

# 阻尼对水平滚筒内二元颗粒体系径向分离模式形成的影响\*

高红利<sup>1)2)</sup> 赵永志<sup>1)†</sup> 刘格思<sup>1)</sup> 陈友川<sup>1)</sup> 郑津洋<sup>1)</sup>

1) (浙江大学化学工程与生物工程学系化工机械研究所, 杭州 310027)

2) (广东石油化工学院, 茂名 525000)

(2010年5月6日收到; 2010年8月20日收到修改稿)

采用离散单元数学模型对一充装量为 50% 的水平薄滚筒内 S 形二元颗粒体系的分离模式进行了数值模拟试验, 研究了不同碰撞阻尼参数下的分离过程, 分析了阻尼对分离过程及分离模式的影响. 模拟结果表明阻尼对滚筒内颗粒的分离过程及分离模式影响很大, 在 S 形二元颗粒体系水平薄滚筒内, 阻尼可控制渗透和离析的协同作用以及自由表面层的流动形式, 最终影响分离模式的形成; 当阻尼太大时分离模式只能形成月亮模式, 阻尼太小时可形成不明显的花瓣模式, 只有当阻尼在适当的范围内, 自由表面流动层形成雪崩流型时, 分离模式才会呈现规则的花瓣模式, 试验结果从另一个角度证实了水平薄滚筒内 S 形二元颗粒体系不同分离模式形成的充分必要条件.

**关键词:** 滚筒, 模式形成, 径向分离, 离散单元法

**PACS:** 45.70.-n, 05.45.-a, 83.10.Rs

## 1. 引言

颗粒体系是指由大量颗粒状物质组成的集合体, 它在我们周围随处可见, 如自然界中的沙子、碎石、积雪以及日常生活中的粮食、砂糖、食盐等, 都是颗粒体. 颗粒体是一种特殊的物质形态, 单一的颗粒可以看作是固体, 但是当大量颗粒物质组成集合体时, 却成为不同于固体和流体中任何一种的物质形态. 颗粒体的运动相当复杂, 它兼具流体和固体的一些特征, 但又与二者不同, 与流体相比, 它的一个重要特点就是当两种不同性质(尺寸、密度或形状)的颗粒体混合时, 会出现分离和分层<sup>[1-10]</sup>, 又称为离析(或偏析). 离析大致可分为两类: 一类为巴西果效应造成的分离, 另一类是在自由表面颗粒流中出现的分离, 其中滚筒内颗粒的分离就属于自由表面流中的分离<sup>[11]</sup>. 利用滚筒对两种不同性质的颗粒进行混合是食品工程、制药工程、化学工程等工业过程中常用的一个过程, 因此对滚筒内混合和

分离机理与过程的研究有很重要的理论意义和实用价值, 是颗粒领域研究的热点之一.

滚筒内颗粒的分离与分层与很多参数有关, 包括颗粒性质、滚筒转速、物料填充率及滚筒结构等. 颗粒性质主要包括颗粒的大小、形状和密度等, 由不同大小的颗粒组成的体系称为 S 形体系(Size 体系), 由不同密度的颗粒组成的体系称为 D 体系(Density 体系); 由于 S 形体系内的分离现象比较普遍, 机理比较复杂, 逐渐成为众多科学家的研究热点, 很多学者曾针对水平薄滚筒内 S 形颗粒体系的混合和分离模式进行了研究, 发现在不同的条件下可形成不同的分离模式<sup>[12-18]</sup>. 为了探究其中不同分离模式的形成机理, 本文以水平薄滚筒内 S 形二元颗粒体系为研究对象, 采用离散单元模型模拟了滚筒内颗粒的分离过程及分离模式; 通过改变颗粒碰撞时的弹性恢复系数改变阻尼, 分析阻尼对水平薄滚筒内二元颗粒体系径向分离模式的影响, 探讨其中不同分离模式形成的基本条件.

\* 国家重点基础研究发展计划(批准号:2007CB209706), 浙江省自然科学基金(批准号:Y1100636)和中央高校基本科研业务费专项资金资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: yzzhao@zju.edu.cn

## 2. 离散单元模型

离散单元模型包括软球模型和硬球模型,本文采用了软球模型<sup>[19,20]</sup>.软球模型是研究颗粒体系最常用的微观物理模型,该模型把每一个单独的颗粒作为一个刚体,认为它和周围的颗粒发生碰撞而运动.当两个球形颗粒发生碰撞时,会在接触点处发生弹性变形,颗粒在前进方向受到阻力,该阻力的大小与法向变形量、颗粒刚度成正比,达到最大变形时,颗粒停止运动,随之沿原运动方向的反向运动;碰撞后颗粒的动能会产生一定的损失,损失的大小与碰撞阻尼有关.阻尼从能量损失方面影响颗粒间的碰撞过程,阻尼的大小与颗粒的接触阻尼系数及颗粒间的相对速度有关,接触阻尼系数可通过弹性恢复系数  $e$  求得<sup>[21]</sup>,弹性恢复系数可以定量的表示碰撞后能量损失的程 度,其取值范围是 0—1,取值越大阻尼就越小,表示碰撞过程损失的能量越小,当其值为 1 时说明碰撞过程为完全弹性碰撞,下文中均以弹性恢复系数  $e$  代替接触阻尼进行分析和讨论.

颗粒在运动过程中除受到颗粒间的法向及切向碰撞接触力  $F_{n,ij}, F_{t,ij}$  外,还受到自身重力的作用.在求出每个颗粒所承受的各种碰撞力后,按照牛顿第二定律,可求得加速度,从而求得颗粒的运动速度和碰撞后的新位置.

根据牛顿第二定律,每个颗粒的平动运动方程为

$$m_i \frac{dV_i}{dt} = m_i g + \sum_{j=1}^{n_i} (F_{n,ij} + F_{t,ij}), \quad (1)$$

此外,颗粒还受到两种力矩的作用,即切向力造成的力矩和滚动摩擦力矩  $T_{t,ij}, T_{r,ij}$ ,

$$I_i \frac{d\omega_i}{dt} = \sum_{j=1}^{n_i} (T_{t,ij} + T_{r,ij}). \quad (2)$$

在上述力和力矩的作用下,颗粒发生平动和滚动.(1),(2)式中  $m$  和  $I$  分别表示颗粒的质量和转动惯量, $n_i$  表示与颗粒  $i$  接触的颗粒总数, $V$  表示平动速度, $\omega$  表示角速度, $t$  表示时间, $g$  表示重力加速度.

上述模型考虑了法向接触力、切向接触力(包括了滑动摩擦力)以及滚动摩擦力矩,每种作用力和力矩都可以简化为弹簧、阻尼以及滑动器,并引入刚度系数、弹性恢复系数和摩擦系数等接触参数,不考虑颗粒表面变形,依据颗粒间法向重叠量和切向位移计算接触力,各种力和力矩的详细数学

描述参见文献[15].本文采用了文献[15]中的数学模型、算法及计算程序,对不同碰撞阻尼下水平薄滚筒内颗粒的径向分离模式进行了模拟研究,分析了阻尼系数对滚筒内颗粒的分离模式的影响.

## 3. 离散单元数值模拟与分析

### 3.1. 模拟条件与参数

在本文模拟试验中,滚筒直径为 150 mm,厚度为 8 mm,颗粒总数为 47000 颗,其中直径为 1 mm 的小颗粒(浅色)45321 颗,直径为 3 mm 的大颗粒(深色)1679 颗,颗粒密度均为 2500 kg/m<sup>3</sup>,两种颗粒的体积比为 1:1,总充装量为滚筒容积的 50%.模拟计算的第一步就是将颗粒装填到滚筒内,为保证两种颗粒均匀混合,两种颗粒通过随机生成并以自由落体方式填充到滚筒内,待装填完成后,滚筒开始绕轴转动,转速为 0.5 rad/s.本文共取了五组不同的弹性恢复系数  $e$  分别为 0.1,0.3,0.5,0.7 和 0.9,计算时间步长为  $5 \times 10^{-5}$  s,每组都进行了  $1.6 \times 10^6$  步迭代计算,模拟了滚筒转动过程中各组颗粒在径向截面流动模式的形成过程.模拟时间均为 80 s,以保证分离过程达到相对稳定的状态.

### 3.2. 结果分析与讨论

不同弹性恢复系数时各组模拟试验 80 s 后形成的分离模态如图 1 所示.

由图 1 可以看出,初始状态混合均匀的二元颗粒体系,无论弹性恢复系数的大小,转动 80 s 后都出现了大小颗粒的分离现象,但不同的弹性恢复系数下,形成的分离模式不同:弹性恢复系数  $e$  为 0.3 和 0.5 的两组在 80 s 时都出现了规则的花瓣模式; $e$  为 0.1 的一组没出现花瓣模式,基本呈现月亮模式; $e$  为 0.7 的一组部分出现了花瓣; $e$  为 0.9 的一组出现的花瓣不明显,可认为是月亮模式.

对于不同的分离模式,可通过大、小颗粒分离边界的周长  $L$  来定量地描述,图 2 为不同弹性恢复系数对应的各组试验中分离边界周长  $L$  与滚筒直径  $D$  的比值  $L/D$  随时间的变化,从该图可以看出,在前 10 s 时,各组变化趋势相同,且周长随时间呈线性变化,说明大小颗粒在很短的时间内便迅速分离;10 s 以后,各组出现了差别, $e$  为 0.1 和 0.9 的两组,周长基本保持恒定,不再随时间变化,说明已经

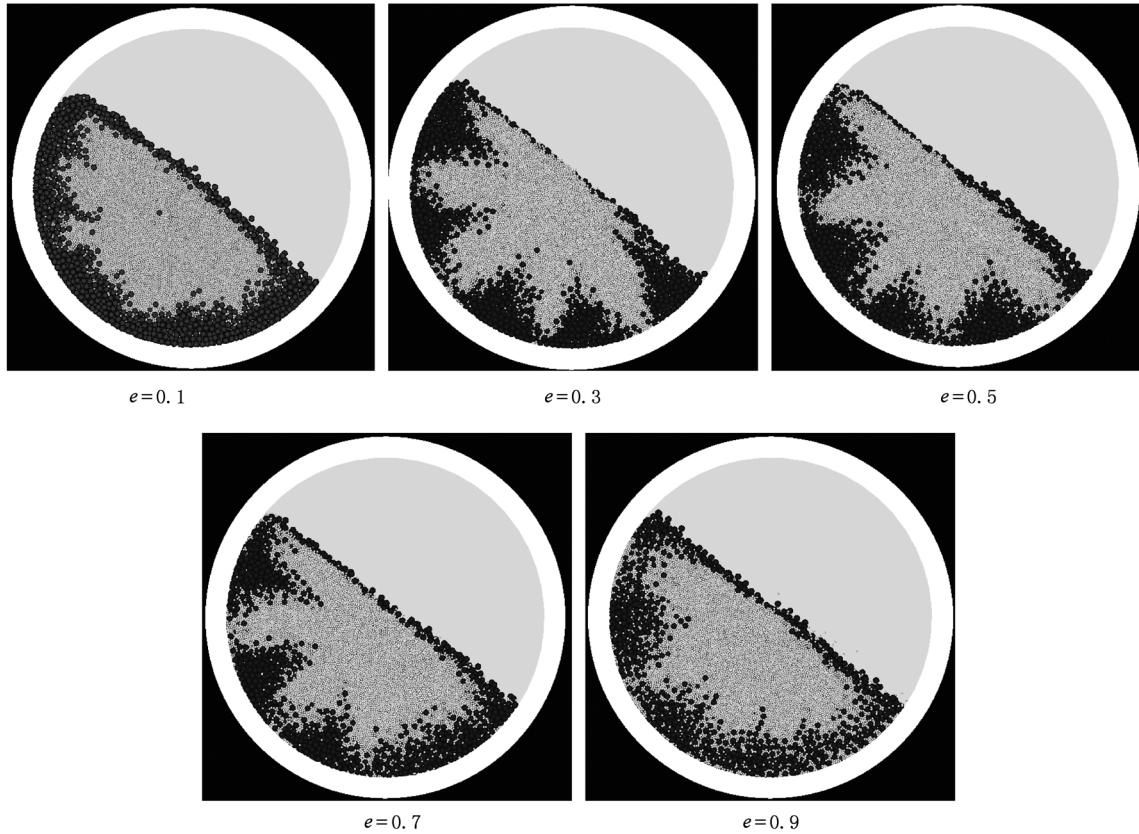


图1 转动 80 s 后不同弹性恢复系数下的分离模式图

形成了稳定的分离模式,即月亮模式;而  $e$  为 0.3, 0.5 和 0.7 的几组周长则随时间继续增大,但增大的幅度不同, $e$  为 0.3 的一组周长最大, $e$  为 0.5 的次之, $e$  为 0.7 的一组增大幅度最小,说明这几组分离过程仍在发展,它们都在形成花瓣模式,但形成的花瓣模式也略有不同, $e$  为 0.3 和 0.5 的两组形成的花瓣最多且接近, $e$  为 0.7 的一组仅形成部分花瓣,以上结果表明分离模式受弹性恢复系数的影响很大.

图 3 为各组试验在 80 s 时形成的分离模式图

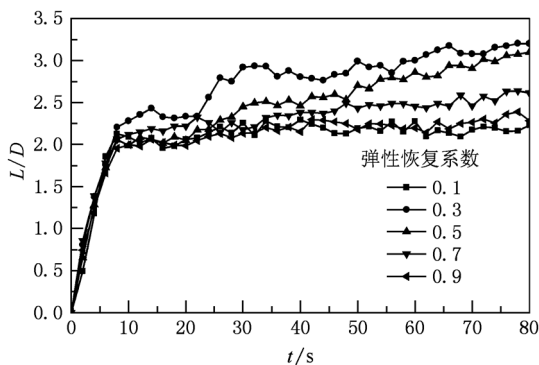


图 2 不同弹性恢复系数下  $L/D$  随时间的变化曲线

$L/D$  值,从图中可以看出,分离边界周长受弹性恢复系数的影响很大,周长越大说明形成的花瓣越多越尖锐,从曲线图上可看出  $e$  为 0.1 和 0.9 的两组周长都很小,说明没有形成花瓣, $e$  为 0.3,0.5 和 0.7 的三组周长都较大,说明形成了花瓣,但花瓣的数量不同,这与图 1 中的直观图形是一致的.

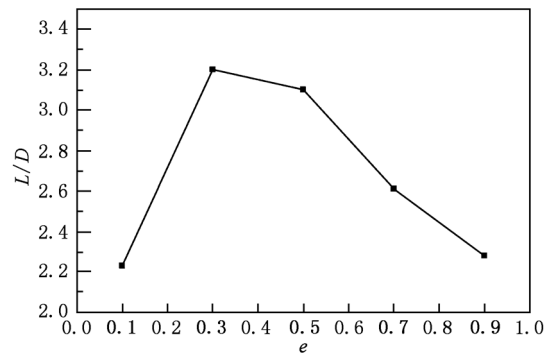


图 3 不同弹性恢复系数下的  $L/D$  值 ( $t=80$  s)

为了清晰地比较不同弹性恢复系数下颗粒体系的分离模式,本文分别做出了大颗粒和小颗粒在 80 s 时的分布状态图,如图 4 和图 5 所示.从分

布图上可看出,  $e$  为 0.1 时大颗粒与小颗粒没有完全分离, 还有少量大颗粒停留在内核区域与小颗粒混合在一起, 没有分离到外围大颗粒区, 而小颗粒则基本集中到内核区域;  $e$  为 0.5 时, 大小颗粒完全分离, 大颗粒集中在外围, 而小颗粒集中在内核区域, 且边界清晰无毛刺;  $e$  为 0.9 时大颗粒完全集中在外围区域, 而小颗粒仍有少量停留在外围区域, 与大颗粒没有完全分离. 这是因为弹性恢复系数越小, 接触阻尼越大, 颗粒的渗透作用较弱, 且颗粒之间的黏连作用较强, 大小颗粒不易分

离, 造成有一部分大颗粒没有完全与小颗粒分离进入外围, 而是保留在内核区; 弹性恢复系数较大时, 接触阻尼较小, 颗粒渗透作用很强, 大小颗粒向对方区域互相渗透, 但小颗粒较大颗粒活跃, 更容易向大颗粒区渗透, 造成部分小颗粒进入并停留在大颗粒所在的外围区域; 而弹性恢复系数在中等范围时, 由于离析和渗透作用同时存在且大小相当, 大小颗粒只沿边界向对方区域渗透但较难进入对方区域, 以致形成有清晰边界的花瓣分离模式.

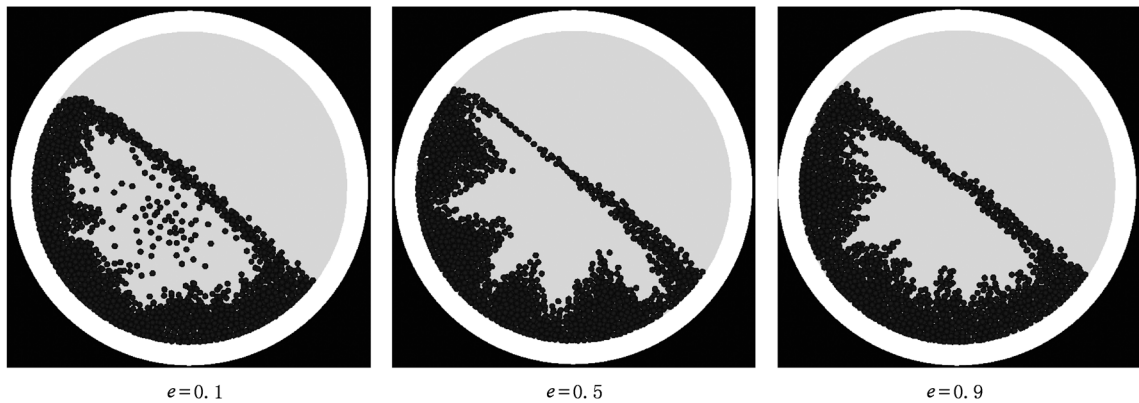


图4  $t=80\text{ s}$  时不同弹性恢复系数下大颗粒的分布图

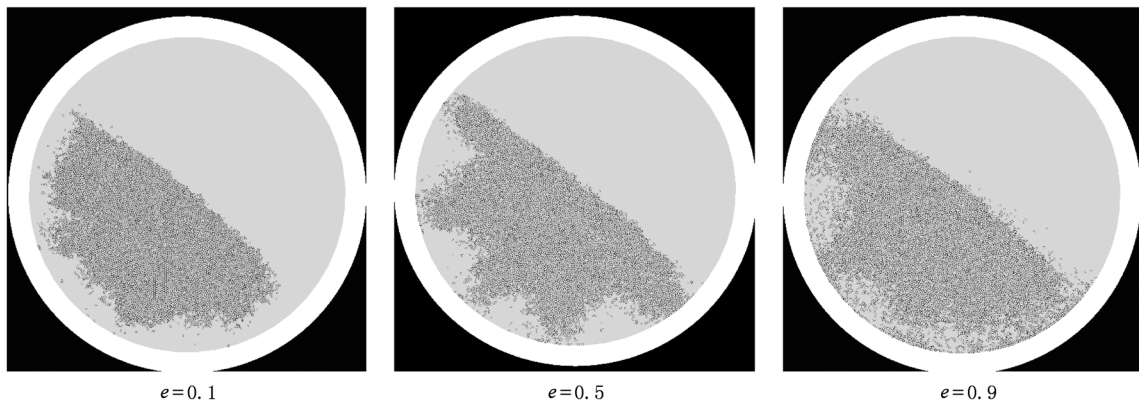


图5  $t=80\text{ s}$  时不同弹性恢复系数下小颗粒的分布图

图 6 为 80 s 时不同弹性恢复系数下颗粒的速度矢量分布图, 图中深色表示低速, 浅色表示高速. 从图中可以看出, 在自由表面层中颗粒的速度最大, 沿上表面形成一个表面流动层, 不同弹性恢复系数下流动层的速度有明显差异. 在弹性恢复系数  $e$  为 0.1 时, 自由表面流动层的颗粒速度较小且方向基本一致, 流动层颗粒的流动型式基本是均匀连续流;  $e$  为 0.5 时, 颗粒速度增大且方向略有发

散, 流动层内是不均匀的雪崩流;  $e$  为 0.9 时, 颗粒速度方向发散程度加剧, 呈喷泻状流. 由速度状态图可看出, 弹性恢复系数对表面层颗粒的流动型式影响很大, 随着弹性恢复系数的增大, 自由表面流动层速度增大, 流动型式由连续流逐渐变为雪崩流、最后到喷泻流. 滚筒内颗粒的分离模式与自由表面流动层的流动型式关系密切, 只有在雪崩流时才会形成稳定的花瓣模式.

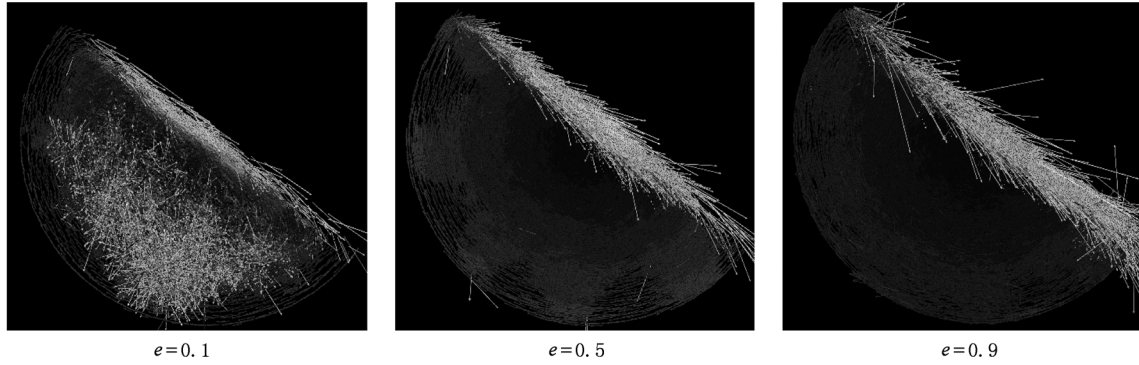


图6 不同弹性恢复系数下速度矢量分布图

滚筒内颗粒的运动形式主要是碰撞运动,碰撞力通过力链传递<sup>[22]</sup>,图7是  $t = 80 \text{ s}$  时不同弹性恢复系数下的力链分布情况,图中的力链表示颗粒间的法向碰撞力,力链的粗细表示作用力的大小.从图中可以看出,较粗的力链都分布在外围,但不同

弹性恢复系数下的力链分布状态不同:在  $e$  为 0.1 时,力链分布较规则,外围区域力链较粗,力链上分支少,内核区域有较细的力链,且分布均匀,说明外围区域碰撞力较大,处在力链上的主要是大颗粒,内核区域有较小的碰撞力存在,处在力链上的是小

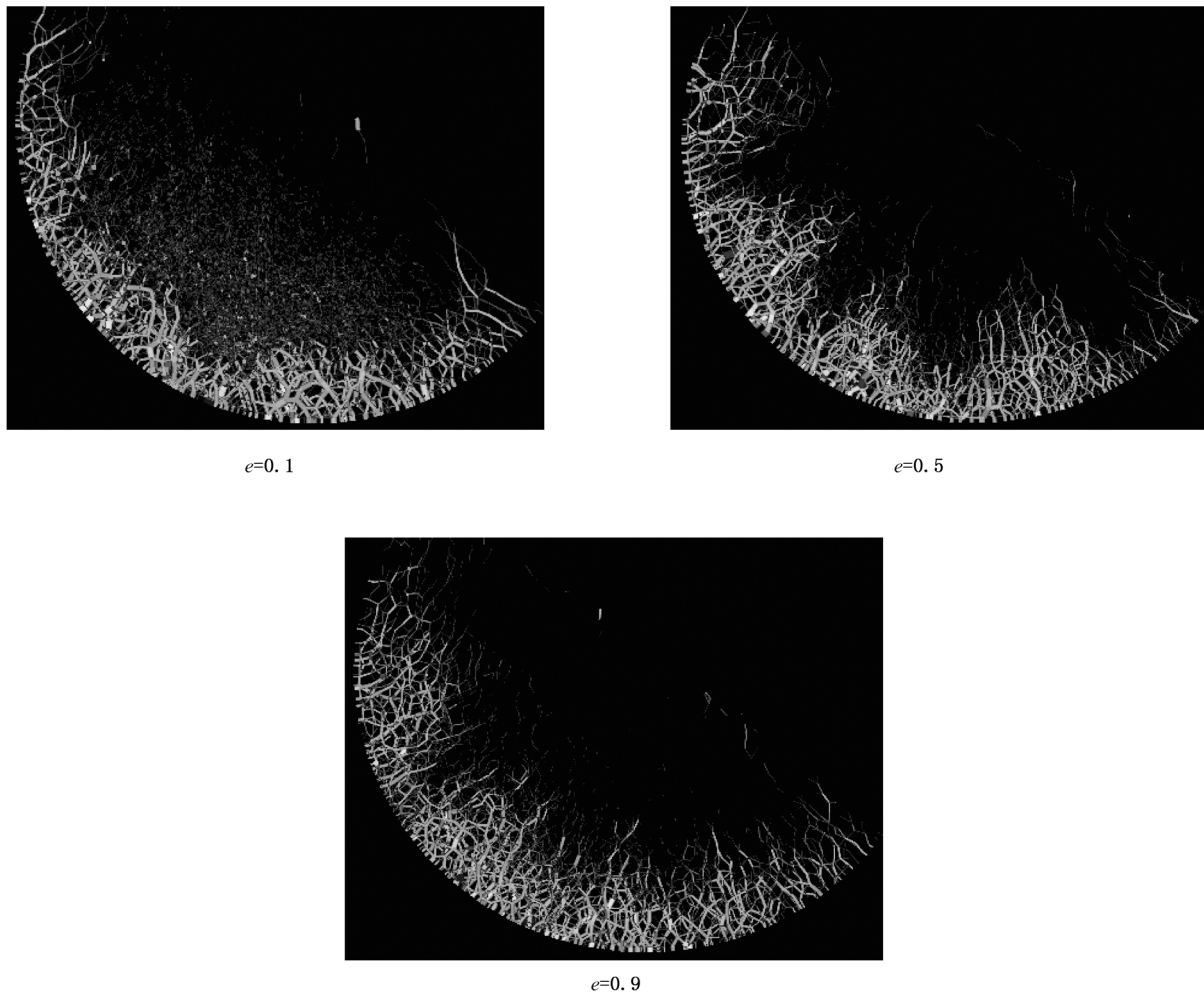


图7 不同弹性恢复系数下的力链图

颗粒;而  $e$  为 0.5 时,由于花瓣模式的存在,力链分布不再均匀,在外围区域的主力链上有很多分支力链,力链呈树枝状分布,且边界呈锯齿形向内核部分扩展,在交界区域有较细的力链,而内核区域基本没有力链,说明接触力主要作用在外围区域及边界上,外围区域力链上主要是大颗粒,内核区域力链上则主要是小颗粒; $e$  为 0.9 时,外围区域的主力链上分支力链更多,但力链上的力较小,力链的边界较规则,这是因为在外围的大、小颗粒混在一起,处在力链上的除了大颗粒还有部分小颗粒. 力链分布图说明大的作用力主要发生在外围区域及交界区,不同弹性恢复系数下,处在力链上的颗粒以及参与碰撞的颗粒种类不同,形成不同的力链分布,表现为不同的分离模式.

综上所述,当大小不同的两种颗粒在圆形滚筒内分离时,由于离析和渗透同时存在,分离模式的形成是离析作用和渗透作用共同作用的结果. 分离过程及分离模式与阻尼有关,它通过改变自由表面流动层的流动型式和控制颗粒在滚筒内的运动机制的方式影响分离模式. 分离初期主要是小颗粒在大颗粒空穴填充的自组织作用<sup>[23,24]</sup> 以及由于大小颗粒运动速度不同造成的分离,自由表面流动层的流动型式为均匀流,颗粒的运动机制主要是离析作用,形成的分离模式为月亮模式,这个阶段的分离模式受阻尼的影响不大;但随着转动时间的增加,颗粒体系的分布状态及进入自由表面流动层的颗

粒流密度不再均匀,表面层的流动型式发生变化,在大、小颗粒交界区,颗粒向对方区域的渗透作用凸显,此时分离模式受阻尼的影响很大,当阻尼在合适的范围时,渗透作用和离析作用相当,大颗粒向小颗粒区渗透,小颗粒则向大颗粒区补充,自由表面流动层为雪崩流,分离模式为规则的花瓣模式.

#### 4. 结 论

本文采用离散单元模型对不同阻尼下的水平薄滚筒二元 S 形颗粒体系中分离过程进行了数值模拟,分析了阻尼对分离过程和分离模式的影响,得出了以下结论:

1. 大小不同的两种颗粒混合体系在圆形滚筒内分离时,离析和扩散同时存在,转动初期颗粒流动型式以离析为主,这个阶段的分离与阻尼关系不大;当大小颗粒分离形成月亮模式后,分离模式受阻尼的影响显著.

2. 自由表面层流动模式与阻尼有关,随着阻尼的减小,表面层流动模式从均匀流、雪崩流到喷泻流,当阻尼在合适的范围时,流动模式才会形成雪崩流,分离模式为规则的花瓣模式.

3. 分离模式的形成与阻尼有关,阻尼较大时,分离模式只能出现月亮模式,阻尼较小时会出现不明显的花瓣模式,阻尼大小为中等范围时才会形成规则的花瓣模式.

- 
- [1] Knight J B, Jaeger H M, Nagel S R 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 3728
- [2] Möbius M E, Lauderdale B E, Nagel S R, Jaeger H M 2001 *Nature* **414** 270
- [3] Shinbrot T, Muzzio F J 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 4365
- [4] Savage S B, Lun C K K 1988 *J. Fluid Mech.* **189** 311
- [5] Ulrich S, Schröter M, Swinney H L 2007 *Phys. Rev. E* **76** 042301
- [6] Jiang Z H, Lu K Q, Hou M Y, Chen W, Chen X J 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2244 (in Chinese) [姜则辉、陆坤权、厚美瑛、陈唯、陈湘君 2003 物理学报 **52** 2244]
- [7] Liang X W, Li L S, Hou Z G, Lu Z, Yang L, Sun G, Shi Q F 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2300 (in Chinese) [梁宣文、李粮生、侯兆国、吕震、杨雷、孙刚、史庆潘 2008 物理学报 **57** 2300]
- [8] Zhao Y Z, Jiang M Q, Zheng J Y 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1812 (in Chinese) [赵永志、江茂强、郑津洋 2009 物理学报 **58** 1812]
- [9] Zhao L L, Liu C S, Yan J X, Jiang X W, Zhu Y 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 2582 (in Chinese) [赵啦啦、刘初升、闫俊霞、蒋小伟、朱艳 2010 物理学报 **59** 2582]
- [10] Xia J H, You Y W, Wang P P, Wang W L, Liu C S 2010 *Chin. Phys. B* **19** 056404
- [11] Zhao Y Z, Zhang X Q, Liu Y L, Zheng J Y 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 8386 (in Chinese) [赵永志、张宪旗、刘延雷、郑津洋 2009 物理学报 **58** 8386]
- [12] Hill K M, Khakhar D V, Gilchrist J F, McCarthy J J, Ottino J M 1999 *Proc. Natl. Acad. Sci.* **96** 11701
- [13] Zuriguel I, Gray J M N T, Peixinho J, Mullin T 2006 *Phys. Rev. E* **73** 061302
- [14] Hill K M, Gioia G, Amaravadi D 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 224301
- [15] Zhao Y Z, Cheng Y 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 322 (in Chinese) [赵永志、程易 2008 物理学报 **57** 322]
- [16] Meier S W, Barreiro D A M, Ottino J M, Lueptow R M 2008 *Nature Phys.* **4** 244

- [17] Hill K M, Jain Nitin, Ottino J M 2001 *Phys. Rev. E* **64** 011302 **58** 1819 (in Chinese) [赵永志、江茂强、徐平、郑津洋 2009 物理学报 **58** 1819]
- [18] Aranson Igor S., Tsimring Lev S 2006 *Rev. Mod. Phys.* **78** 641
- [19] Cundall P A, Strack O D L 1979 *Geotechnique* **29** 47 [23] Visscher W M, Bolsterli M 1972 *Nature* **239** 504
- [20] Iwashita K, Oda M 1998 *J. Eng. Mech. ASCE* **124** 285 [24] Duran J, Rajchenbach J, Clément E 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 2431
- [21] Ting J M, Corkum B T 1992 *J. Comput. Civil. Eng.* **6** 129
- [22] Zhao Y Z, Jiang M Q, Xu P, Zheng J Y 2009 *Acta Phys. Sin.*

## Effect of damping on segregation of size-type binary granular systems in a rotating horizontal drum\*

Gao Hong-Li<sup>1)2)</sup> Zhao Yong-Zhi<sup>1)†</sup> Liu Ge-Si<sup>1)</sup> Chen You-Chuan<sup>1)</sup> Zheng Jin-Yang<sup>1)</sup>

1) (Department of Chemical and Biochemical Engineering, Institute of Process Equipment, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

2) (Guangdong University of Petrochemical Technology, Maoming 525000, China)

(Received 6 May 2010; revised manuscript received 20 August 2010)

### Abstract

In this paper, the segregation patterns of size-type binary granular systems with different damp coefficients in a rotating horizontal drum are simulated by the discrete element model. The process and the mechanism of segregation are studied, and the effects of damping on segregation model of size-type binary granular system in a rotating horizontal drum are discussed. The simulation results show that the segregation process and the flow pattern of granulae in a flowing layer depend strongly on damping. According to the simulation results we predict that the radial segregation patterns that form in a size-type binary granula system in a thin rotating horizontal drum will be the sun pattern when the damp coefficients is in a middle value range, otherwise, the moon pattern will appear.

**Keywords:** rotating drum, pattern formation, radial segregation, discrete element method (DEM)

**PACS:** 45.70.-n, 05.45.-a, 83.10.Rs

\* Project supported by the National Basic Research Program of China (Grant No. 2007CB209706), Zhejiang Provincial Natural Science Foundation of China (Grant No. Y1100636), and the Science Foundation of Chinese University.

† Corresponding author. E-mail: yzzhao@zju.edu.cn