

基于元胞自动机考虑传播延迟的 复杂网络病毒传播研究*

王亚奇 蒋国平[†]

(南京邮电大学自动化学院, 南京 210003)

(2010年10月17日收到; 2010年12月15日收到修改稿)

基于元胞自动机, 研究传播延迟对复杂网络病毒传播动力学行为的影响, 提出一种新的易染状态-感染状态-易染状态(SIS)传播模型. 研究表明, 传播延迟的存在显著降低了网络的传播临界值, 增强了网络中病毒爆发的危险性. 研究还发现, 随着传播延迟的增大, 病毒的感染程度以及传播速率都明显增大. 此外, SIS传播模型不仅能够反映病毒的平均传播趋势, 而且可以描述病毒随时间的动态演化过程以及病毒的爆发和消亡等概率事件, 从而有效地克服了利用平均场方法构建的微分方程模型只能反映病毒平均传播趋势的局限性. 同时, 还给出有效控制网络中病毒传播的策略.

关键词: 复杂网络, 病毒传播, 元胞自动机, 传播延迟

PACS: 05.90.+m, 05.65.+b, 05.70.Np

1. 引言

随着复杂网络理论研究的不断深入, 复杂网络上的传播动力学行为已经成为一个研究热点^[1,2]. 为了有效控制网络病毒的传播, 研究其传播机理, 人们已经提出了多种不同的病毒传播模型, 其中易染状态-感染状态-易染状态(susceptible-infected-susceptible, 简记为SIS)^[3]和易染状态-感染状态-被移除状态(susceptible-infected-removed, 简记为SIR)^[4]两种经典传播模型的应用最为广泛. 在SIS传播模型中, 网络中的每个节点都处于如下两种状态之一: 易染状态(健康状态)和感染状态. 在单位时间步内, 如果一个健康节点和一个感染节点接触, 该健康节点将以概率 β 由易染状态转变为感染状态; 同时, 感染节点将以概率 δ 重新恢复为易染状态. 定义有效传播率 $\lambda = \beta/\delta$ ^[5], 不失一般性, 可令 $\delta = 1$, 因为这只影响病毒传播时间尺度的定义. 在SIR传播模型中, 由于被治愈后的感染节点具有终身免疫能力, 因此, 网络中的每个节点都处于如下

三种可能的状态: 易染状态、感染状态和被移除状态. 借助于SIS和SIR等传播模型, 人们深入研究了病毒在复杂网络上的传播特性, 并得出如下重要结论: 均匀网络存在正的传播临界值 $\lambda_c = 1/\langle k \rangle$ ($\langle k \rangle$ 为网络平均度)^[6,7], 当 $\lambda > \lambda_c$ 时, 病毒就能够在网络中爆发; 而在无标度网络中^[8,9], 无论 λ 多么小, 病毒始终都能够在规模足够大的网络中传播, 即 $\lambda_c = \langle k \rangle / \langle k^2 \rangle \approx 0$.

最近, 传播延迟对复杂网络病毒传播动力学行为影响的研究开始受到国内外的关注. 所谓传播延迟, 是指感染节点 i 总要经历一段或长或短的时间 t_d 才能被治愈, 而在时间 t_d 内, 节点 i 始终具有感染能力^[10]. Xia等^[11]研究了传播延迟对局域世界中病毒传播行为的影响, 发现传播延迟对局域世界病毒传播起到了重要作用. Xu等^[10]采用SIS传播模型讨论了存在传播延迟的情况下, 病毒传播动力学行为的变化, 得出了由Watts和Strogatz提出的WS小世界网络的传播临界值与传播延迟呈幂律关系等结论. 文献[12]结合传染媒介, 研究了传播延迟对

* 国家自然科学基金(批准号:60874091)、江苏省高等学校自然科学基金基础研究计划(批准号:08KJD510022)、江苏省“六大人才高峰”计划(批准号: SJ209006)、南京邮电大学引进人才计划(批准号: NY209021)和江苏省高等学校研究生科研创新计划(CX10B-193Z)资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail: jianggp@njupt.edu.cn

网络病毒传播过程的影响,指出了两者的同时存在能够显著加速病毒的传播. Tchuente 等^[13]基于 SIR 传播模型,分析了传播延迟对病毒传播特性的作用,发现传播延迟的引入降低了网络的传播临界值. Zaman 等^[14]借助于 SIR 模型研究了传播延迟对病毒传播行为的影响,提出了一种有效控制病毒传播的最优策略. Briat 等^[15]则建立了一种新的 SIR 模型,研究了传播延迟对病毒传播特性的影响,并在此基础上给出了一种有效的免疫策略.

上述研究主要采用由平均场方法构建的微分方程模型来对相关问题进行研究,而微分方程模型只能反映病毒的平均传播趋势,却无法描述病毒爆发和消亡等概率事件. 近年来,元胞自动机作为研究复杂系统的一个有效模型工具,不仅能够对病毒的传播趋势做整体预测,而且还能够反映传播过程中的概率事件,因此越来越受到人们的重视^[16]. Sirakoulis 等^[17]利用元胞自动机考虑了人口迁移和免疫对病毒传播过程的影响,认为人口迁移加速了病毒传播,而对人群实施免疫则能够降低病毒的感染程度. White 等^[18]采用元胞自动机模拟了病毒的传播趋势,并用实际数据进行了验证. Jin 等^[19]基于元胞自动机提出了一种新的传播模型,研究发现病毒的流行程度随着元胞邻居的增大而增大. 文献^[20]借助于元胞自动机研究了多种网络拓扑下恶意软件传播的概率行为,指出了网络的度分布异质化程度和局域空间交互特征是影响病毒传播的关键要素. Gagliardi 等^[21]则利用元胞自动机讨论了小世界效应对病毒传播行为的作用,发现随着网络小世界效应的增强,病毒的传播速率会明显加快.

本文基于元胞自动机提出一种新的 SIS 病毒传播模型,分别讨论该模型在均匀网络和无标度网络中的传播动力学行为,以此进一步研究传播延迟对病毒传播特性的影响. 研究表明,传播延迟的存在显著降低了网络传播临界值,增强了病毒的感染程度. 研究还发现,病毒的爆发率及传播速率随着传播延迟的增大而大幅增加. 本文提出的 SIS 模型不仅能够反映病毒的平均传播趋势,而且还可以描述病毒随时间的动态演化过程以及病毒爆发和渗透等概率事件,从而能够有效克服利用平均场方法构建的微分方程模型只能反映病毒平均传播趋势的局限性. 基于病毒的上述传播机理,给出有效控制网络中病毒传播的策略. 希望本文的研究工作有助于对病毒在人群中的流行以及病毒在信息网络中传播的防控.

2. 考虑传播延迟的差分方程 SIS 传播模型

约定网络规模为 N 且保持不变, t 时刻网络中易染节点和感染节点密度分别为 x_t 和 y_t , 则有^[22] $x_t + y_t = 1$. 为了分析问题方便,这里忽略不同节点之间的度相关性以及节点内部具体的传染机制,假设每个节点的传播延迟均为 t_d . 考虑传播延迟 t_d 的影响并结合文献^[10],给出描述 SIS 模型在均匀网络中传播行为的差分方程组

$$\begin{aligned} \frac{x_t - x_{t-1}}{\varepsilon} &= y_{t-t_d-1} - \lambda \langle k \rangle x_t y_t, \\ \frac{y_{t-1} - y_{t-2}}{\varepsilon} &= -y_{t-1} + \lambda \langle k \rangle x_t y_t, \\ \frac{y_{t-2} - y_{t-3}}{\varepsilon} &= -y_{t-2} + y_{t-1}, \\ &\dots \\ \frac{y_{t-t_d-1} - y_{t-t_d-2}}{\varepsilon} &= -y_{t-t_d-1} + y_{t-t_d}, \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $\varepsilon \rightarrow 0, 0 < \lambda < 1, y_{t-\tau} (\tau = 1, \dots, t_d - 1, t_d, t_d + 1)$ 为在 $t - \tau$ 时刻被感染节点密度,并且满足

$$y_t = \sum_{\tau=1}^{t_d+1} y_{t-\tau}. \quad (2)$$

(1)式第一个方程等号右边第一项是经过传播延迟 t_d 后以单位速率恢复为易染状态时被感染节点的密度,第二项是在 t 时刻单个感染节点产生新感染节点的平均密度,它与有效传播率 λ 、节点度(这里用平均度 $\langle k \rangle$ 代替)以及和健康节点接触的概率 x_t 成正比. (1)式中第二个到第 $t_d + 2$ 个方程表示的是在 $t - \tau$ 时刻感染节点密度 $y_{t-\tau}$ 之间的转换关系.

当讨论 SIS 模型在无标度网络上的传播特性时,必须抛开网络的均匀性假设,考虑 t 时刻度为 k 的被感染节点的相对密度 $y_{k,t}$, 易染节点的相对密度则为 $x_{k,t}$. SIS 模型在无标度网络中的动力学行为可用如下微分方程组描述^[10]:

$$\begin{aligned} \frac{x_{k,t} - x_{k,t-1}}{\varepsilon} &= y_{k,t-t_d-1} - \lambda k x_{k,t} P_c(y_{k,t}), \\ \frac{y_{k,t-1} - y_{k,t-2}}{\varepsilon} &= -y_{k,t-1} + \lambda k x_{k,t} P_c(y_{k,t}), \\ \frac{y_{k,t-2} - y_{k,t-3}}{\varepsilon} &= -y_{k,t-2} + y_{k,t-1}, \\ &\dots \\ \frac{y_{k,t-t_d-1} - y_{k,t-t_d-2}}{\varepsilon} &= -y_{k,t-t_d-1} + y_{k,t-t_d}. \end{aligned} \quad (3)$$

这里 $p_c(y_{k,t})$ 表示任意一条给定的边与一个感染节点相连接的概率. 在计算 $p_c(y_{k,t})$ 时必须考虑无标度网络的非均匀性. 对于无关联的无标度网络, 任意一条给定的边指向度为 k 的节点的概率与 $kP(k)$ ($P(k)$ 为网络节点度分布函数) 成正比^[23,24], 即随机选择的一条边更有可能连接到度数较高的感染节点. 因此, 可以得到 $p_c(y_{k,t})$ 的表达式为

$$p_c(y_{k,t}) = \sum_k \frac{kP(k)y_{k,t}}{\sum_{k'} k'P(k')} \quad (4)$$

(3) 式中 $y_{k,t-\tau}$ 表示在 $t - \tau$ 时刻网络中度为 k 的被感染节点密度, 并且满足

$$y_{k,t} = \sum_{\tau=1}^{t_d+1} y_{k,t-\tau} \quad (5)$$

t 时刻网络中所有被感染节点的平均密度可表示为

$$y_t = \sum_k y_{k,t} \quad (6)$$

3. 考虑传播延迟的元胞自动机 SIS 传播模型

根据经典元胞自动机的定义, 元胞自动机可视为由一个元胞空间以及定义在该空间上的转换函数组成. 如果用形式语言的方式来描述, 一个元胞自动机系统可以表示为一个包括规则划分的网格空间 C 、离散的有限状态集合 Q 、元胞的邻居集合 V 和局部转换函数 f 的四元组^[25], 其中的 f 也被称为状态转换函数或局部演化规则, 它是元胞自动机的核心. 下面考虑传播延迟对病毒传播动力学行为的影响, 基于元胞自动机提出一种新的 SIS 传播模型.

3.1. 元胞结构

复杂网络通常可以表示为 $G = (N; E)$ 的形式^[26], 其中 N 为网络中所有节点的集合, E 为网络中所有节点之间边的集合. E 中的每条边都有 N 中的一对节点与之对应, 并且这种对应关系包含于网络的邻接矩阵 A 中.

把网络中的每个节点都视为一个元胞, 则 N 个节点的网络就可视为包含 N 个元胞的元胞自动机, 而这 N 个元胞就构成了一维元胞空间 C . 在本文提出的 SIS 模型中, 元胞 c 所处的状态分为易染状态和感染状态, 并分别用 0 和 1 进行表示, 因此可得状态集 $Q = \{0, 1\}$. 若令 $Z_c(t) (Z_c(t) \in Q)$ 来表示元胞 c 在 t 时刻的状态变量^[27], 则在易染状态时有

$$Z_{c,t} = 0; \quad (7a)$$

在感染状态时有

$$Z_{c,t} = 1. \quad (7b)$$

在本文提出的 SIS 传播模型中, 每一个元胞都代表网络中的一个节点, 而一个节点的邻居就是与该节点之间有边相连的节点. 映射到元胞空间, 一个元胞的邻居就是在网络层面上与它相连的其他元胞. 由于网络邻接矩阵 A 能够反映网络的拓扑信息, 这里采用 A 表示元胞空间中各个元胞邻居之间的关系, 因此元胞 c 的邻居 V_c 就可以表示为 A 中第 c 行所有取值为 1 的元素集合, 即 $V_c = \{j | a_{cj} \in A, a_{cj} = 1\} (c, j = 1, 2, \dots, N)$. 这里的 $a_{cj} = 1$ 表示元胞 c 和 j 之间存在连接的边, 并且 $a_{cc} = a_{jj} = 0$.

3.2. 演化规则

在本文提出的 SIS 传播模型中, 元胞空间中的任意一个健康元胞仅可能被其邻居节点感染. 与经典 SIS 模型相似, 在 t 时刻处于感染状态的元胞 c 将以概率 λ 感染健康的邻居元胞; 与经典 SIS 模型不同之处在于, 经过传播延迟 t_d 后该感染元胞 c 将在 $t + 1 + t_d$ 时刻恢复健康. 由此可知, 元胞 c 在时刻 t 的状态 $Z_{c,t}$ 不仅取决于 $t - 1 - t_d$ 时刻该元胞自身的状态 $Z_{c,t-1-t_d}$, 而且还与 $t - 1$ 时刻其邻居的状态 $Z_{V_c,t-1}$ 有关. 基于此, 并结合以上所述给出本文的 SIS 模型中元胞状态 $Z_{c,t}$ 的演化规则如下:

$$\begin{aligned} Z_{c,t-j} &= Z_{c,t-j-1} + \overline{Z_{c,t-j-1}} f(r_\lambda) \quad (1 \leq j \leq t_d), \\ Z_{c,t} &= \overline{Z_{c,t-j}} (Z_{c,t-1} + \overline{Z_{c,t-1}} f(r_\lambda)) \quad (j = t_d + 1). \end{aligned} \quad (8)$$

这里的一表示取反操作, r_λ 为 0—1 之间满足均匀分布的随机数, $f(\cdot)$ 的定义式为

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (x \geq 1 - (1 - \lambda)^{m_{c,t}}), \\ 1 & (x < 1 - (1 - \lambda)^{m_{c,t}}). \end{cases} \quad (9)$$

(9) 式表示的是在 t 时刻处于易染状态的元胞 c , 由于和其他感染元胞接触, 经过一个离散时间步后状态转变的结果. 当 $r_\lambda < 1 - (1 - \lambda)^{m_{c,t}}$ 时, 元胞 c 被感染; 当 $r_\lambda \geq 1 - (1 - \lambda)^{m_{c,t}}$ 时, 元胞 c 维持原有的健康状态, 其中 $m_{c,t}$ 的含义是 t 时刻元胞 c 的邻居中处于感染状态的数量, 其表达式为

$$m_{c,t} = \sum_{j=1}^N a_{cj} Z_{j,t} \quad (10)$$

(8) 式中的第一式表示在传播延迟 t_d 内, 若元胞 c 已经被感染, 保持原有感染状态, 反之若元胞 c 为易染状态, 将以概率 $1 - (1 - \lambda)^{m_{c,t}}$ 转变为感染状态. (8)

式中的第二式表示,若元胞 c 在 $t - 1 - t_d$ 时刻处于感染状态,经过 t_d 后将会被治愈,反之若元胞 c 在 $t - 1 - t_d$ 时刻处于易染状态,则在 t 时刻或以概率 $1 - (1 - \lambda)^{m_{c,t}}$ 被感染,或保持其感染状态.

在本文提出的 SIS 传播模型中,约定 y_∞ 为稳态时网络病毒的感染程度^[28],其统计结果为

$$y_\infty = \frac{1}{N} \sum_{c=1}^N Z_{c,\infty}. \quad (11)$$

假设系统实现次数为 M , $y_{\infty,j}$ 为第 j 次实现病毒的稳态感染程度,若 $y_{\infty,j} > 0$, 则认为病毒在第 j 次实现时爆发. 令 M 次系统实现中病毒爆发的次数为 M_1 , 则病毒的爆发率 R 定义如下:

$$R = \frac{M_1}{M}. \quad (12)$$

t 时刻网络中被感染节点密度 y_t 的表达式为

$$y_t = \frac{1}{N} \sum_{c=1}^N Z_{c,t}. \quad (13)$$

4. 仿真结果及讨论

首先分别以 Watts 和 Strogatz 提出的 WS 网络和 Barabási 和 Albert 提出的 BA 网络为例,通过数值仿真验证本文提出的 SIS 传播模型,随后根据世界卫生组织公布的禽流感病毒传播数据对数值仿真结果做进一步说明. 仿真分析过程分别考虑传播延迟 t_d 为常数和传播延迟 t_d 与节点度 k 相关两种情况. 仿真过程中选取的网络参数如下:两种网络的节点数均为 1000,病毒在网络中传播的初始时刻,随机选取 1% 的节点作为感染节点;在 WS 网络中随机化重连概率 p_{rc} 的取值为 $p_{rc} = 0.1$, 节点平均度

$\langle k \rangle = 6$, 网络的生成方法参见文献 [6];在 BA 网络中 m 和 m_0 的取值分别为 $m_0 = m = 3$, 其中 m_0 为网络的初始节点数, m 为与网络中任意一个节点相连的最少节点数,网络的生成方法参见文献 [8]. 所有仿真结果都是对 50 次系统实现所得数据的统计平均.

4.1. 传播延迟 t_d 为常数

忽略网络中不同节点度 k 对传播延迟 t_d 的影响以及节点内部具体的传染机制^[29],讨论每个节点的传播延迟 t_d 均为常数的情况. 在仿真过程中,采用本文提出的 SIS 传播模型的演化规则,经过一段时间演化后整个系统将稳定在一个动态平衡状态.

图 1 给出了 WS 网络和 BA 网络中稳态时病毒的感染程度 y_∞ 与有效传播率 λ 之间的关系. 图 1 表明,随着传播延迟 t_d 的增大,网络中被感染的节点数明显增加,从而增大了病毒的感染程度,降低了网络的传播临界值,这是因为当 t_d 增大时网络中感染节点能够把病毒传播给更多的健康节点. 在实际网络中(例如社会网络),感染个体具有的传播延迟越大,该个体感染周围健康个体的概率越大,网络病毒爆发的可能性也随之增加. 由此可知,为了有效控制网络病毒的传播,应当及时治愈被感染节点以减小传播延迟的影响. 当 $t_d = 0, 1, 2, 3$ 时,图 1 (a) 所示的传播临界值分别为 0.18, 0.09, 0.06 和 0.04, 这与利用文献 [10] 中给出的公式 $\lambda_c = ((T + 1)\langle k \rangle)^{-1}$ 计算所得结果 0.166, 0.083, 0.055 和 0.041 基本一致,从而验证了本文提出的 SIS 传播模型的合理性. 由图 1 可知,本文提出的 SIS 传播模型能够反映病毒的平均传播趋势.

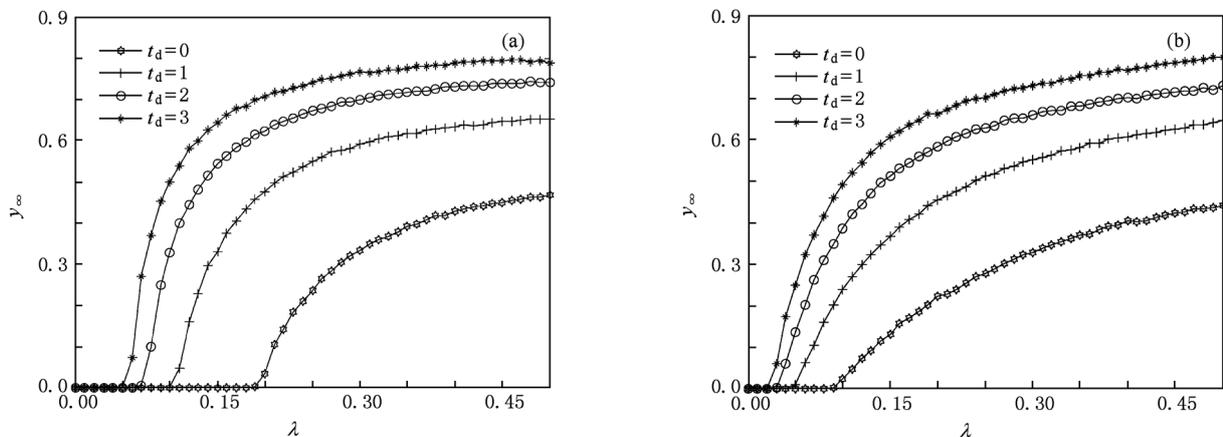


图 1 当 $t_d = 0, 1, 2, 3$ 时 y_∞ 与 λ 的关系 (a) WS 网络, (b) BA 网络

图2所示为WS网络和BA网络中病毒爆发率 R 随有效传播率 λ 的变化情况. 从图2可以看出, 当 $\lambda \leq \lambda_c$ 时, 病毒以概率1消亡; 而当 $\lambda > \lambda_c$ 时, 病毒可能爆发也可能消亡, 这显然与经典传播理论得到当 $\lambda > \lambda_c$ 时病毒就会在网络中爆发的结论不同. 在 λ 取值确定的情况下, 与不考虑传播延迟的影响相比, 传播延迟的存在显著增加了病毒的爆发率, 并

且这种趋势随着 t_d 的增大而增强. 对比图2(a)和(b)可知, 当 $\lambda > \lambda_c$ 时, 随着 t_d 的增大, BA网络中病毒爆发率的变化较为明显, 因此, 与WS网络相比, 传播延迟对BA网络产生的影响较大. 图2还表明, 本文提出的SIS模型能够描述传播过程中病毒爆发和消亡等概率事件, 从而克服了平均场理论只能反映病毒平均传播趋势的局限性.

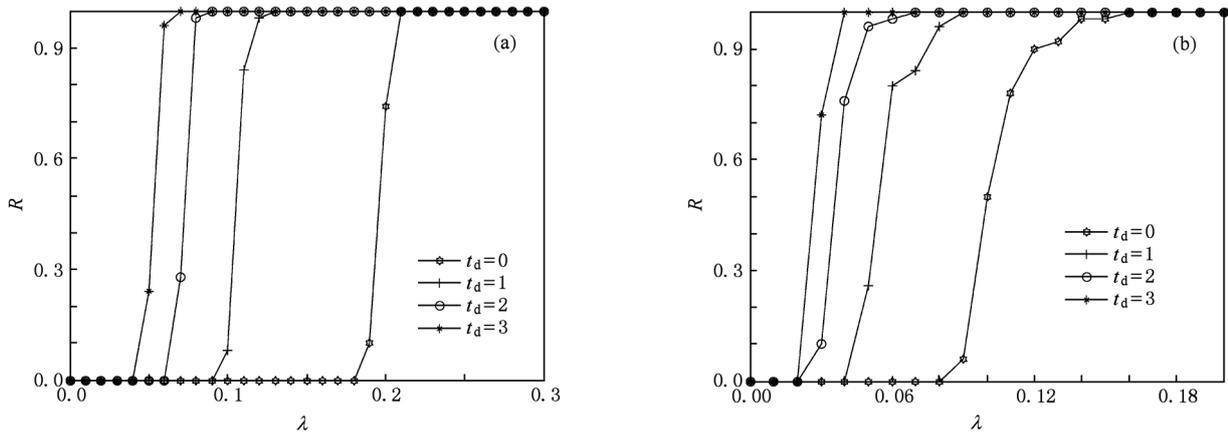


图2 当 $t_d = 0, 1, 2, 3$ 时 R 随 λ 的变化 (a) WS网络, (b) BA网络

图3描述了WS网络和BA网络中病毒感染密度 y_t 随 t 的演化关系, 其中 $\lambda = 0.2$. 图3表明, 当 $\lambda > \lambda_c$ 时, 考虑仿真所得数据的统计平均, 随着演化时间 t 的增加病毒不断在网络中传播扩散并最终达到稳定状态. 与不考虑传播延迟的作用相比, 传播延迟的存

在显著提高了病毒的传播速率, 从而增加了病毒爆发的危险性, 当 t_d 不断增大时, 这种趋势变得更加明显. 从图3可知, 本文提出的SIS传播模型能够刻画具体时刻病毒在网络中的演化过程, 这是由平均场方法构建的微分方程模型所不能实现的.

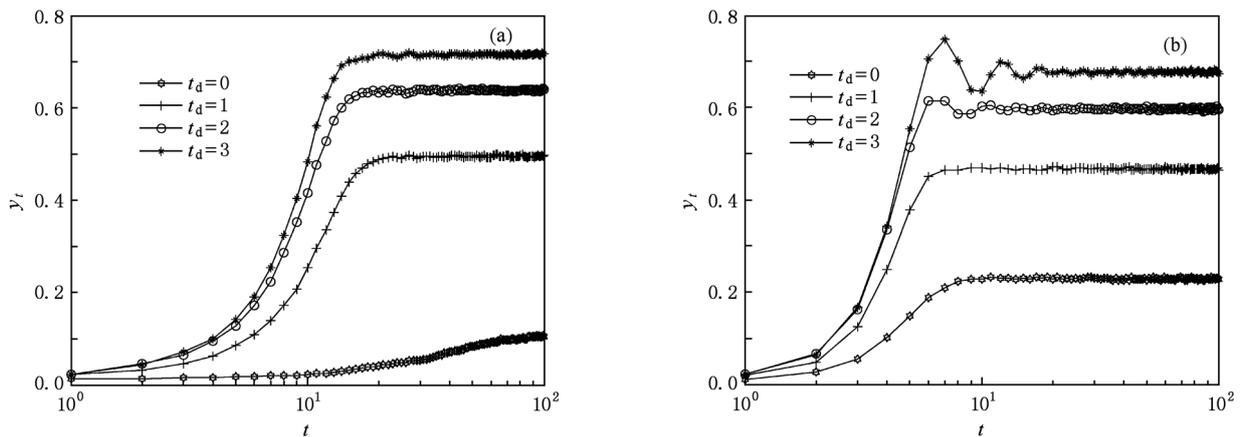


图3 当 $t_d = 0, 1, 2, 3$ 时 y_t 随 t 的演化 (a) WS网络, (b) BA网络

4.2. 传播延迟 t_d 与度相关

以上主要讨论了传播延迟 t_d 为常数, 即与节点度 k 无关的情况. 然而, 在许多实际网络中, k 大的

节点(如因特网上的路由器、服务器等节点)往往更加受到人们的重视^[30,31]. 因此, 这些节点一旦被感染, 便会在最短的时间内被恢复. 由此可知, 网络中节点度大的节点所具有的传播延迟一般也比较短^[29], 因

此可假设 t_d 与 k 呈反比关系. 基于此, 下面在讨论 t_d 与 k 相关的情况时同样忽略节点内部具体的传机制, 并约定节点的传播延迟 $t_d = \alpha k^{-\frac{1}{\alpha}}$, 其中 $\alpha > 0$. 与上述演化规则相同, 系统经过一段时间演化后最终将会稳定在一个动态平衡的状态.

图 4 所示为 WS 网络和 BA 网络中稳态时病毒的

感染程度 y_∞ 随有效传播率 λ 的变化. 从图 4 可以看出, 病毒的感染程度随着 α 的增大而增大, 然而网络传播临界值却随着 α 的增大而不断降低, 这是因为节点的传播延迟 t_d 与 α 呈正比关系, 因此当 α 较大时, t_d 也较大. 从图 4 还可以看出, 当 α 不断增大时, 与 BA 网络相比, 传播延迟对 WS 网络的影响却逐渐减小.

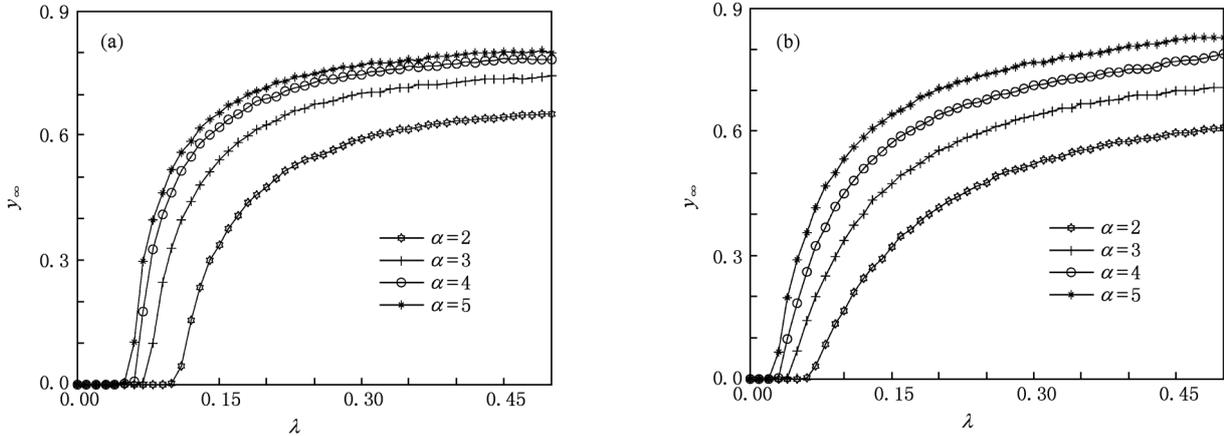


图 4 当 $\alpha = 2, 3, 4, 5$ 时 y_∞ 随 λ 的变化 (a) WS 网络, (b) BA 网络

图 5 给出了 WS 网络和 BA 网络中病毒爆发率 R 与有效传播率 λ 的关系. 从图 5 可知, 当 λ 的值给定时, 随着 α 的增大, 病毒爆发的概率也会明显增大. 由此可知, 传播延迟的存在显著增大了网络病

毒爆发的危险性. 图 5 还表明, 即使当 $\lambda > \lambda_c$ 时, 病毒的爆发率仍然可能小于 100%, 这显然与利用平均场理论得到的结论(当 $\lambda > \lambda_c$ 时病毒将会在网络中爆发并最终达到某一稳定状态)不同.

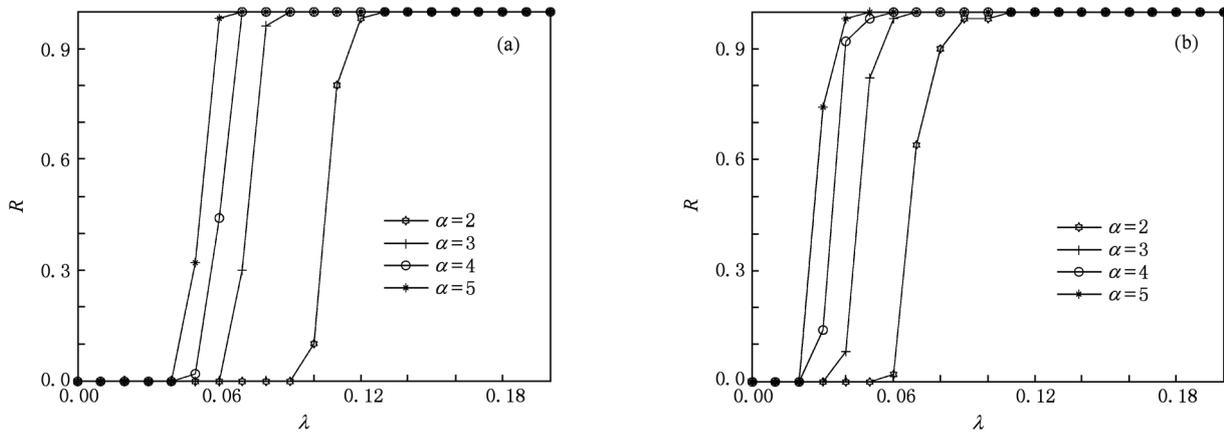


图 5 当 $\alpha = 2, 3, 4, 5$ 时 R 与 λ 的关系 (a) WS 网络, (b) BA 网络

图 6 描述了 WS 网络和 BA 网络中病毒感染密度 y_t 随 t 的演化, 其中 $\lambda = 0.2$. 从图 6 可以看出, 当 $\lambda > \lambda_c$ 时, 病毒可能会在网络中传播并最终达到稳定状态. 从图 6 还可以看出, 随着 α 的增大, 网络中被感染节点的密度明显增加, 这表明在考虑传播延迟影响的情况下病毒在网络中的传播明显加快, 从

而增大了病毒爆发的危险性.

下面根据世界卫生组织公布的各地人类感染禽流感病毒数据对上述数值仿真结果进行验证, 数据摘自世界卫生防护中心网络. 根据定义, 感染个体发病的持续时间即为传播延迟 t_d , 这里选取 t_d 分别为 1, 3 和 5 d, 因此, 感染个体所具有的传播延迟

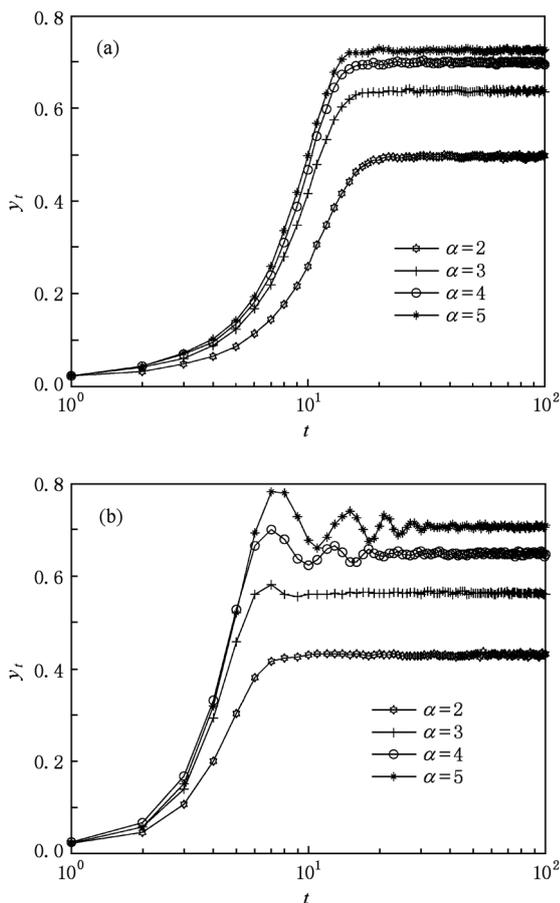


图6 当 $\alpha = 2, 3, 4, 5$ 时 y_i 随 t 的演化 (a) WS 网络, (b) BA 网络

越大表示发病持续时间越长. 图7表明, 当感染个体发病持续时间增大时, 病毒在人群中的扩散明显加快, 由此导致被感染人数的增加. 对比图1、图4和图7可知, 随着传播延迟的增大, 病毒的感染程度以及传播速率都将显著增大, 从而证明了上述数值仿真结果的正确性. 由此可知, 传播延迟会对病毒在人群中的传播产生重要影响, 这就要求当病毒爆发时相关部门应当加大宣传力度, 使人们对病情的严重性有充分的了解, 以便督促患病人群更加主动及时地到医院接受治疗, 从而达到有效控制疾病传播、减少感染人数的目的.

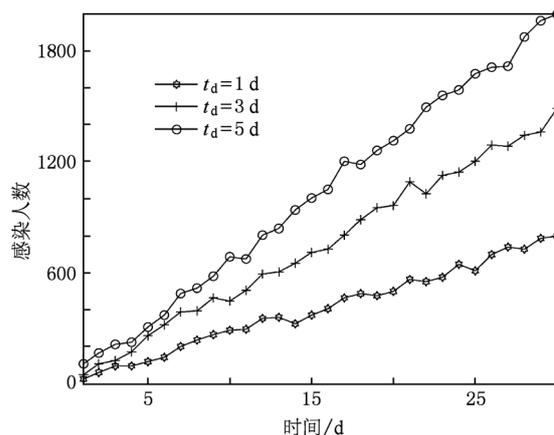


图7 禽流感病毒感染人数的变化

5. 结 论

在现实生活中, 病毒的传播动力学行为会受到传播延迟的影响. 本文基于元胞自动机提出了一种具有传播延迟的 SIS 传播模型, 并通过数值仿真分别讨论了该模型在均匀网络和无标度网络上的传播特性, 仿真分析过程中分别考虑了传播延迟为常数以及与节点度相关两种情况. 经研究发现: 传播延迟的存在显著增大了病毒的感染程度, 降低了网络的传播临界值. 此外, 随着传播延迟的增加, 病毒的传播速率以及病毒的爆发率都明显增大. 由此可知, 本文提出的 SIS 模型不仅能够反映病毒的平均传播趋势, 而且可以描述病毒随时间的动态演化过程以及病毒爆发和渗透等概率事件, 从而有效克服了平均场方法在研究网络传播动力学方面的局限性. 为了便于分析问题, 本文只考虑了网络中每个节点的传播延迟都相同以及与度相关的情况, 而实际情况却是传播延迟会受到传播环境中各种因素的影响. 因此, 考虑更为复杂情况下传播延迟对病毒传播行为的影响将是我们今后研究的重点. 另外, 针对存在传播延迟的情况设计出有效的病毒免疫策略也是一个值得关注的问题.

[1] Newman M E J 2003 *SIAM Rev.* **45** 167
 [2] Dorogovtsev S N, Goltsev A V, Mendes J F F 2008 *Rev. Mod. Phys.* **80** 1275
 [3] Shi H J, Duan Z S, Chen G R, Li R 2009 *Chin. Phys. B* **18** 3309

[4] Kermack W O, McKendrick A G 1927 *Proc. Roy. Soc.* **115** 700
 [5] Pastor-Satorras R, Vespignani A 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 3200
 [6] Watts D J, Strogatz S H 1998 *Nature* **393** 440
 [7] Bailey N T J 1993 *The Mathematical Theory of Infectious Diseases* (Berlin: Springer-Verlag)

- [8] Barabási A L, Albert R 1999 *Science* **286** 509
- [9] Albert R, Barabási A L 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 24
- [10] Xu X J, Chen G R 2009 *Int. J. Bifur. Chaos* **19** 623
- [11] Xia C Y, Liu Z X, Chen Z Q, Sun S W, Yuan Z Z 2008 *Front. Electr. Electron. Eng. China* **3** 129
- [12] Wang Y Q, Jiang G P 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 6724 (in Chinese) [王亚奇、蒋国平 2010 物理学报 **59** 6724]
- [13] Tchuente J M, Nwagwo A, Levins R 2007 *Math. Meth. Appl. Sci.* **30** 733
- [14] Zaman G, Kang Y H, Jung H 2009 *Biosystems* **98** 43
- [15] Briat C, Varriest E L 2009 *Biomed. Signal Proces.* **4** 272
- [16] Fuentes M A, Kuperman M N 1999 *Physica A* **267** 471
- [17] Sirakoulis G C, Karafyllidis I, Thanailakis A 2000 *Ecol. Model.* **133** 209
- [18] White S H, del Rey A M, Sánchez G R 2009 *Appl. Math. Sci.* **3** 959
- [19] Jin Z, Liu Q X, Mainul H 2007 *Chin. Phys.* **16** 1267
- [20] Song Y R, Jiang G P 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 5911 (in Chinese) [宋玉蓉、蒋国平 2009 物理学报 **58** 5911]
- [21] Gagliardi H, Alves D 2010 *Math. Popul. Stud.* **17** 79
- [22] Willox R, Grammaticos B, Carstea A S, Ramani A 2003 *Physica A* **328** 13
- [23] Pastor-Satorras R, Vespignani A 2001 *Phys. Rev. E* **63** 066117
- [24] Newman M E J 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 208701
- [25] El Yacoubi S, Jai A 2002 *Math. Comput. Modell.* **36** 1059
- [26] Solomonoff R, Rapoport A 1951 *Bull. Math. Biophys.* **13** 107
- [27] Liu Q X, Jin Z 2005 *Chin. Phys.* **14** 1370
- [28] Wang Y B, Xiao G X, Hu J, Cheng T H, Wang L S 2009 *Physica A* **388** 2535
- [29] Xu X J, Peng H O, Wang X M, Wang Y H 2006 *Physica A* **367** 525
- [30] Ierace N, Urrutia C, Bassett R 2005 *Ubiquity* **6** 2
- [31] Park J, Sahni S 2005 *Trans. Comput.* **54** 1081

Epidemic spreading in complex networks with spreading delay based on cellular automata^{*}

Wang Ya-Qi Jiang Guo-Ping[†]

(College of Automation, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China)

(Received 17 October 2010; revised manuscript received 15 December 2010)

Abstract

In this paper, based on the cellular automata, we propose a new susceptible-infected-susceptible (SIS) model to study epidemic spreading in the networks with spreading delay. Theoretical analysis and simulation results show that the existence of spreading delay can significantly reduce the epidemic threshold and enhance the risk of outbreak of epidemics. It is also found that both the epidemic prevalence and the propagation velocity increase obviously with the spreading delay increasing. Moreover, the SIS model proposed in this paper describes not only the average propagation tendency of epidemics, but also the dynamic evolution process over the time of epidemics and the probability events such as outbreak and extinction of epidemics, and thus can overcome the limitations of the differential equation model based on mean-field method that describes only the average transmitting tendency of epidemics. Meanwhile, some suggestions of how to effectively control the propagation of epidemics are presented.

Keywords: complex network, epidemic spreading, cellular automata, spreading delay

PACS: 05.90.+m, 05.65.+b, 05.70.Np

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60874091), the Natural Science Basic Research Program of Institution of Higher Education of Jiangsu Province, China (Grant No. 08KJD510022), the "Summit of the Six Top Talents" Program of Jiangsu Province, China (Grant No. SJ209006), the Program for Talents in Nanjing University of Posts and Telecommunications, China (Grant No. NY209021) and the Scientific Research Innovation Program for the Graduate Students in Institution of Higher Education of Jiangsu Province, China (Grant No. CX10B-193Z).

[†] Corresponding author. E-mail: jianggp@njupt.edu.cn

双路光谱展宽的钛宝石飞秒光学频率梳系统*

曹士英[†] 方占军 孟飞 王强 李天初

(中国计量科学研究院电学与量子计量科学研究所, 北京 100013)

(2010年6月7日收到; 2011年3月8日收到修改稿)

对中国计量科学研究院研制的第一代基于钛宝石飞秒激光器的光学频率梳系统进行了改进和优化. 通过对激光器重复频率、光谱展宽以及拍频信号探测等方面的改进, 有效地降低了光谱展宽的复杂性, 提高了飞秒光学频率梳系统的稳定性和激光频率测量的便捷性. 采用该光学频率梳系统对碘稳频 532 nm 和碘稳频 633 nm 激光绝对频率进行了测量, 测量结果在国际推荐值的不确定度范围之内.

关键词: 光学频率计量, 飞秒光学频率梳, 光谱展宽

PACS: 06. 30. Ft, 95. 55. Sh, 42. 65. Re

1. 引言

在传统的基于钛宝石激光器的飞秒光学频率梳系统^[1-4]中, 从钛宝石飞秒激光器输出的光谱宽度只有几十纳米, 远远不能满足探测载波包络频移 f_0 ^[5] 所需的一个倍频程光谱范围, 因此必须通过高非线性介质进行光谱展宽. 最常用的方法是采用光子晶体光纤进行光谱展宽^[6, 7]. 光子晶体光纤特有的结构使得只有若干纳焦的脉冲能量就足以获得倍频程光谱展宽, 但光子晶体光纤的芯径较小, 因此光束耦合困难限制了耦合能量和耦合效率的提高. 另外, 光纤端面易受灰尘干扰导致损伤. 这些都造成了钛宝石飞秒光学频率梳系统的长期稳定性相对较差.

在钛宝石飞秒光学频率梳中, 一般采取芯径一致的光子晶体光纤. 近年来发展起来的塌陷型光子晶体光纤, 使得光纤入射端口和出射端口芯径变大, 而光纤中间部分仍然保持较小的芯径和光子晶体光纤特有的结构. 这种工艺使光纤端面可以进行擦拭以消除附着灰尘的干扰, 更重要的是光束耦合更加容易并且展宽后的光谱更加稳定.

在只有一根光子晶体光纤进行光谱展宽的光学频率梳系统中, 锁定 f_0 时需要倍频程光谱两端的

强度足够高, 而无需关心其他波长的光谱强度. 但对于一般的光子晶体光纤, 其展宽后的光谱往往呈现多峰结构. 在光学频率梳的应用中, 光学频率测量是最基本的应用. 如采用光学频率梳对 532 和 633 nm 激光进行频率测量时, 必须使 f_0 路扩谱在保证倍频程光谱两端足够强的同时, 还需要使 532 和 633 nm 处具有足够强度, 以保证待测激光与光学频率梳的拍频信号 f_b 具有足够高的信噪比, 这使光谱展宽变得相对困难. 如果采用 f_0 锁定路和 f_b 测量路分开进行, 其中一路光谱展宽用于锁定 f_0 , 另一路光谱展宽用于测量 f_b , 那么锁定路只需将光谱展宽到倍频程, 使倍频程两端具有足够的强度, 无需关心其他波长的光谱强度, 而测量路则只需将光谱展宽使其包含待测激光的光谱成分.

Adler 等^[8] 基于上述思想利用掺铒光纤激光器实现了双路光谱展宽的光学频率梳系统. 此后, Nakajima 等^[9] 又将掺铒光纤光学频率梳发展成了多路光谱展宽以满足不同用途的需要. 由于在光纤光学频率梳系统中可以以低廉的光纤放大器来弥补脉冲能量不足的弊端, 这使得多路光谱展宽的光纤光学频率梳系统成本低廉, 同时波长范围覆盖更广、应用更灵活. 但在基于钛宝石飞秒激光器的光学频率梳系统中, 由于钛宝石放大器价格高昂, 因此不可能采取后续放大来弥补脉冲能量的局限, 必

* 国家科技支撑计划 (批准号: 2006BAK03A20)、中国计量科学研究院科研基金 (批准号: 2002-AKY0928) 和中国计量科学研究院博士专项科研启动基金 (批准号: 2002-ATGQDB0902) 资助的课题.

[†] E-mail: caoshiying@nim.ac.cn