2010)

Abstract

According to the stability of fractional order linear systems theory, the system is decomposed into stable linear parts and the corresponding nonlinear parts. The active controller is designed to compensate the nonlinear parts, and the fractional order chaotic system is suppressed to an equilibrium point. In order to improve the compensation ability of active controller, a multiple least square support vector machine (M-LS-SVM) regression model is presented based on feedback. The subtractive clustering is adopted to divide the input space into several sub-spaces, and sub-models are built by a LS-SVM in each sub-space. In order to minimize the severe correlation among sub-models and to improve the accuracy and the robustness of the model, the sub-models are combined by principal component regression (PCR). The experiment result shows that by using the method the compensation accuracy and the system response indices can be improved.

Keywords: fractional order, chaotic system, multiple least square support vector machines, feedback

PACS: 05.45.Gg

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60774032) and Special Research Fund of Ministry of Education of China for College Doctoral Subject (Project for Young Scholar) (Grant No. 20070561006).

† E-mail: yhenryh@sina.com