

## 光子扣除(增加)压缩真空态与压缩猫态的保真度\*

吕菁芬 马善钧<sup>†</sup>

(江西师范大学物理与通信电子学院,南昌 330022)

(2010年9月30日收到;2011年2月25日收到修改稿)

解析推导了任意光子扣除(增加)压缩真空态与压缩猫态的保真度. 研究表明,无论是光子增加还是光子扣除,最大保真度都随光子增加或扣除数目的增加而增加,且最大保真度对应的叠加态振幅也增加;此外,对于相同数目的增加和扣除光子数,光子增加后的最大保真度所对应的叠加态振幅比光子扣除所对应的叠加态振幅要大,而最大保真度略小一些. 尽管目前从实验上实现光子增加比光子扣除困难较大,但光子增加也可以成为获得大振幅猫态的一个有力手段.

**关键词:** 光子扣除压缩真空态, 光子增加压缩真空态, 压缩猫态, 保真度

**PACS:** 03.67.-a

## 1. 引言

量子光学的发展依赖于我们对光学领域非经典性质的了解. 近来,相干态的叠加由于其显著的效果引起了人们的广泛关注. 在研究微观粒子时,人们通常采用量子力学的理论处理问题,而态叠加原理是量子力学区别于经典力学的一个重要原理<sup>[1]</sup>. 对于宏观态的“猫”是否适合于态叠加原理,正是宏观与微观的划分,也是使用经典力学还是量子力学的划分. 因此,薛定谔猫态可看成是经典和量子的分界线<sup>[2]</sup>. 另外,薛定谔猫态的制备还能对量子力学的预言进行解释,进而证明经典理论无法解释的量子效应. 对于大振幅的相干态,其叠加显示出宏观量子叠加的经典性,薛定谔猫态使人们能够进行许多有趣的量子理论基本测试的研究. 薛定谔猫态不仅具有理论研究的意义,也有实际应用前景. 如在量子信息处理方面,利用薛定谔“猫”这样的宏观量子态所具有的独特性质(既具有量子相干的基本性质,又具有宏观物体的“经典”特性),信息就不易被外界的观察和测量所破坏. 因此,如果用薛定谔猫态进行量子信息处理,在信息传送和存贮的过程中利用其相干性的一面,而在信息的读出过程中利用其“经典”的稳定

性,从而可以避免信息读出导致的退相干<sup>[3]</sup>. 除此之外,多粒子的薛定谔猫态系统还可以作为未来高容错量子计算机的核心部件,也可以用来制造极其灵敏的传感器、电子钟、干涉仪等精密测量设备. 所以,制备稳定的薛定谔猫态是极其重要的.

目前,实验上产生猫态的主要期望是产生大振幅的薛定谔猫态以便对量子理论进行直观的测试和产生高保真度的薛定谔猫态来进行量子信息处理. 有些科研工作者试图利用强非线性相互作用<sup>[4,5]</sup>或者光子数分析探测器产生薛定谔猫态<sup>[6,7]</sup>,但是现有的技术是不可行的. 也有人提出了一个较为可行的方案,即借助弱 Kerr 非线性相互作用和简单光学元件来产生薛定谔猫态<sup>[8]</sup>. 另外,研究表明小振幅的薛定谔猫态和压缩单光子态十分类似<sup>[9]</sup>,该压缩单光子态可以通过在纯压缩真空态中增加或扣除一个光子获得<sup>[10]</sup>. 此外,有的研究小组已经产生接近于小振幅( $\alpha < 1$ )猫态的单光子扣除压缩态<sup>[11,12]</sup>,并做了理论分析<sup>[13,14]</sup>. 最近,压缩猫态也被提出并在实验上得以实现. 压缩猫态在对抗耗散上比薛定谔猫态显得更为优越,同时,压缩猫态也可以通过压缩变换得到薛定谔猫态. 压缩猫态的大小( $\alpha = 1.6$ )能够很好满足量子理论的基本测试和量子信息加工的要求.

\* 教育部科学技术研究计划重点项目(批准号:210115)、江西省自然科学基金(批准号:2009GZW0006)和江西省教育厅科研基金(批准号:GJJ10097)资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯联系人. E-mail: shanjunma@126.com

文献[15,16]的研究表明:双光子扣除压缩真空态与压缩猫态之间有很好的相似性,即保真度在一定条件下趋于1.此外,他们在实验上也做了相关讨论.另一方面,通过理论推导有关函数(如归一化系数、Wigner函数等)的解析表达式,胡利云等<sup>[17-20]</sup>充分讨论了任意光子扣除及光子增加压缩真空态的非经典性质及其在热环境中的退相干问题.因此,下列问题就自然产生:对于任意光子扣除或增加压缩真空态,它与压缩猫态之间是否仍然有很好的相似性,保真度在一定条件下是否趋于1?保真度与光子扣除或光子增加的光子数以及压缩猫态的振幅之间的关系如何?我们将进一步从理论上探讨包括任意光子增加和扣除压缩真空态与压缩猫态之间的保真度问题.

本文首先简要回顾偶压缩叠加相干态以及任意光子增加或扣除压缩真空态,再解析导出偶压缩叠加相干态与任意光子增加或扣除压缩真空态保真度的表达式,并讨论保真度与光子扣除或增加的光子数以及压缩猫态的振幅之间的关系.研究表明:无论是光子增加还是光子扣除情况,最大保真度都随光子增加或扣除数目的增加而增加,且最大保真度对应的猫态振幅也增加.然而,对于相同数目的增加和扣除光子的情况,光子增加情况下的最大保真度所对应的猫态振幅比光子扣除情况下所对应的猫态振幅要大,而最大保真度略小一些.尽管目前实验上实现光子增加比光子扣除要困难,但光子增加也可成为获得大振幅猫态的一个有力手段.

## 2. 压缩猫态及光子扣除(增加)压缩真空态

薛定谔猫态的定义如下:

$$|\psi_{\text{scs}}\rangle_{\pm} = N_{\pm} (|\alpha\rangle \pm |-\alpha\rangle), \quad (1)$$

式中  $N_{\pm}$  为归一化因数,  $|\pm\alpha\rangle$  是一个振幅为  $\pm\alpha$  的相干态,  $|\psi_{\text{scs}}\rangle_{\pm}$  表示奇偶猫态.本文中我们以偶压缩猫态为例进行保真度的讨论.

一个偶压缩猫态定义为

$$|\psi_{\text{scs}}\rangle = N_0 S(r) (|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle), \quad (2)$$

其中

$$S(r) = \exp\left[\frac{r}{2}(a^2 - a^{*2})\right]$$

为单模压缩算符,  $r$  为压缩参数,

$$|\alpha\rangle = \exp(\alpha a^+ - \alpha^* a) |0\rangle$$

为相干态,

$$N_0 = (2 + 2\exp(-2|\alpha|^2))^{-1/2}$$

为归一化系数.理论上,任意  $m$  个光子扣除压缩真空态可以通过连续作用  $m$  次 Bose 湮没算符于压缩真空态  $S(r) |0\rangle$  上得到,

$$|\psi_{sm}\rangle = N_{sm} a^m S(r_s) |0\rangle, \quad (3)$$

式中  $S(r_s)$  为单模压缩算符,  $r_s$  为压缩参数(这里取了实数),  $N_{sm}$  为归一化系数,

$$N_{sm} = [m!(-i \sinh r_s)^m P_m(i \sinh r_s)]^{-1/2}, \quad (4)$$

其中  $P_m(x)$  为 Legendre 多项式.

同样地,任意  $n$  个光子增加压缩真空态可以通过连续作用  $n$  次 Bose 产生算符于压缩真空态  $S(r) |0\rangle$  上得到,

$$|\psi_{an}\rangle = N_{an} a^{+n} S(r_a) |0\rangle, \quad (5)$$

式中  $r_a$  为实压缩参数,  $N_{an}$  为归一化系数,

$$N_{an} = [n!(\cosh r_a)^n P_n(\cosh r_a)]^{-1/2}. \quad (6)$$

关于光子扣除或增加压缩态的归一化研究,参见文献[21,22].

## 3. 保真度的计算

保真度是表征两个态之间相似程度的一个物理量<sup>[23,24]</sup>.对于任意两个纯态,可以通过公式

$$F = |\langle\psi|\psi_1\rangle|^2$$

来计算一个态  $|\psi\rangle$  与目标态  $|\psi_1\rangle$  的接近程度.当两个状态是同一时,  $F = 1$ ;当两个状态是正交时,  $F = 0$ .  $F$  的值越接近1,表明两个状态越相似.下面我们就分别计算任意光子扣除压缩真空态与压缩猫态以及任意光子增加压缩真空态与压缩猫态之间的保真度,从而进一步讨论保真度与有关参数间的关系.

### 3.1. 光子扣除压缩真空态与压缩猫态的保真度

考察任意光子扣除压缩真空态与压缩猫态的保真度

$$F_1 = |\langle\psi_{sm}|\psi_{\text{scs}}\rangle|^2. \quad (7)$$

首先计算  $\langle\psi_{sm}|\psi_{\text{scs}}\rangle$  的值.注意到  $a$  和  $a^+$  是 Bose 湮没算符和产生算符,  $[a, a^+] = 1$ ,  $|0\rangle$  是真空态,  $a|0\rangle = 0$ , 压缩算符  $S(r)$  具有以下变换关系:

$$S^+(r_s) a S(r_s) = a \cosh r_s - a^+ \sinh r_s, \quad (8)$$

且  $(\mu a + \nu a^+)^n$  的正规乘积形式为<sup>[25]</sup>

$$(\mu a + \nu a^\dagger)^n = \left(-i \sqrt{\frac{\mu\nu}{2}}\right)^n : H_n \left[ i \sqrt{\frac{\mu}{2\nu}} a + i \sqrt{\frac{\nu}{2\mu}} a^\dagger \right] : \quad (9)$$

这里  $H_n(x)$  为  $n$  阶单变量厄密多项式, 其定义和相应的产生函数为

$$H_m(x) = \sum_{l=0}^{[m/2]} \frac{(-1)^l m! (2x)^{m-2l}}{l! (m-2l)!}, \quad (10)$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} \frac{t^m}{m!} H_m(x) = \exp(2tx - t^2), \quad (11)$$

$$H_m(x) = \left. \frac{\partial^m}{\partial t^m} \exp(2xt - t^2) \right|_{t=0},$$

可将方程(3)改写成如下形式:

$$\begin{aligned} |\psi_{sm}\rangle &= N_{sm} S(r_s) S^\dagger(r_s) a^m S(r_s) |0\rangle \\ &= N_{sm} S(r_s) (a \cosh r_s - a^\dagger \sinh r_s)^m |0\rangle \\ &= \frac{\sinh^{m/2} 2r_s}{2^m} N_{sm} S(r_s) H_m \left( -\sqrt{\frac{\tanh r_s}{2}} a^\dagger \right) |0\rangle. \end{aligned} \quad (12)$$

这样就有

$$\langle \psi_{sm} | \psi_{sscs} \rangle = N_0 N_{sm} \frac{\sinh^{m/2} 2r_s}{2^m} (A_1 + B_1), \quad (13)$$

式中

$$A_1 = \langle 0 | H_m \left( -\sqrt{\frac{\tanh r_s}{2}} a \right) S(r - r_s) | \alpha \rangle, \quad (14)$$

$$B_1 = \langle 0 | H_m \left( -\sqrt{\frac{\tanh r_s}{2}} a \right) S(r - r_s) | -\alpha \rangle.$$

利用单变量厄密多项式  $H_m(x)$  的定义(10)式、关系式  $a^{+n} |0\rangle = \sqrt{n!} |0\rangle$  以及压缩算符在粒子数表象的积分表达式<sup>[26]</sup>

$$S(r - r_s) = \int \frac{dx}{\sqrt{\mu}} |x/\mu\rangle \langle x| \quad (\mu = \exp(r - r_s)), \quad (15)$$

式中  $|x\rangle$  是坐标本征态, 其定义为

$$|x\rangle = \pi^{-1/4} \exp\left(-\frac{x^2}{2} + \sqrt{2}xa^\dagger - \frac{a^{+2}}{2}\right) |0\rangle, \quad (16)$$

可将  $A_1$  重新写为

$$\begin{aligned} A_1 &= \int \frac{dx}{\sqrt{\mu}} \sum_{l=0}^{[m/2]} \frac{(-1)^l m! (2\omega_1)^{m-2l}}{l! \sqrt{(m-2l)!}} \\ &\quad \times \langle m-2l | x/\mu \rangle \langle x | \alpha \rangle, \end{aligned} \quad (17)$$

式中

$$\omega_1 = -\sqrt{\frac{\tanh r_s}{2}}.$$

可以证明,

$$\begin{aligned} \langle m-2l | x/\mu \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2^{m-2l} (m-2l)!} \sqrt{\pi}} \\ &\quad \times \exp\left(-\frac{x^2}{2\mu^2}\right) H_{m-2l}\left(\frac{x}{\mu}\right) \end{aligned} \quad (18)$$

以及

$$\begin{aligned} \langle x | \alpha \rangle &= \pi^{-1/4} \exp\left(-\frac{x^2}{2} + \sqrt{2}x\alpha - \frac{\alpha^2}{2}\right) \langle 0 | \alpha \rangle \\ &= \pi^{-1/4} \exp\left[-\frac{(x - \sqrt{2}\alpha)^2}{2}\right]. \end{aligned} \quad (19)$$

(19)式中, 相干态  $|\alpha\rangle$  的振幅  $\alpha$  取了实数. 将(18)和(19)式代入(17)式, 并利用单变量厄密多项式  $H_m(x)$  的母函数(11)式, 可得

$$\begin{aligned} A_1 &= \sum_{l=0}^{[m/2]} \frac{m! (-1)^l \omega_1^{m-2l} \sqrt{2^{m-2l}} \pi^{-1/2}}{l! (m-2l)!} \\ &\quad \times \frac{1}{\sqrt{\mu}} \frac{\partial^{m-2l}}{\partial t^{m-2l}} \exp(-\alpha^2 - t^2) \\ &\quad \times \int dx \exp\left[-\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2\mu^2}\right)x^2 + \left(\frac{2t}{\mu} + \sqrt{2}\alpha\right)x\right] \Big|_{t=0}. \end{aligned} \quad (20)$$

利用积分公式

$$\begin{aligned} &\int \exp(-ax^2 - bx) dx \\ &= \sqrt{\frac{\pi}{a}} \exp\left(\frac{b^2}{4a}\right) \quad (\text{Re}(a) > 0), \end{aligned} \quad (21)$$

则

$$\begin{aligned} A_1 &= \sqrt{\frac{1}{\cosh(r - r_s)}} \exp\left(-\frac{\alpha^2}{2\exp(r - r_s) \cosh(r - r_s)}\right) \\ &\quad \times \sum_{l=0}^{[m/2]} \frac{m! (-1)^l}{l! (m-2l)!} \left(-\sqrt{\tanh r_s \tanh(r - r_s)}\right)^{m-2l} \\ &\quad \times H_{m-2l}\left(\frac{\alpha}{\sqrt{\sinh 2(r - r_s)}}\right). \end{aligned} \quad (22)$$

类似地, 可得  $B_1$  为

$$\begin{aligned} B_1 &= \sqrt{\frac{1}{\cosh(r - r_s)}} \exp\left(-\frac{\alpha^2}{2\exp(r - r_s) \cosh(r - r_s)}\right) \\ &\quad \times \sum_{k=0}^{[m/2]} \frac{m! (-1)^k}{k! (m-2k)!} \left(-\sqrt{\tanh r_s \tanh(r - r_s)}\right)^{m-2k} \\ &\quad \times H_{m-2k}\left(-\frac{\alpha}{\sqrt{\sinh 2(r - r_s)}}\right). \end{aligned} \quad (23)$$

因此,最终得到任意光子扣除压缩真空态与压缩猫态的保真度为

$$F_1 = \left| N_0 N_{sm} \frac{\sinh^{m/2} 2r_s (A_1 + B_1)}{2^m} \right|^2. \quad (24)$$

由于我们是以偶压缩猫态为例进行的计算,所以当  $m$  为奇数时,  $F = 0$ , 表明总是完全失真. 为直观反映保真情况,我们利用数值分析方法来进行分析. 下面均以压缩参数  $r_s = -0.7$  (约为 6.1 dB 的压缩,可用现在的技术实现) 的压缩真空态来进行

数值研究.

图 1 是当  $m = 2, 4, 8, 16$  时,光子扣除压缩真空态与压缩猫态之间的保真度  $F$  随  $r$  和  $\alpha$  的变化情况. 从图 1 不难看出,保真度图形是关于  $\alpha = 0$  左右对称的,且不管  $m$  取何值,压缩猫态的压缩参数  $r$  在  $-0.45$  附近时,保真度取得最大值. 这一点通过数值计算也可获得. 当  $m = 2, 4, 8, 16$  时,最优保真度所对应的  $r$  取值分别为  $-0.428, -0.44, -0.455, -0.459$ .

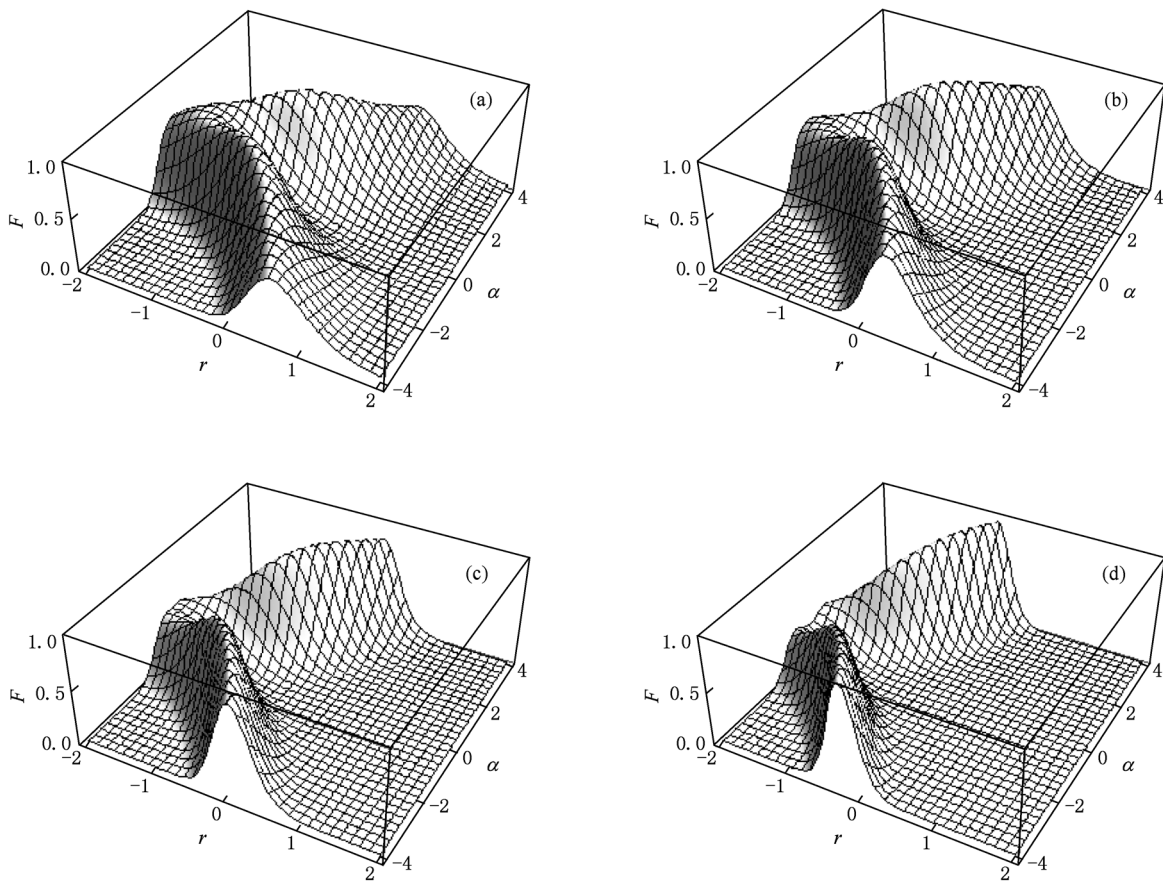


图 1 当  $m = 2, 4, 8, 16$  时,光子扣除压缩真空态与压缩猫态之间的保真度  $F$  随  $r$  和  $\alpha$  的变化 (a)  $m = 2$ , (b)  $m = 4$ , (c)  $m = 8$ , (d)  $m = 16$

为清楚了解保真度与压缩猫态振幅  $\alpha$  的关系,图 2 给出了保真度  $F$  随  $\alpha$  的变化关系. 由图 2 可知,当  $m = 2, 4, 8, 16$  时,都能产生接近完美保真度的态,且  $m$  越大,其达到最佳保真度时的振幅也越大. 通过进一步计算得到,  $m = 2, 4, 8, 16$  的情况下最佳保真度的取值分别为 0.999047, 0.999248, 0.999696, 0.999853, 即随着  $m$  的增加,产生的最佳保真度将趋于完美. 此时  $\alpha$  的取值分别为 1.254,

1.666, 2.268, 3.157, 这样大小的态在实验上是可以实现的.

### 3.2. 光子增加压缩真空态与压缩猫态的保真度

下面我们计算任意光子增加压缩真空态与压缩猫态的保真度

$$F_2 = |\langle \psi_{an} | \psi_{sscs} \rangle|^2. \quad (25)$$

首先计算  $\langle \psi_{an} | \psi_{sscs} \rangle$  的值. 类似以上的推导,先将

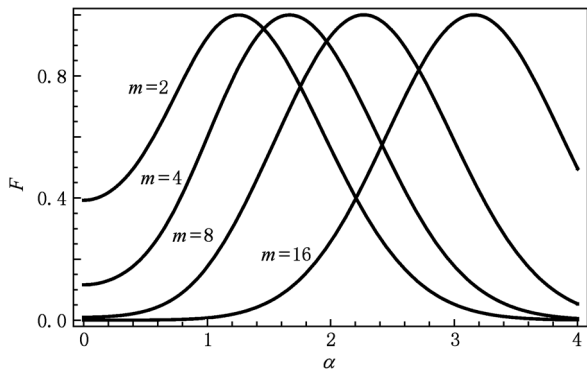


图2 光子扣除压缩真空态与压缩猫态之间的保真度  $F$  随  $\alpha$  的变化

(5)式改写为

$$|\psi_{an}\rangle = \frac{\sinh^{n/2} 2r_a N_{an} S(r_a) H_n\left(-\sqrt{\frac{\coth r_a}{2}} a\right)}{2^n} |0\rangle. \quad (26)$$

就有

$$\langle \psi_{an} | \psi_{sscs} \rangle = N_0 N_{an} \frac{\sinh^{n/2} 2r_a}{2^n} (A_2 + B_2), \quad (27)$$

式中

$$A_2 = \langle 0 | H_n\left(-\sqrt{\frac{\coth r_a}{2}} a\right) S(r - r_a) | \alpha \rangle,$$

$$B_2 = \langle 0 | H_n\left(-\sqrt{\frac{\coth r_a}{2}} a\right) S(r - r_a) | -\alpha \rangle. \quad (28)$$

通过计算可以得到

$$A_2 = \sqrt{\frac{1}{\cosh(r - r_a)}} \exp\left(-\frac{\alpha^2}{2\exp(r - r_a)\cosh(r - r_a)}\right) \times \sum_{l=0}^{[n/2]} \frac{n!(-1)^l}{l!(n-2l)!} \left(-\sqrt{\coth r_a} \tanh(r - r_a)\right)^{n-2l} \times H_{n-2l}\left(\frac{\alpha}{\sqrt{\sinh 2(r - r_a)}}\right), \quad (29)$$

$$B_2 = \sqrt{\frac{1}{\cosh(r - r_a)}} \exp\left(-\frac{\alpha^2}{2\exp(r - r_a)\cosh(r - r_a)}\right) \times \sum_{k=0}^{[n/2]} \frac{n!(-1)^k}{k!(n-2k)!} \left(-\sqrt{\coth r_a} \tanh(r - r_a)\right)^{n-2k} \times H_{n-2k}\left(-\frac{\alpha}{\sqrt{\sinh 2(r - r_a)}}\right). \quad (30)$$

最终可以得到任意光子增加压缩真空态与压缩猫态的保真度为

$$F_2 = \left| N_0 N_{an} \frac{\sinh^{n/2} 2r_a}{2^n} (A_2 + B_2) \right|^2. \quad (31)$$

由于我们是以偶压缩猫态为例进行的计算,所以当  $n$  为奇数时,  $F = 0$ , 这意味着总是为完全失真. 为直观反映保真情况,可以利用数值分析方法

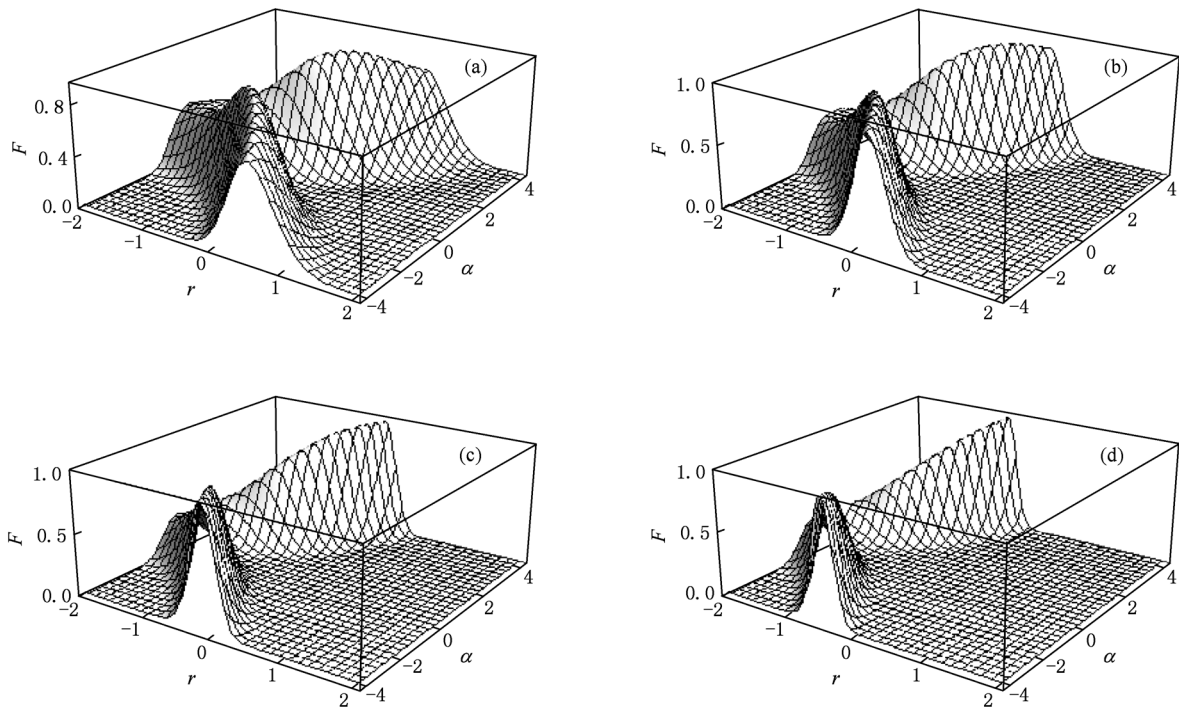


图3 当  $n = 2, 4, 8, 16$  时,光子增加压缩真空态与压缩猫态之间的保真度  $F$  随  $r$  和  $\alpha$  的变化 (a)  $n = 2$ , (b)  $n = 4$ , (c)  $n = 8$ , (d)  $n = 16$

进行分析. 下面以压缩参数  $r_a = -0.7$  的压缩真空态来进行研究.

从图3不难看出,保真度图形仍然是关于  $\alpha = 0$  对称的,且不管  $n$  取何值,当压缩猫态的压缩参数  $r$  在  $-0.2$  附近时,保真度取得最大值. 此外还可以发现,当  $n = 2, 4, 8, 16$  时,最优保真度那一点的  $r$  取值分别为  $-0.174, -0.196, -0.204, -0.208$ .

图4是关于  $F$  随  $\alpha$  的变化关系. 从图4可以看出,当  $n = 2, 4, 8, 16$  时,都能产生较高保真度的态 ( $F > 0.95$ ), 而且  $n$  越大,其达到最佳保真度时的振幅也越大. 通过进一步计算得到,  $n = 2, 4, 8, 16$  的情况下最佳保真度的取值分别为  $0.956102,$

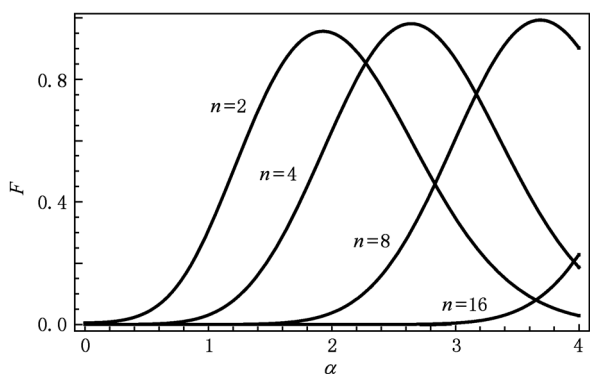


图4 光子增加压缩真空态与压缩猫态之间的保真度  $F$  随  $\alpha$  的变化

$0.981155, 0.992800, 0.996766$ , 即随着  $n$  的增加,产生的最佳保真度也越来越大. 与光子扣除的情况相比,光子增加压缩真空态能得到保真度更低但振幅更大的压缩猫态. 通过详细计算得到,当  $n = 2, 4, 8, 16$  的情况下获得最佳保真度的  $\alpha$  取值分别为  $1.928, 2.641, 3.687, 5.180$ . 这表明尽管目前实验上实现光子增加比光子扣除要困难,但光子增加也可以成为获得大振幅猫态的一个有力手段.

#### 4. 结 论

本文解析推导了任意光子增加(扣除)压缩真空态与压缩猫态的保真度. 任意光子扣除(增加)压缩真空态都可以产生一个高保真度的压缩猫态,且随着扣除(增加)光子数的增加保真度趋于1. 对于光子扣除压缩真空态情况,在  $6.1$  dB 的压缩下可以产生一个压缩参数在  $-0.45$  左右的压缩猫态,两者的保真度高且随着扣除光子数的增加而提高;对于光子增加情况,可以得到保真度相对较低 ( $F \geq 0.95$ ) 但振幅更大 ( $\alpha \geq 1.93$ ) 的压缩猫态,且不管增加光子数为多少,其产生的压缩猫态的压缩参数均在  $-0.2$  左右. 就大振幅而言,尽管目前实验上实现光子增加比光子扣除要困难,但光子增加也可以成为获得大振幅猫态的一个有力手段.

- [1] Dirac P A M 1958 *The Principles of Quantum Mechanics* (Oxford: Oxford University Press)
- [2] Schrodinger E 1935 *Naturwiss* **23** 807
- [3] Yang B J 2007 *Foundation of Quantum Communication* (Beijing: Beijing University of Post and Telecommunications Press) (in Chinese) [杨伯君 2007 量子通信基础 (北京: 北京邮电大学出版社)]
- [4] Yurke B, Stoler D 1986 *Phys. Rev. Lett.* **57** 13
- [5] Gerry C C 1999 *Phys. Rev. A* **59** 4095
- [6] Dakna M, Anhut T, Opatrny T, Knoll L, Welsch D C 1997 *Phys. Rev. A* **55** 3184
- [7] Dakna M, Clausen J, Knoll L, Welsch D C 1999 *Phys. Rev. A* **59** 1658
- [8] Jeong H 2005 *Phys. Rev. A* **72** 034305
- [9] Lund A P, Jeong H, Ralph T C, Kim M S 2004 *Phys. Rev. A* **70** R020101
- [10] Jeong H, Lund A P, Ralph T C 2005 *Phys. Rev. A* **72** 013801
- [11] Wenger J, Tualle-Brouri R, Grangier P 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 153601
- [12] Wakui K, Takahashi H, Furusawa A, Sasaki M 2007 *Opt. Express* **15** 3568
- [13] Kim M S, Park E, Knight P L, Jeong H 2005 *Phys. Rev. A* **71** 043805
- [14] Suzuki S, Tsujino K, Kannari F, Sasaki M 2006 *Opt. Commun.* **259** 758
- [15] Marek P, Kim M S 2008 *Phys. Rev. A* **78** 022309
- [16] Marek P, Jeong H, Kim M S 2008 *Phys. Rev. A* **78** 063811
- [17] Hu L Y, Fan H Y 2008 *J. Opt. Soc. Am. B* **25** 1955
- [18] Hu L Y, Fan H Y 2010 *J. Mod. Opt.* **57** 1344
- [19] Hu L Y, Fan H Y 2009 *Chin. Phys. B* **18** 902
- [20] Xu X X, Yuan H C, Hu L Y 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 4661 (in Chinese) [徐学翔、袁洪春、胡利云 2010 物理学报 **59** 4661]
- [21] Zhang Z X, Fan H Y 1992 *Phys. Lett. A* **165** 14
- [22] Fan H Y, Jiang N Q 2010 *Chin. Phys. Lett.* **27** 044206
- [23] Xia Y J, Wang G H, Du S J 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 4331 (in Chinese) [夏云杰、王光辉、杜少将 2007 物理学报 **56** 4331]
- [24] Zhang D Y, Guo P, Gao F 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 1906 (in Chinese) [张登玉、郭萍、高峰 2007 物理学报 **56** 1906]

[25] Fan H Y, Linde V J 1989 *J. Phys. A* **24** 2529

Press) (in Chinese) [范洪义 1977 量子力学表象与变换论

[26] Fan H Y 1997 *Representation and Transformation Theory in Quantum Mechanics* (Shanghai: Shanghai Science and Technology

(上海: 上海科学技术出版社)]

## Fidelity of the photon subtracted (or added) squeezed vacuum state and squeezed cat state\*

Lü Jing-Fen Ma Shan-Jun<sup>†</sup>

(College of Physics and Communication Electronics, Jiangxi Normal University, Nanchang 330022, China)

(Received 30 September 2010; revised manuscript received 25 February 2011)

### Abstract

In this paper, the fidelity of photon subtracted (or added) squeezed vacuum state with arbitrary number of photons and squeezed cat state is derived analytically. The result shows that whether the photon is added or subtracted, the maximum fidelity increases with the increase of the change of photon number, and the amplitude of the superposition state corresponding to the maximum fidelity also increases. In addition, for the same number of subtracted or added photons, the amplitude of the superposition state corresponding to the maximum fidelity in the case of added photon is larger than in the case of subtracted photon, but the maximum fidelity in the case is smaller. Although it is more difficult to make photon added than photon subtracted the photon added can be used as an important method to obtain cat state of large amplitude.

**Keywords:** squeezed vacuum state of photon subtracted, squeezed vacuum state of photon added, squeezed cat state, fidelity

**PACS:** 03.67.-a

---

\* Project supported by the Key Program of Science and Technology Research of Ministry of Education, China (Grant No. 210115), the Natural Science Foundation of Jiangxi Province, China (Grant No. 2009GZW0006) and the Scientific Research Foundation of the Education Bureau of Jiangxi Province, China (Grant No. GJJ10097).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: shanjunma@126.com