

# 三层单负材料结构中电磁波模分析\*

宋 戈<sup>†</sup> 许静平 羊亚平

(同济大学物理系, 上海 200092)

(2010年7月6日收到; 2010年9月14日收到修改稿)

本文分析了由负介电常数材料和负磁导率材料交替排列组成的一维三层结构中的电磁波模式, 包括传播模及波导模。传播模对应于入射的行波模, 着重研究了发生共振隧穿时场分布和透射谱随入射角度的变化关系, 发现改变结构参数时共振隧穿频率会劈裂成两个, 且这两个隧穿模的频率间距随着中间层厚度的减小而逐渐加大。波导模是指在结构两边的半无限真空中以倏逝场形式存在的电磁模式, 分析了它的存在条件即色散关系, 发现这种模在材料的交界面处会出现较强的局域场。

**关键词:** 单负材料, 共振隧穿, 传播模, 波导模

**PACS:** 41.20.Jb, 63.20.Ry

## 1. 引言

近年来, 含特异材料的光子晶体引起了人们的广泛关注<sup>[1–7]</sup>。由于特异材料具有特殊的电磁性质, 因此人们将光子晶体同特异材料相结合, 得到了一系列新奇的性质, 并提出了一些潜在的应用前景, 如小型化的全向带隙滤波器<sup>[1]</sup>、角度滤波器<sup>[2]</sup>等。目前研究较多的特异材料有左手材料<sup>[3]</sup> (负折射率材料) 和单负材料<sup>[4]</sup>。将介电常数和磁导率同为负的材料称之为左手材料。单负材料包括负介电常数(介电常数为负, 磁导率为正)材料和负磁导率(介电常数为正, 磁导率为负)材料两种。因为单负材料中电磁波的波矢为虚数, 所以其中只存在迅衰的电磁波模式, 电磁波不能通过。但是, 如果将两种单负材料组合在一起, 这种结构对某些频率的电磁波是透明的, 电磁波可以通过。Alù 和 Engheta 研究了由负介电常数材料和负磁导率材料组成的双层结构, 利用等效传输线方法计算了这种双层结构发生共振隧穿时需要的条件(阻抗匹配和相位匹配), 并分析了当满足上述条件时该结构中的场分布情况<sup>[8]</sup>。文献[9]在此基础上进一步研究了该结构中的透射特性。特异材料

中还可以存在波导模式, 即在结构两侧的真空中以迅衰场形式存在的电磁波。Ruppin 先后分析了半无限以及有限厚度的双负材料中的表面等离子体极化激元(即本文所指的波导模式)存在情况<sup>[10,11]</sup>。文献[12]分析了含双负材料的多层结构中的迅衰传播及隧道效应。在文献[13]中则主要分析了由两种单负材料组成的一维双层结构中的传播模式和波导模式。

本文主要分析了由单负材料组成的一维三层结构中的电磁波模式, 包括传播模和波导模, 着重讨论传播模和波导模存在的条件及空间分布情况。本文第二部分介绍了理论模型; 在第三部分中着重分析了对应于传播模式, 在该结构中形成共振隧穿模的条件, 研究了发生共振隧穿时场分布和透射谱随入射角度的变化关系, 以及在结构参数发生变化时隧穿模的变化情况。第四部分分析了该结构中的波导模式, 给出了波导模存在的条件, 分析了波导模的电磁特性及其空间分布情况。

## 2. 理论模型

考虑一个由负介电常数材料和负磁导率材料

\* 国家重点基础研究发展计划项目(批准号:2007CB613201, 2011CB922203), 国家自然科学基金(批准号:91021012)和同济大学青年优秀人才培养行动计划(2009KJ068)资助的课题。

† E-mail: songge\_12@yahoo.com.cn

组成的一维三层结构 ABA, 令该结构沿  $y$  和  $z$  方向为无限, 如图 1 所示. A 和 B 分别表示负介电常数材料和负磁导率材料.

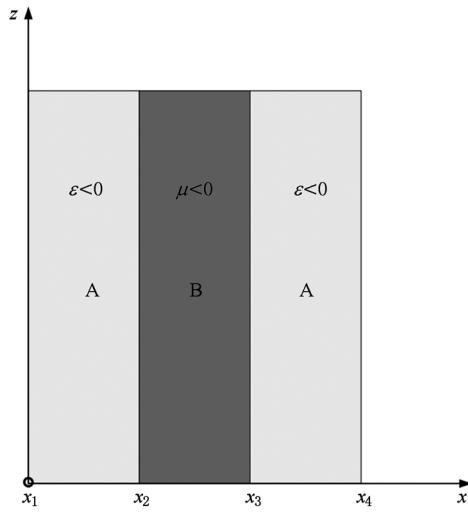


图 1 三层单负材料结构示意图, A 为负介电常数材料, B 为负磁导率材料

本文采用传输线模型<sup>[14]</sup>来描述各向同性单负材料, 即 A 层材料的材料参数为

$$\varepsilon_{Ar} = 1 - \frac{\alpha^2}{\omega^2}, \mu_{Ar} = 3, \quad (1)$$

B 层材料的材料参数为

$$\varepsilon_{Br} = 3, \mu_{Br} = 1 - \frac{\beta^2}{\omega^2}. \quad (2)$$

以上的色散关系可以在传输线结构上实现<sup>[14]</sup>. 在(1)和(2)式中,  $\omega$  是入射电磁波角频率,  $\alpha, \beta$  为可调电路参数.

在下面的分析中我们选取  $\alpha = \beta = 10^{16}$  rad/s, 材料的厚度参数为  $d_A = 0.6 \times 10^{-7}$  m,  $d_B = 1.2 \times 10^{-7}$  m. 由于本文所选取的材料为单负材料, 参数随角频率的变化关系如(1)和(2)式所示. 根据所选定的电路参数不难看出, 只有在角频率  $\omega < 10^{16}$  rad/s 时才可以保证材料均为单负材料, 如图 2 所示. 本文以下的工作中角频率均选取在该范围内.

### 3. 传播模

考虑电磁波入射到图 1 所示的结构上. 假定入射电磁波的波矢  $\mathbf{k}$  位于  $xz$  平面内, 在第  $i$  层内位于  $x$  和  $x + \Delta x$  处的电场和磁场可以通过一个传输矩阵来连接<sup>[5]</sup>:

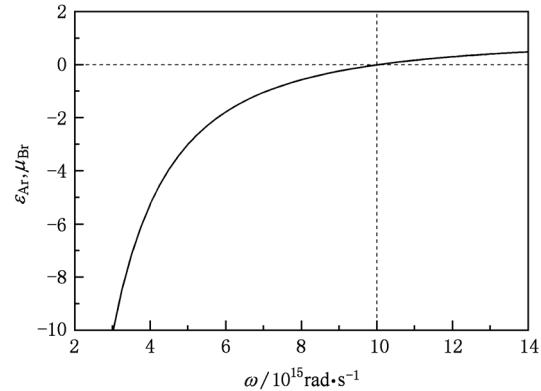


图 2 介电常数  $\varepsilon_{Ar}$  和磁导率  $\mu_{Br}$  随角频率变化关系

$$M_i(\Delta x) = \begin{pmatrix} \cosh(k_i \Delta x) & \frac{\mu_i}{\sqrt{|\varepsilon_i \mu_i|}} \sinh(k_i \Delta x) \\ \frac{\sqrt{|\varepsilon_i \mu_i|}}{\mu_i} \sinh(k_i \Delta x) & \cosh(k_i \Delta x) \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$k_i = \frac{\omega \sqrt{|\varepsilon_i \mu_i|}}{c}$  为单负材料中的波矢虚部,  $c$  为真空中光速. 利用电场的切向分量在界面上连续的条件, 可以得到透射系数<sup>[3]</sup>

$$t = \frac{2 \cos \theta}{(x_{11} + x_{22}) \cos \theta + i(x_{12} \cos^2 \theta - x_{21})}, \quad (4)$$

其中  $x_{ij}$  ( $i = 1, 2$ ) 是连接入射端 ( $x = x_1 = 0$ ) 和出射端 ( $x = x_4$ ) 的总传输矩阵  $X_N = M_A(d_A)M_B(d_B)M_A(d_A)$  的矩阵元.

对于工作角频率在  $[2, 8]10^{15}$  rad/s 范围内, 电磁波正入射到结构上, 得到结构的透射谱如图 3 所示.

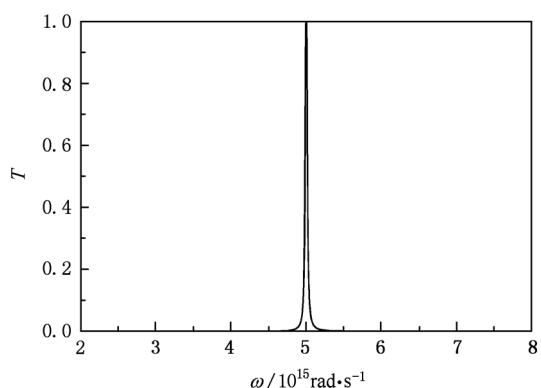


图 3 结构的透射谱, 入射波正入射

正入射情况下, 谱线与入射波极化状态无关.

在角频率  $\omega = 5 \times 10^{15} \text{ rad/s}$  时,透射谱出现一个透射率为 1 的峰.一般情况下,由于电磁波在单负材料中的波矢为虚数,因此电磁波在单负材料中是迅衰场.然而在由不同的单负材料所组成的复合结构中,电磁场并非是简单的单调衰减形式.在角频率  $\omega = 5 \times 10^{15} \text{ rad/s}$  时,通过计算结构的平均介电常数  $\bar{\epsilon}$  和平均磁导率  $\bar{\mu}$  可以发现

$$\begin{aligned}\bar{\epsilon} &= \frac{2\epsilon_{Ar}d_A + \epsilon_{Br}d_B}{2d_A + d_B} = 0, \\ \bar{\mu} &= \frac{2\mu_{Ar}d_A + \mu_{Br}d_B}{2d_A + d_B} = 0.\end{aligned}\quad (5)$$

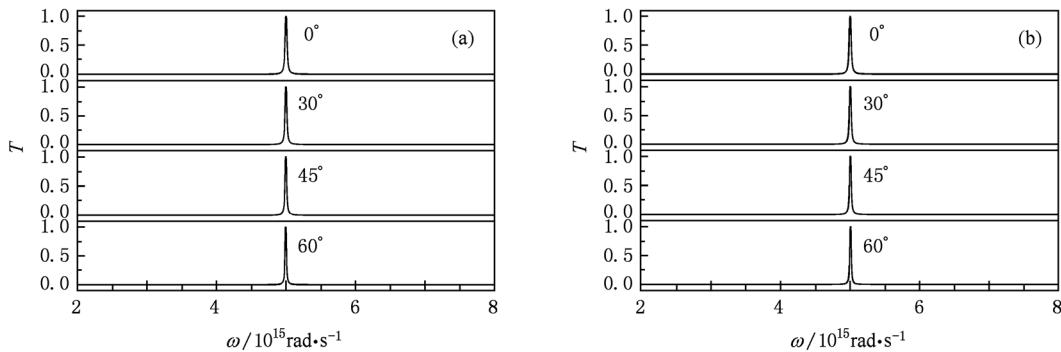


图 4 入射角为  $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ$  和  $60^\circ$  时的透射谱 (a)TE 波;(b)TM 波

图 5 中计算了入射光角频率  $\omega = 5 \times 10^{15} \text{ rad/s}$  时的电场分布随入射角度的变化情况,这里  $|E_{inc}|$  是入射波的振幅.从图中可以看到,隧穿模是局域化的,电场局域在负介电常数材料与负磁导率材料的界面上,并以迅衰场的形式进入到材料内部.图中  $|E_{//}|$  代表切向电场的模.为说明电场在界面上局域的物理机理,我们以 TE 波入射为例,由麦克斯韦方程组可以得到

$$H_z = \frac{i}{\omega\mu} \frac{\partial}{\partial x} E_y.$$

由于电磁场边界条件要求,可以得到在  $x = x_2$  的界面上

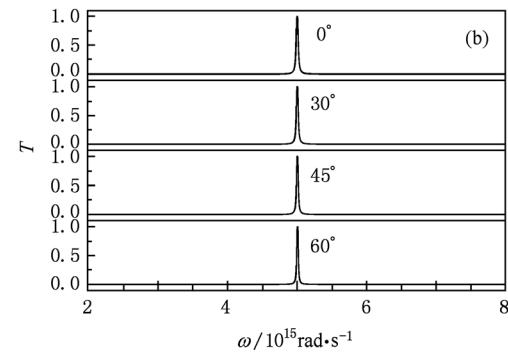
$$\left. \frac{i}{\omega\mu_A} \frac{\partial}{\partial x} E_y \right|_{x=x_2^-} = \left. \frac{i}{\omega\mu_B} \frac{\partial}{\partial x} E_y \right|_{x=x_2^+}.$$

由于在界面两侧是两种单负材料,  $\mu_A > 0, \mu_B < 0$ , 则电场梯度在界面两侧必须异号或者为零, 同理在  $x = x_3$  界面上也有相同的结果.这就导致了电磁场能量大部分局域在界面上,根据麦克斯韦方程组中  $(E, \epsilon)$  和  $(-H, \mu)$  的对称性, TM 波入射有相似的规律.

接下来分析隧穿模同中间层 B(负磁导率材料)厚度的关系.选取 TE 波正入射.图 6 所示为 B

这种模式称为共振隧穿模<sup>[1]</sup>,这是由于迅衰场表面模共振耦合所造成的.

当入射角度发生变化时,从图 4 中可以看到,共振隧穿模的共振频率和共振宽度几乎不随入射角度的变化而发生改变<sup>[1]</sup>,且与入射波偏振无关.从(5)式中可以看出,负介电常数和负磁导率几何平均值的表达式均与入射波偏振无关,因此出现共振隧穿模的频率位置不随入射波的偏振变化.



层厚度在原基础(图 6(a))上增大(图 6(b))和减小(图 6(c))后得到的透射谱.从图中发现,当 B 层厚度变大时,透射率变小;而当 B 层厚度变小后,透射峰分裂为两个峰,并且透射率仍然为 1.

对于 B 层厚度减小时的情况,仍使用 TE 波正入射到结构上,通过不断减小 B 层厚度,观察透射率的变化情况,见图 7.

从图中我们可以看出,随着具有负磁导率的 B 层厚度的减小,该结构的共振隧穿频率会分裂为两个,且两个共振隧穿频率间的频率差随着厚度的减小而增大.这两个共振隧穿频率都处于单负材料的频率范围内,由于单负材料中只存在电磁波的迅衰场,这两个共振隧穿模的出现源于电磁波在两种材料界面上的局域共振机制,类似于一个两能级原子中的两个离散电子态,可用固体物理中的紧束缚理论来处理.由紧束缚理论可知,分立的局域模会相互共振耦合,当负磁导率材料厚度减小时,与其两侧毗连的两个界面之间的距离减小,隧穿模的波函数发生交叠,距离越近,交叠越严重,隧穿模之间的相互作用越强,则频率之间的裂距越大,所以当  $d_B$  减小时,隧穿模由中心向两侧移动.

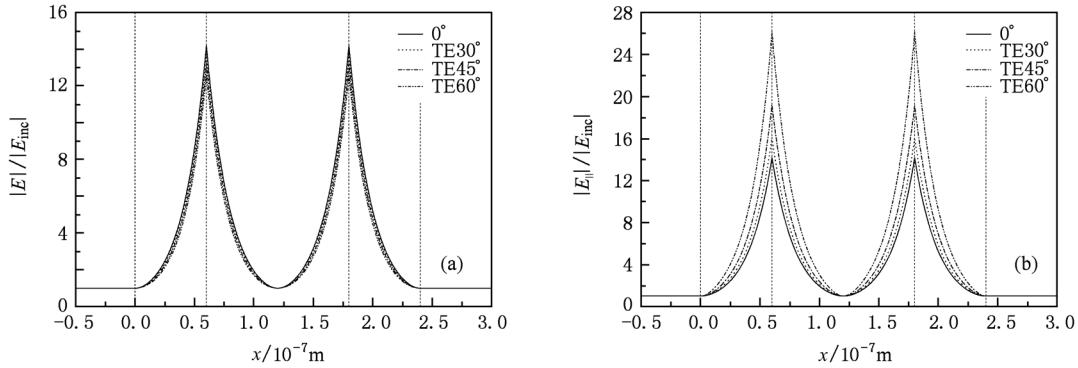


图5 入射角分别为 $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ 和 $60^\circ$ 的共振隧穿模电场分布图,  $|E_{\text{inc}}|$ 是入射波的振幅, 入射角频率  $\omega = 5 \times 10^{15} \text{ rad/s}$ , 图中细虚线表示不同介质区域的分界面 (a) TE 波入射; (b) TM 波入射.

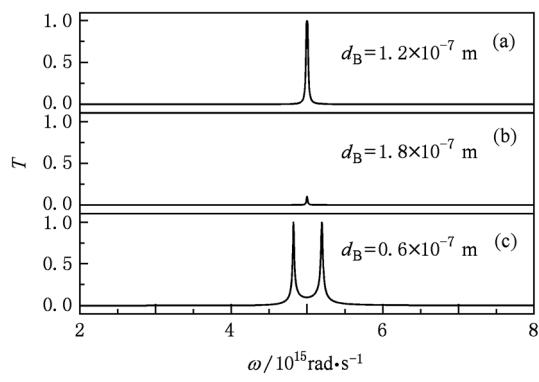


图6 B层(负磁导率材料)厚度变化后透射谱 (a)  $d_B = 1.2 \times 10^{-7} \text{ m}$ ; (b)  $d_B = 1.8 \times 10^{-7} \text{ m}$ ; (c)  $d_B = 0.6 \times 10^{-7} \text{ m}$

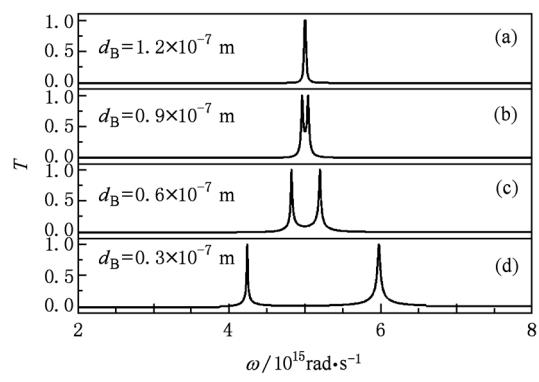


图7 B层(负磁导率材料)厚度减小时的透射谱 (a)  $d_B = 1.2 \times 10^{-7} \text{ m}$ ; (b)  $d_B = 0.9 \times 10^{-7} \text{ m}$ ; (c)  $d_B = 0.6 \times 10^{-7} \text{ m}$ ; (d)  $d_B = 0.3 \times 10^{-7} \text{ m}$

#### 4. 波导模

波导模在本文中是指在结构两边的真空中为

迅衰场的电磁模式, 因此, 波导模存在时需要满足  $k_y^2 + k_z^2 > k_0^2$ . 波矢  $k$  在  $(y, z)$  平面的投影称之为波导模的传播系数, 即

$$h = \sqrt{k_y^2 + k_z^2}.$$

首先考虑 TE 极化的模式, 即电场只有  $\hat{y}$  方向的分量. 为计算方便, 此处以下标  $l$  ( $l = 0, 1, 2, 3, 4$ ) 来指示空间各区域, 即  $l = 1, 2, 3$  分别代表材料 A, B, A,  $l = 0, 4$  分别代表材料左侧的半无限空间和材料右侧的半无限空间. 由此在图 1 所示的结构中, 在边界  $x_l$  ( $l = 1, 2, 3, 4$ ) 处, 波导模在各个区域内的电场和磁场具有以下形式:

$$\mathbf{E}_l(\mathbf{r}) = \hat{y}(A_l e^{ik_{lx}x} + B_l e^{-ik_{lx}x}) e^{ik_z z},$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_l(\mathbf{r}) = & \frac{1}{\omega \mu_l} [A_l (-k_z \hat{x} + k_{lx} \hat{z}) e^{ik_{lx}x} \\ & + B_l (-k_z \hat{x} - k_{lx} \hat{z}) e^{-ik_{lx}x}] e^{ik_z z}. \end{aligned}$$

由波导模的定义可知,  $A_0 = B_4 = 0$ . 通过电磁场边界条件我们可以得到

$$\begin{aligned} & A_{l-1} e^{ik_{(l-1)x}x_l} + B_{l-1} e^{-ik_{(l-1)x}x_l} \\ & = A_l e^{ik_{lx}x_l} + B_l e^{-ik_{lx}x_l}, \\ & A_{l-1} e^{ik_{(l-1)x}x_l} - B_{l-1} e^{-ik_{(l-1)x}x_l} \\ & = \frac{\mu_{l-1} k_{lx}}{\mu_l k_{(l-1)x}} (A_l e^{ik_{lx}x_l} - B_l e^{-ik_{lx}x_l}). \end{aligned}$$

在第一层负介电常数材料中, 容易得到

$$R_{1+}^{\text{TE}} = \frac{B_1}{A_1} = \frac{e^{2ik_{1x}x_2}}{R_{12}^{\text{TE}}} + \frac{[1 - (1/R_{12}^{\text{TE}})^2] e^{2i(k_{1x} + k_{2x})x_2}}{(1/R_{12}^{\text{TE}}) e^{2ik_{2x}x_2} + (B_2/A_2)},$$

$$R_{1-}^{\text{TE}} = \frac{A_1}{B_1} = \frac{e^{-2ik_{1x}x_1}}{R_{10}^{\text{TE}}} + \frac{[1 - (1/R_{10}^{\text{TE}})^2] e^{-2i(k_{0x} + k_{1x})x_1}}{(1/R_{10}^{\text{TE}}) e^{-2ik_{0x}x_1} + (A_0/B_0)},$$

式中

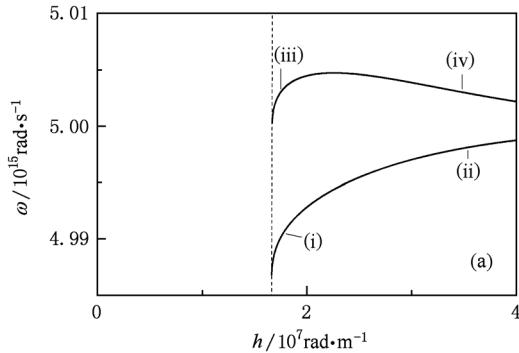
$$R_{(l-1)l}^{\text{TE}} = \frac{\mu_l k_{(l-1)x} - \mu_{l-1} k_{lx}}{\mu_l k_{(l-1)x} + \mu_{l-1} k_{lx}} = -R_{l(l-1)}^{\text{TE}} \quad (6)$$

是第  $l-1$  层和  $l$  层之间的界面上的菲涅耳反射系数。由此我们得到波导模存在条件为

$$1 = R_{1+}^{\text{TE}} R_{1-}^{\text{TE}}. \quad (7)$$

对于 TM 极化时, 同理可以得到波导模存在条件为

$$1 = R_{1+}^{\text{TM}} R_{1-}^{\text{TM}}, \quad (8)$$



$$R_{(l-1)l}^{\text{TM}} = \frac{\varepsilon_l k_{(l-1)x} - \varepsilon_{l-1} k_{lx}}{\varepsilon_l k_{(l-1)x} + \varepsilon_{l-1} k_{lx}} = -R_{l(l-1)}^{\text{TM}}. \quad (9)$$

通过求解波导模存在条件(7)和(8)式, 得到色散曲线如图 8 所示。从图中可以看出, 在较大频率范围内, TM 极化的波导模均存在, 而 TE 极化的波导模仅存在于一个很小的频率范围内。

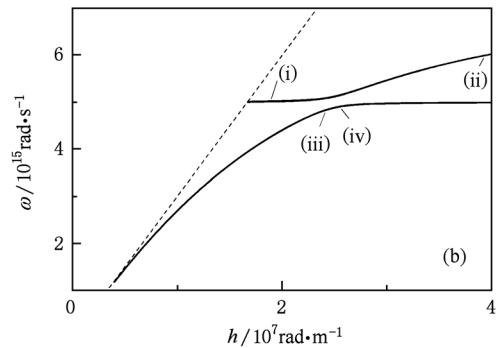


图 8 波导模色散曲线(虚线方程为  $h = \omega/c$ ,  $c$  为真空中的光速) (a) TE 极化; (b) TM 极化

对于 TE 极化的模式, 在满足存在条件(7)式时, 得到该结构中电场分布如图 9 所示, 这里我们假设  $B_0 = 1$  (归一化入射波), 图中  $|E_{\text{inc}}|^2 = |B_0|^2$ 。从图中可以看出, 在两种单负材料的界面处会有局部场出现, 而在结构外侧的真空中, 场迅速衰减

为零。

对于 TM 极化的模式, 在满足波导条件(8)式时, 我们可以得到空间中电场分布, 如图 10 所示。从图中可以看出, 对于 TM 极化的模式, 电场的切向分量在各个分界面上都会有峰值出现, 但随着频率点

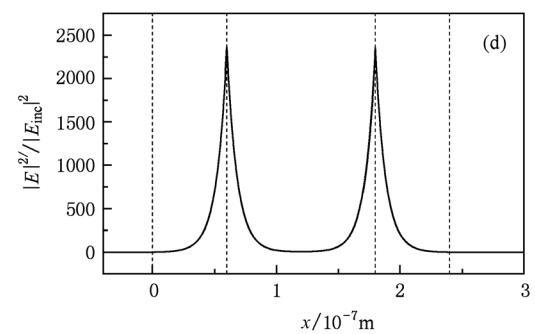
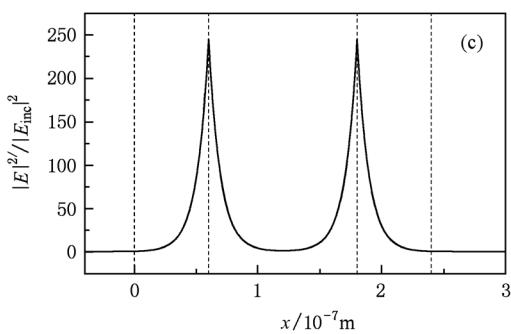
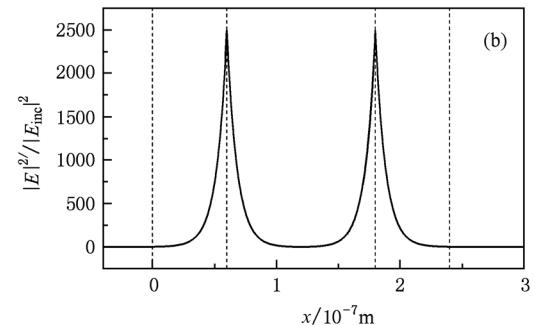
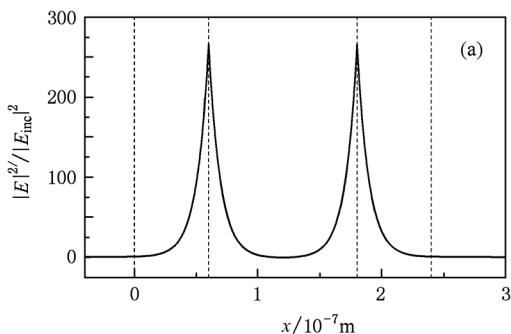


图 9 TE 极化电场分布 (a), (b), (c), (d) 分别对应于图 8(a) 中的(i), (ii), (iii), (iv) 各点取值, 图中细虚线表示不同介质区域的分界面

选取的不同,各个界面所局域的切向电场大小有所区别.相比之下,在波导模式时,该结构对电场的局域作用总体上要比传播模式时更强.图 10 中  $|E_{\parallel}|^2$

代表切向电场强度的模方.

由于负磁导率材料的出现,使得 TE 极化也可以激发波导模式,在磁导率变号的界面上将会出现

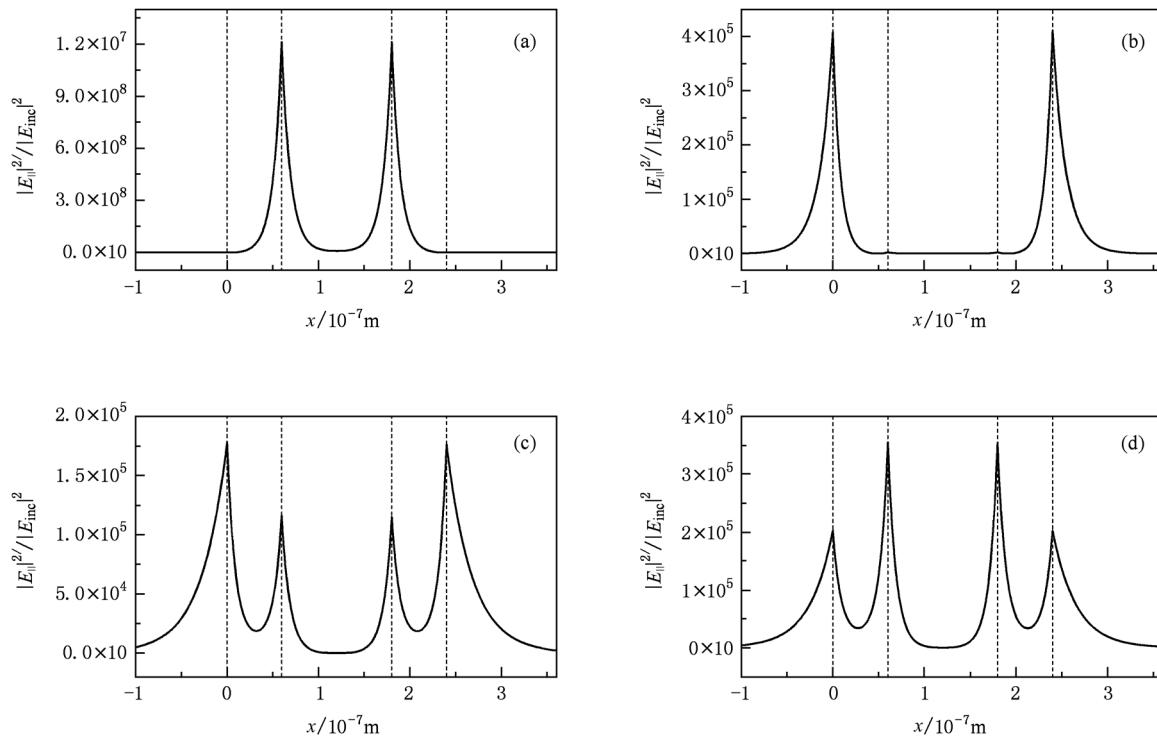


图 10 TM 极化切向电场分布(图中细虚线表示不同介质区域的分界面) (a),(b),(c),(d) 分别对应于图 8(b) 中的(i),(ii),(iii),(iv) 各点取值

一个局域模式.而当 TM 极化时,在介电常数变号的界面上将会出现一个局域模式.通过计算我们发现,电场在界面上局域的强弱同各个界面的菲涅耳反射系数有关,即(6)式和(9)式,反射系数越大,电场在该界面的局域也就越强.由于该结构的第一层和第三层为相同的负介电常数材料,从上述公式可以发现,对于 TE 极化来说,局域模式是对称的;对于 TM 极化,当各个界面的菲涅耳系数接近时,局域在各个界面的切向电场的大小基本相同,而当各个界面的菲涅耳系数相差较大时,就会出现各个界面上局域强度的变化.

## 5. 结 论

本文分析了由负介电常数材料和负磁导率

材料交替排列组成的一维三层结构中的电磁波模式,包括传播模和波导模.通过理论推导得到在不同偏振极化下隧穿模和波导模产生的条件.运用数值计算的方法计算了发生共振隧穿时的场分布和透射谱随入射角的变化关系,发现透射谱与入射角无关,并且在中间层 B(负磁导率材料)厚度变化时,共振隧穿频率会发生劈裂从而形成两个共振隧穿模,并且这两个隧穿模的频率间距随着厚度的逐渐减小而加大.通过求解波导模产生条件我们得到了在相应的材料参数下波导模的色散曲线.利用色散关系曲线中解出的满足波导模产生条件的参数得到了不同极化条件下该结构中的场分布图,计算结果同理论分析相符合,并且在波导模式下该结构对电场的局域作用比在传播模式下更强.

- [1] Guan G S, Jiang H T, Li H Q, Zhang Y W, Chen H, Zhu S Y 2006 *Appl. Phys. Lett.* **88** 211112
- [2] Xu J P, Wang L G, Yang Y P 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 2765 (in Chinese) [许静平、王立刚、羊亚平 2006 物理学报 **55** 2765]
- [3] Jiang H T, Chen H, Li H Q, Zhang Y W, Zhu S Y 2003 *Appl. Phys. Lett.* **83** 5386
- [4] Jiang H T, Chen H, Li H Q, Zhang Y W, Zi J, Zhu S Y 2004 *Phys. Rev. E* **69** 066607
- [5] Jiang H T, Chen H, Li H Q, Zhang Y W, Zhu S Y 2005 *J. Appl. Phys.* **98** 013101
- [6] Jiang H T, Chen H, Zhu S Y 2006 *Phys. Rev. E* **73** 046601
- [7] Deng X H, Liu N H, Liu G Q 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 7280 (in Chinese) [邓新华、刘念华、刘根泉 2007 物理学报 **56** 7280]
- [8] Alù A, Engheta N 2003 *IEEE Trans. Antennas Propag.* **51** 2558
- [9] Dong L J, Jiang H T, Yang C Q, Shi Y L 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 4657 (in Chinese) [董丽娟、江海涛、杨成全、石云龙 2007 物理学报 **56** 4657]
- [10] Ruppert R 2000 *Phys. Lett. A* **277** 61
- [11] Ruppert R 2001 *J. Phys.: Condens. Matter* **13** 1811
- [12] Chen L, He S L, Shen L F 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2386 (in Chinese) [陈 龙、何赛灵、沈林放 2003 物理学报 **52** 2386]
- [13] Zhang R, Yang Y P 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 2451 (in Chinese) [张 睿、羊亚平 2010 物理学报 **59** 2451]
- [14] Eleftheriades G V, Iyer A K, Kremer P C 2002 *IEEE Trans. Microwave Theor. Technol.* **50** 2702

## Electromagnetic modes in a three-layered structure made of single-negative materials<sup>\*</sup>

Song Ge<sup>†</sup> Xu Jing-Ping Yang Ya-Ping

(Department of Physics, Tongji University, Shanghai 200092, China)

(Received 6 July 2010; revised manuscript received 14 September 2010)

### Abstract

The modes in a three-layered structure made of single-negative materials have been investigated. For the propagation mode, the tunneling mode can be formed in the structure. When tunneling mode appears the variations of electric field distribution and the transmission with incident angle are studied. We find that there appear two new localized modes when the thickness of the middle layer changes. The frequency interval of the two localized modes can be increased by decreasing the thickness of the middle layer. For the guided mode, the electromagnetic wave is evanescent in semi-infinite vacuum which is on the both sides of the structure. We have analyzed the existence condition of its electromagnetic mode, that is, the dispersion relation. The result shows that a strong local field appears in the interface of the material.

**Keywords:** single-negative materials, resonant tunneling, propagation mode, guided mode

**PACS:** 41.20. Jb, 63.20. Ry

\* Project supported by the National Key Project for Fundamental Research (Grant Nos. 2007CB613201, 2011CB922203), the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 91021012), and the Program for Young Excellent Talents in Tongji University (Grant No. 2009KJ068).

† E-mail: songge\_12@yahoo.com.cn