

# 惯性及弹塑性效应对延性金属材料 层裂损伤的影响\*

张凤国† 周洪强 张广财 洪滔

(北京应用物理与计算数学研究所, 北京 100094)

(2010年4月9日收到; 2010年8月31日收到修改稿)

本文以空心球壳模型为基础, 在飞片加载条件下, 讨论了惯性、弹塑性效应以及初始孔洞大小对材料层裂损伤的影响. 分析结果表明, 在研究材料层裂损伤问题时, 惯性、弹塑性效应以及初始孔洞大小的影响是不能忽略的, 特别是初始孔洞大小的影响. 同时, 鉴于初始孔洞大小的重要影响, 本文尝试给出了一个分析初始孔洞尺寸的方法.

**关键词:** 层裂损伤, 惯性, 弹塑性效应, 初始孔洞

**PACS:** 46.50.+a, 62.50.Ef, 64.60.Q-, 62.20.mm

## 1. 引言

层裂是一种典型的、易于研究的动态损伤破坏形式, 常作为材料动态破坏和断裂机理研究的主要课题<sup>[1,2]</sup>. 早期的层裂损伤研究基本上都是基于经验或微细观物理分析的基础上给出一个损伤演化方程, 包括 Gurson 模型<sup>[3]</sup>、孔洞增长模型 (VG 模型)<sup>[4]</sup> 和 NAG 模型等<sup>[5]</sup>, 同时对层裂损伤的临界行为以及层裂强度进行了研究分析<sup>[6,7]</sup>. 目前大多数层裂损伤模型以材料的塑性变形为假设条件, 并且没有考虑惯性等因素对层裂损伤演化过程的影响. 随着对层裂问题研究的深入, 越来越多的学者开始关注孔洞早期的增长<sup>[8,9]</sup> 以及惯性<sup>[10,11]</sup> 等各种因素<sup>[12,13]</sup> 对损伤演化过程的影响, 并借助实验方法, 观察不同条件下的孔洞变化情况<sup>[14]</sup> 以及孔洞周围基体材料性质的变化情况<sup>[15]</sup>, 同时采用分子动力学等数值方法, 分析微孔洞增长的演化规律<sup>[16,17]</sup>.

不考虑模型参数的影响, 本文基于孔洞增长方程本身, 分析惯性、介质的弹塑性效应以及初始孔洞大小对材料层裂损伤的影响, 并探讨了初始孔洞尺寸的确切方法.

## 2. 孔洞及损伤的演化方程

以空心球壳模型为基础 (图 1), 球的外半径为  $b$ , 内半径为  $a$ ,  $c$  为基体材料弹、塑变形区域交界处的半径 ( $a \leq c \leq b$ ), 匀布拉伸载荷  $\alpha p(t)$  作用于球的外表面 (拉伸为正), 并定义  $\alpha = b^3 / (b^3 - a^3)$ , 相应的初值分别为  $a_0, b_0, \alpha_0$ . 假设基体材料不可压缩, 则在外载荷作用下孔洞的增长方程可以表示为<sup>[4]</sup>

$$\tau Q = \alpha p + 2 \int_a^b \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} dr, \quad (1)$$

其中,  $\tau = \rho \frac{a_0^2}{3(\alpha_0 - 1)^{2/3}}$ ,  $\rho$  为基体材料的密度,  $\sigma_r, \sigma_\theta$  为基体材料中的径向和切向应力,  $Q(\ddot{\alpha}, \dot{\alpha}, \alpha) = \ddot{\alpha} [(\alpha - 1)^{-1/3} - \alpha^{-1/3}] - \frac{\dot{\alpha}^2}{6} [(\alpha - 1)^{-4/3} - \alpha^{-4/3}]$ ,  $\dot{\alpha}$  和  $\ddot{\alpha}$  分别为孔洞增长的速度和加速度. 为了分析方便, 在层裂问题的研究中, 一般将  $\tau Q$  项统称为方程的惯性项<sup>[4]</sup>.

小变形条件下, 在基体材料的弹性变形区域内有 ( $c < r \leq b$ ),

$$\sigma_r - \sigma_\theta = 2GB(t)/r^3, \quad (2)$$

其中,  $G$  为材料的剪切模量,  $B(t) = a_0^3 (\alpha_0 - \alpha) /$

\* 中国工程物理研究院科学技术发展基金重点项目 (批准号: 2009A0101007, 2009A0102005) 资助的课题.

† E-mail: zhang\_fengguo@iapcm.ac.cn

$(\alpha_0 - 1)$ .

选取基体材料的等效应力的计算公式为  $\sigma_e = -Y_0 + \eta \dot{\gamma}^p$ , 其中,  $Y_0$  为材料的初始屈服强度;  $\eta$  为材料的黏性系数;  $\dot{\gamma}^p$  为材料的塑性剪切应变率, 则在基体材料的塑性变形区域内有  $(a < r \leq c)$

$$\sigma_r - \sigma_\theta = -Y_0 + \eta \dot{\gamma}^p. \quad (3)$$

在  $r = c$  处有

$$2GB(t)/c^3 = -Y_0 + \eta \dot{\gamma}^p. \quad (4)$$

此时, 我们忽略材料的塑性剪切应变率  $\dot{\gamma}^p$  的影响, 有

$$X = B(t)/c^3 \approx -Y_0/2G. \quad (5)$$

当空心球表面产生塑性变形时 ( $c = a$ ), 有

$$B(t)/a^3 = -Y_0/2G \quad \text{或} \quad \alpha_1 = (2G\alpha_0 - Y_0)/(2G - Y_0). \quad (6)$$

当空心球完全达到塑性变形时 ( $c = b$ ), 有

$$B(t)/b^3 = -Y_0/2G \quad \text{或} \quad \alpha_{cr} = 2G\alpha_0/(2G - Y_0). \quad (7)$$

将(5)式代入(2)式, 我们得到材料弹塑性变形阶段 ( $\alpha_1 \leq \alpha \leq \alpha_{cr}$ ) 的孔洞增长方程为

$$\begin{aligned} \tau Q(\ddot{\alpha}, \dot{\alpha}, \alpha) = & \alpha p(t) - \frac{4}{3} G \left( \frac{\alpha_0 - \alpha}{\alpha} - X \right) \\ & - \frac{2}{3} Y_0 \ln \left( \frac{\alpha_0 - \alpha}{X(\alpha - 1)} \right) - \frac{2}{3} \cdot \frac{\dot{\alpha}}{\alpha - \alpha_0} \\ & \times \eta \cdot \left[ (1 + X)^{1/3} - (1 + X)^{-2/3} \right. \\ & \left. + \left( \frac{\alpha - 1}{\alpha_0 - 1} \right)^{2/3} - \left( \frac{\alpha - 1}{\alpha_0 - 1} \right)^{-1/3} \right], \quad (8) \end{aligned}$$

以及材料塑性变形阶段 ( $\alpha > \alpha_{cr}$ ) 的孔洞增长方程为

$$\begin{aligned} \tau Q(\ddot{\alpha}, \dot{\alpha}, \alpha) = & \alpha p(t) - \frac{2}{3} Y_0 \ln \left( \frac{\alpha}{\alpha - 1} \right) - \frac{2}{3} \eta \dot{\alpha} \\ & \times [(\alpha - 1)^{-1/3} (\alpha_0 - 1)^{-2/3} - \alpha^{-1/3} \alpha_0^{-2/3}]. \quad (9) \end{aligned}$$

Johnson 忽略了惯性及基体材料弹塑性变形阶段的孔洞增长, 并假设基体材料处于塑性变形阶段, 给出了相应的孔洞增长方程(VG模型)<sup>[4]</sup>

$$\begin{aligned} \alpha p(t) - \frac{2}{3} Y_0 \ln \left( \frac{\alpha}{\alpha - 1} \right) - \frac{2}{3} \eta \dot{\alpha} \\ \times [(\alpha - 1)^{-1/3} (\alpha_0 - 1)^{-2/3} \\ - \alpha^{-1/3} \alpha_0^{-2/3}] = 0. \quad (10) \end{aligned}$$

根据损伤与孔隙度的关系, 我们可以得到损伤的演化方程

$$\dot{D} = \dot{\alpha}/\alpha^2. \quad (11)$$

目前的层裂损伤模型基本上都是在塑性假设

条件下给出的, 忽略了介质的弹塑性效应对损伤演化过程的影响, 对惯性影响的认识也不是统一, 为此, 本文基于空心球壳模型, 针对不同加载条件下, 采用数值方法, 分别讨论惯性((9)式)以及介质的弹塑性效应((8)和(9)式, 且不带左边惯性项)对延性金属材料层裂损伤的影响.

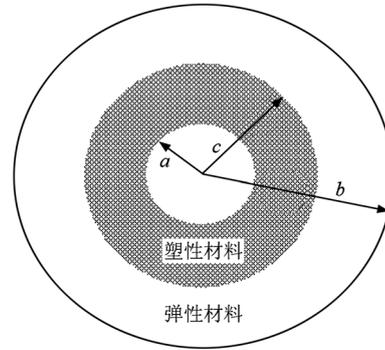


图1 空心球壳模型

### 3. 损伤对材料本构方程和状态方程的影响

对于损伤对材料本构方程和状态方程的影响, 本文采用常用的处理方法<sup>[5,18]</sup>

$$p = p_s [\rho(1 - D), e] \cdot (1 - D), \quad (12)$$

$$K = 4G_0 K_0 (1 - D) / (4G_0 + 3K_0 D), \quad (13)$$

$$G = G_0 (1 - D) [1 - D(6K_0 + 12G_0) / (9K_0 + 8G_0)], \quad (14)$$

$$Y = Y_0 (1 - D), \quad (15)$$

其中,  $e$  为材料的初始内能,  $K_0, G_0$  为材料的初始体积模量和剪切模量,  $p_s$  为基体材料的静水压力.

### 4. 数值分析

数值计算我们采用的是二维弹塑性流体力学有限元计算程序 LTZ-2D, 状态方程采用 Mie-Grüneisen 状态方程, 计算中选用飞片和靶板的材料是 OFHC 铜, 飞片的厚度为 2 mm, 靶板的厚度为 9 mm, OFHC 铜材料的密度为  $\rho_0 = 8924 \text{ kg/m}^3$ , 剪切模量为  $G_0 = 48.4 \text{ GPa}$ , 体积模量为  $K_0 = 137.185 \text{ GPa}$ , 屈服强度为  $Y_0 = 0.15 \text{ GPa}$ , 黏性系数为  $\eta = 0.05 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ , 初始孔洞大小为  $a_0 = 1.0 \text{ }\mu\text{m}$ .

数值计算中我们分别考察了飞片撞击速度为 100 m/s 和 400 m/s 的两种加载情况. 图 2、图 3 给出

了不同情况下靶材料层裂面处应力和损伤的变化历史,相对于空心球壳模型(VG模型),惯性项对损伤的早期发展有抑制作用,即损伤的发展相对较为缓慢,则材料内部的应力峰值较高.与此相反,考虑介质的弹塑性效应,则损伤的发展较早,材料内部的应力峰值较低,相应的损伤较大.相对而言,介质的弹塑性效应对应力和损伤的综合影响更大一些.

计算结果显示,在飞片加载情况下,惯性和介质的弹塑性效应影响层裂面处材料内部的应力和损伤的变化过程,而惯性的影响主要体现在对损伤发展的抑制作用.这与相关文献所讨论的结果不

同,在一些文献<sup>[11]</sup>中主要是根据孔洞(损伤)的增长方程(如(9)式)直接分析外载荷对孔洞(损伤)的影响,从而得出结论:在损伤发展的早期,惯性对损伤的发展有抑制作用,而在其后,由于惯性的影响,损伤发展更快,且惯性的影响较大.这是由于后者没有考虑实际情况中损伤对材料的“软化”作用,即当材料损伤达到某一临界值时,材料内部的应力随损伤的增加迅速减小,从而减小了惯性的影响.此外,参数的改变也会引起惯性影响的增大<sup>[10]</sup>.综合不同的研究结果表明,在研究层裂损伤问题时,惯性的影响是不能忽略的.

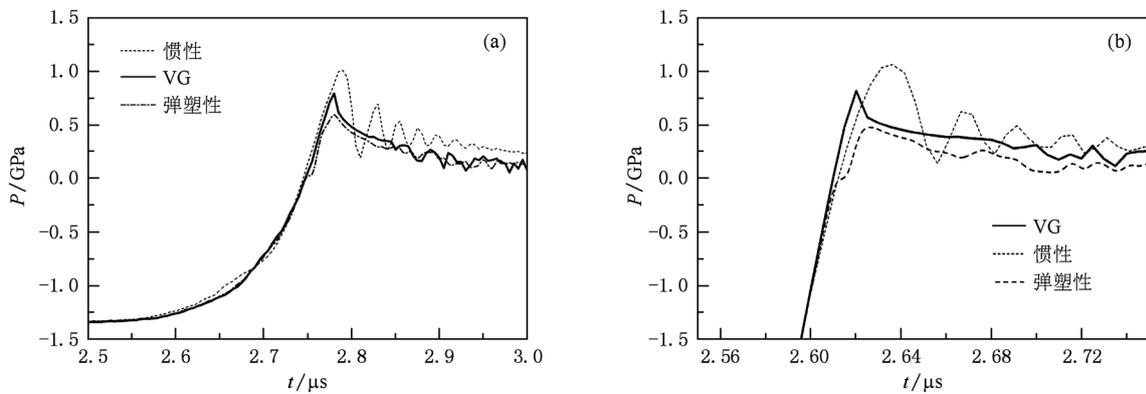


图2 不同撞击速度下惯性及介质的弹塑性效应对应力变化的影响 (a)  $v_0 = 100$  m/s; (b)  $v_0 = 400$  m/s

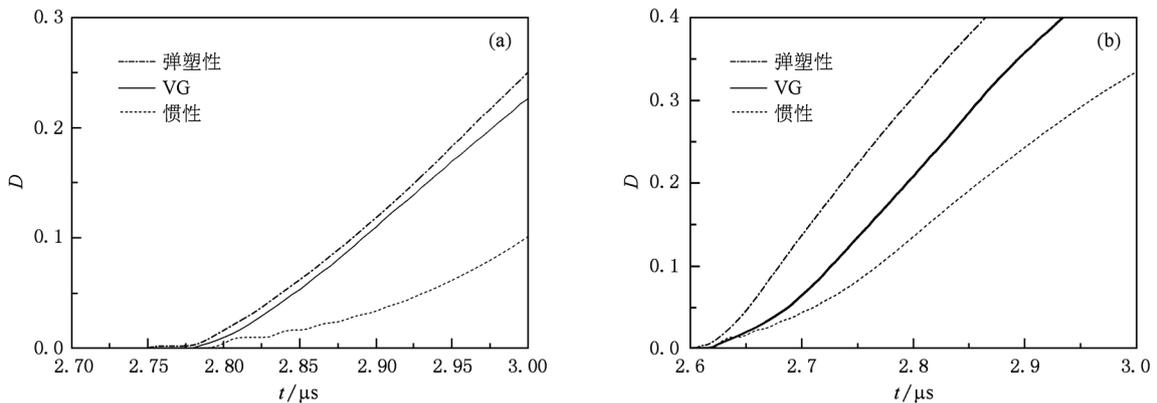


图3 不同撞击速度下惯性及介质的弹塑性效应对损伤演化过程的影响 (a)  $v_0 = 100$  m/s; (b)  $v_0 = 400$  m/s

外载荷相同条件下,物体惯性的大小取决于物体的质量.在延性金属材料层裂损伤问题的研究中,大家关注较多的是初始损伤(孔隙度)对损伤演化过程的影响,并指出初始损伤(孔隙度)对其后的损伤演化过程将产生直接重要的影响<sup>[19]</sup>,而很少关

注初始损伤(孔隙度)相同的情况下孔洞大小对损伤演化过程的影响.同时,一些相关文献<sup>[20,21]</sup>所讨论的惯性的影响,是基于无限介质中的孔洞增长方程,虽然指出惯性对于大孔洞的影响较大,特别是对于高密度介质中的孔洞增长,但并没有深入分析

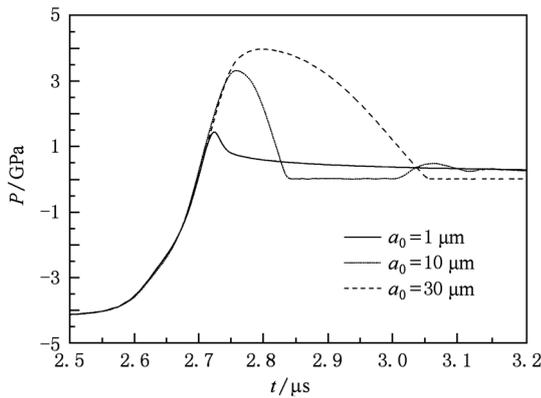


图4 初始孔洞大小对应力变化的影响

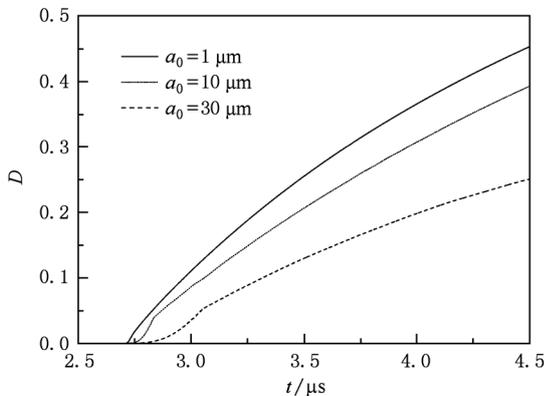


图5 初始孔洞大小对损伤演化过程的影响

孔洞周围等效介质的变化所引起的影响,对问题的探讨还不够全面. 本文以含惯性项的空心球壳模型((9)式)为例,在初始孔隙度相同( $\alpha_0$ 不变)的条件下,通过改变初始孔洞半径  $a_0$ ,考察初始孔洞大小对损伤演化过程的影响. 初始孔洞较小,相应的孔洞数较多,孔洞周围的介质较少,相反,孔洞较大时,孔洞数量较少,孔洞周围的介质较多,相应的惯性影响就较大. 图4,图5给出了飞片初始速度为 260 m/s 以及初始孔洞半径  $a_0$  分别为 1  $\mu\text{m}$ , 10  $\mu\text{m}$  和 30  $\mu\text{m}$  情况下的数值计算结果. 数据显示初始孔洞大小对材料内部的应力和损伤均产生很大的影响,同时,惯性对损伤发展的抑制作用更明显. 因此,在研究层裂问题时,对于初始孔洞大小的分析就尤其重要了.

### 5. 关于初始孔洞大小的讨论

初始孔洞的尺寸一直是层裂损伤研究中的一个不确定因素,尽管其对损伤的演化过程影响很大. 数值计算以及理论分析中一般都是人为的给出一个初始尺寸或初始损伤度,实验中得到的都是终态的孔洞尺寸,而微米以下量级的孔洞在实验中也很难观测到,并且由实验数据反演出初始孔洞的大小,目前也没有较好的方法. 我们注意到,由(5)式可以得到

$$c^3 = -2G \cdot a_0^3 \cdot (\alpha_0 - \alpha) / Y_0 / (\alpha_0 - 1). \quad (16)$$

根据基体材料不可压缩假设条件,有

$$\begin{aligned} c^3 &= 2G \cdot (b^3 - b_0^3) / Y_0 \\ &= 2G \cdot (a^3 - a_0^3) / Y_0. \end{aligned} \quad (17)$$

上式与外载荷没有直接联系,只是反映了  $a$  与  $c$  或  $b$  与  $c$  之间的相互关联. 随着实验技术的提高与实验方法的改进,目前已有文献报导在实验中观测到孔洞周围的塑性环(位错环)<sup>[13]</sup>,即通过实验可以确定孔洞的大小  $a$  以及塑性环的尺寸  $c$ ,那么,通过上式可以得出初始孔洞的尺寸  $a_0$ ,不过,目前与此相关的实验数据还很少,特别是系统的实验数据及其分析结果还比较匮乏.

### 6. 结 论

在飞片加载条件下,介质弹塑性效应的影响主要体现在材料内部的应力和损伤的变化上,由于损伤发展较早,材料内部的最后损伤较大,同时造成材料内部应力所达到的应力峰值较低. 惯性的影响主要体现在:在损伤发展的早期,惯性对损伤的发展有抑制作用,而在后期,惯性对损伤的发展有助长的作用,在实际情况中,惯性对损伤的抑制作用更明显,特别是由于初始孔洞大小的改变所引起的惯性的影响. 综合以上的分析结果,在研究材料层裂损伤问题时,惯性、介质的弹塑性效应以及初始孔洞大小的影响是不能忽略的,特别是材料的初始损伤或初始孔洞尺寸的影响. 同时,鉴于初始孔洞大小的重要影响,本文尝试给出了一个分析初始孔洞尺寸的方法.

- [1] Meyers M A, Aifantis E C 1983 *Prog. Mater. Sci.* **28** 1
- [2] Huang Z P, Yang L M, Pan K L 1993 *J. Advances in Mechanics* **23** 433
- [3] Gurson A L 1977 *J. Eng. Mater. Technol.* **99** 2
- [4] Johnson J N 1981 *J. Appl. Phys.* **52** 2812
- [5] Seaman L, Curran D, Shockey D 1976 *J. Appl. Phys.* **47** 4814
- [6] Qin M L, He H L, Yan S L 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 5965 (in Chinese) [祁美兰、贺红亮、晏石林 2007 物理学报 **56** 5965]
- [7] Wang Y G, Chen D P, He H L, Wang L L, Jing F Q 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 4202 (in Chinese) [王永刚、陈登平、贺红亮、王礼立、经福谦 2006 物理学报 **55** 4202]
- [8] Molinari A, Wright T W 2005 *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* **53** 1476
- [9] Zhang F G, Qin C S, Zhou H Q 2007 *Acta Armamentarii* **28** 1223 (in Chinese) [张凤国、秦承森、周洪强 2007 兵工学报 **28** 1223]
- [10] Wang Z P 1994 *J. Appl. Phys.* **76** 1535
- [11] Wu X Y, Ramesh K T, Wright T W, 2003 *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* **51** 1
- [12] Trivedi P B, Asay J R, Gupta Y M, Field D P 2007 *J. Appl. Phys.* **102** 083513
- [13] Johnson J N, Gray III G T, Bourne N K 1999 *J. Appl. Phys.* **86** 4892
- [14] Bontaz-Carion J, Pellegrini Y P 2006 *Adv. Eng. Mater.* **8** 480
- [15] Belak J, Cazamias J 2004 UCRL-TR-202447
- [16] Luo J, Zhu W J, Lin L B, He H L, Jing F Q 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2791 (in Chinese) [罗晋、祝文军、林理彬、贺红亮、经福谦 2005 物理学报 **54** 2791]
- [17] Deng X L, Zhu W J, Song Z F, He H L, Jing F Q 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 4772 (in Chinese) [邓小良、祝文军、宋振飞、贺红亮、经福谦 2009 物理学报 **58** 4772]
- [18] Mackenzie J 1958 *Proc. Phys. Soc.* **63** B 2
- [19] Zhang C S, Zhang B P, Liang W M 2000 *Explosion and Shock Waves* **20** (2) 115 (in Chinese) [张昌锁、张宝平、梁为民 2000 爆炸与冲击 **20**(2) 115]
- [20] Ortiz M, Molinari A 1992 *J. Appl. Mechanics* **59** 48
- [21] Seaman L, Curran D R 2002 *Shock Compression of Condensed Matter-2001*, edited by Furnish M D, AIP Conference Proceeding 620, ATLANTA, June 24—29, 2001, p607

## Inertial and elastic-plastic effect on spallation damage of ductile metals \*

Zhang Feng-Guo<sup>†</sup> Zhou Hong-Qiang Zhang Guang-Cai Hong Tao  
(Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing 100094, China)

(Received 9 April 2010; revised manuscript received 31 August 2010)

### Abstract

The influences of inertia, elastic-plastic effect and initial void size are studied on the damage evolution in spallation of ductile metals under planar impact loading by using the hollow spheroid model. Numerical analysis indicates that inertia, elastic-plastic effect and initial void size each have a significant influence. Influence of Initial damage or initial void size on spallation damage cannot be neglected. In this paper we attempt to develop a method to analyse initial void size due to its importance on spallation damage.

**Keywords:** spalling damage, inertia, elastic-plastic effect, initial void

**PACS:** 46.50.+a, 62.50.Ef, 64.60.Q-, 62.20.mm

\* Project supported by CAEP (Grant Nos. 2009A0101007, 2009A0102005).

<sup>†</sup> E-mail: zhang\_fengguo@iapcm.ac.cn