基于相位调制-解调的光纤激光 相位噪声检测方法研究^{*}

王小林节 周 朴 马阎星 马浩统 李 霄 许晓军 赵伊君

(国防科学技术大学光电科学与工程学院,长沙 410073)(2010年8月8日收到,2011年3月28日收到修改稿)

在主动相位控制相干合成中,常用的光纤激光主动相位控制方法主要有外差法、多抖动法和随机并行梯度下降算法等.基于多抖动法和外差法的原理,提出了一种新型的基于相位调制-解调的相位检测与控制方法.该方法利用周期信号对参考光进行相位调制,将调制后的参考光与待检测信号光进行相干检测,通过对相干光强信号和相位调制信号的融合处理,实现相位噪声的检测和控制.对该方法进行了数值模拟和实验研究.实验结果表明,对于频率为2 kHz,噪声范围为[0,2π)的正弦噪声,相位检测精度优于 λ/50,控制精度可达 λ/50.

关键词:光纤激光,相干合成,相位噪声检测,调制-解调 PACS: 42.25. Hz, 42.55. Wd, 42.60. Fc

1. 引 言

随着双包层光纤的制作工艺和包层抽运技术的 发展.目前单根连续波光纤激光器输出功率已经突破 10⁴ W 量级^[1].由于受到热效应、非线性效应等因素 的限制,单根光纤的输出功率有限;并目,随着输出功 率的增加,输出激光的光束质量也随之变差^[2,3].相 干合成作为提高输出功率的有效手段,在提高输出功 率的同时,还能够保证单光束良好的光束质量,因此 受到人们的广泛关注[2-18]. 根据锁相的实现方式,相 干合成可以分为被动锁相相干合成^[5,10,13,19-22]、主 动相位控制相干合成[3,7,11,12,23-26]和混合相位控制 相干合成^[27, 28].其中,基于主振荡功率放大的主动 相位控制相干合成方案是目前已经实现的最高功率 的相干合成方案^[12].在该方案中,各路激光的噪声相 位检测与控制是能否实现稳定锁相的关键.目前,常 用的主动相位控制方法主要有外差法[7,24]、多抖动 法^[11, 23]和随机并行梯度下降(SPGD)算法^[26, 29]三 种. 在各类方法中,常规的外差法需要利用移频器将 参考光移频,由于移频信号频率较高(一般大于10 MHz),信号处理电路需要具有高频特性,对硬件性能

和系统设计要求较高:多抖动法需要从单路微弱的光 电信号中提取各路噪声信号,对信号处理电路尤其是 滤波器的要求较高:SPGD 算法尽管不需要相位检测, 控制策略简单,但是由于需要多次迭代,随着合成路 数增多,其控制带宽会显著下降[3],本文基于多抖动 法和外差法原理,提出了一种新型的基于相位调制-解 调(phase modulation and demodulation,简记为 PM-DM) 的相位检测与控制方法. 该方法的基本原理是利用周 期信号对参考光进行相位调制,将调制后的参考光与 各路待检测信号光进行相干检测,通过对相干光强信 号与相位调制信号的融合处理,实现相位噪声的检测 和控制. 本文对该方法的原理与实现进行了分析,对其 进行数值模拟,设计了相应的相位噪声检测与控制硬 件电路,并进行相关实验研究.实验结果表明,在相位 噪声频率为2 kHz 时,相位检测精度优于 λ/50,控制精 度可达 $\lambda/50$,验证了该方法的有效性.

2. PM-DM 相位检测的基本原理

在主动相位控制相干合成的相位噪声检测方 法中,外差法是利用移频后的参考光 $E_r(t) = E_r \cos(\omega_r t + \varphi_r)$ 和待检测的信号光 $E_s(t) =$

^{*}国防科学技术大学博士研究生创新基金(批号:B080702)资助的课题.

[†] E-mail: wxllin@ nudt. edu. cn

^{©2011} 中国物理学会 Chinese Physical Society

 $E_{s}\cos(\omega_{s}t + \varphi_{s})$ 进行相干检测.利用探测器检测干涉光强的变化,考虑到探测器的低频响应特性,得到电压信号

$$V(t) = AR \left[\frac{1}{2} E_r^2 + \frac{1}{2} E_r^2 + E_r E_s \cos(\Delta \omega t + (\varphi_s - \varphi_r)) \right], \qquad (1)$$

式中A为电路放大增益,R为探测器的响应度, $\Delta \omega = \omega_r - \omega_s$. 外差法中,通过对(1)式表征的光电信号和施加在移频器上的正弦信号进行融合处理,实现相位噪声的检测和控制^[7,24].

考虑到外差法中移频信号频率较高,在实际相 位噪声检测电路设计中对电子元器件性能和硬件 系统设计要求较高.同时,由于移频信号频率固定, 因而控制系统的设计不够灵活.参考多抖动法对各 路信号光进行相位调制和外差法的异或处理噪声 检测方法,本文提出了基于 PM-DM 的相位噪声检 测方法,其基本原理如图 1 所示.



图 1 基于 PD-DM 相位检测方法的原理示意图

单频率种子光经过分束器分为两束,一束为参 考光、一束为待测相位的信号光.参考光经过相位 调制器1后由准直器1输出,函数发生器对相位调 制器1施加周期性正弦调制信号,使得输出参考光 的相位受到周期调制.为了有效地实现相位噪声的 检测,周期调制信号的频率大于相位噪声频率的10 倍以上,调制幅度以等于 π/2 为宜.信号光经过相 位调制器2后由准直器2输出.参考光和信号光经 过分束器合成一束,然后利用透镜汇聚到带有小孔 的探测器上.小孔半径以小于干涉光斑主瓣半径为 宜,这样,由于相位噪声的存在,干涉光斑主级大位 置是时变的,从而导致了小孔内光强变化.探测器 探测这个时变的干涉光强,控制电路通过对施加到 参考光上的周期调制信号和探测到的干涉光强信 号的融合处理,实现相位噪声的检测,将检测到的 相位噪声反相施加到相位调制器 2 上,实现相位噪 声的闭环控制.相位噪声检测方法与外差法中的检 测方法类似.

由于在参考光中引入的周期性相位调制信号为

$$\varphi_{m}(t) = \varphi_{0}\cos(2\pi f_{m}t),$$
 (2)
那么探测器探测到的光电信号为

 $V(t) = AR \left[\frac{1}{2} E_{r}^{2} + \frac{1}{2} E_{s}^{2} + E_{r} E_{s} \cos(\varphi_{m}(t) + \varphi_{n}(t)) \right], \qquad (3)$

其中 φ_n 为相位噪声.考虑参考光与信号光光强相 等,都为

$$I_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu_0}} E_0^2,$$

则

 $V(t) = 2K_{a}I_{0}[1 + \cos(\varphi_{m}(t) + \varphi_{n}(t))]. (4)$ 这里

$$K_{a} = K \sqrt{\frac{\mu_{0}}{\varepsilon}}$$
$$= AR \sqrt{\frac{\mu_{0}}{\varepsilon}},$$

其中 ε 为真空中介电常数,μ。为真空中磁导率.

下面给出相位噪声检测的步骤.

第一步,将周期性调制信号和检测到的干涉光 强信号同时整形成矩形波.

将周期性调制信号整形成矩形波. 首先将调制 信号 $\varphi_{m}(t)$ 隔直滤波,用反向过零比较器将调制信 号转换成矩形波信号 $x_{t0}(t)$,然后利用触发器将矩 形波进行二分频得到矩形波 $x_{r}(t)$. 这样, $x_{r}(t)$ 的 低电平和高电平起始点分别表示正弦调制信号的 $2n\pi$ 和2(n + 1) π 相位点,其中 n = 0,1,2,...

将检测到的干涉光强信号整形成矩形波.首先 将光强信号 V(t) 隔直滤波为交流信号,利用反向过 零比较器将滤波后的光强信号整形为矩形波信号 $x_{s0}(t)$,然后利用触发器将矩形波进行二分频得到 矩形波 $x_{s}(t)$.如果相位噪声为 $0, x_{s}(t)$ 的低电平 和高 电平起始点分别表示正弦调制信号的 $2n\pi$ 和 $2(n+1)\pi$ 相位点;如果两束光的相位差为 $\delta\varphi$,那么 $x_{s}(t)$ 的低电平和高电平起始点分别表示相位 $2n\pi$ + $\delta\varphi$ 和 $2(n+1)\pi$ + $\delta\varphi$. 第二步,将 $x_r(t)$ 与 $x_s(t)$ 进行同或/异或处理、 滤波,得到噪声相位信号.

首先将 $x_s(t)$ 与 $x_r(t)$ 进行超前滞后比较,然后 根据超前滞后情况将 $x_r(t)$ 与 $x_s(t)$ 进行同或/异或 处理.如果 $x_s(t)$ 超前于 $x_r(t)$ (代表噪声相位超前 于周期调制信号 $\varphi_m(t)$ 的相位),将 $x_r(t)$ 与 $x_s(t)$ 同 或输出,如果 $x_s(t)$ 滞后于 $x_r(t)$,将 $x_r(t)$ 与 $x_s(t)$ 异 或输出.理论分析表明,这个同或/异或输出矩形 波的占空比大小代表了相位噪声的大小,两者关 系如图 2 所示.根据图 2 所描述的关系,将同 或/异 或输出的矩形波进行低通滤波,滤波后的 信号波形代表了相位噪声的时域特性.实际上, 为了使得检测到的相位噪声能够用于相位控制, 还需要对低通滤波后的信号进行电平移位、放大 等处理.



图 2 同或/异或输出矩形波占空比与相位噪声的关系

3. 数值模拟

根据 PM-DM 的原理,利用 Matlab 的 Simulink 工具箱建立仿真模型,对相位噪声检测进行数值仿 真. $\diamond 2K_s I_0 = 1$,取周期调制信号为

$$\varphi_{\rm m}(t) = \frac{\pi}{2} \cos(2\pi \times 10^6 t) \,,$$

与(4)式对应的光电信号为

 $V(t) = 1 + \cos(\varphi_{\rm m}(t) + \varphi_{\rm n}(t)).$

仿真中,噪声信号频率在 10 kHz 量级,为了有效地 滤除调制信号,低通滤波器的截止频率为 100 kHz. 典型的仿真结果如图 3 和图 4 所示,图 3 是功率为 8×10^{-5} 的随机白噪声(直流相位偏置为 π)的仿真 结果,图 4 为正弦信号噪声为 $\varphi_n(t) = \pi +$ $0.5\pi sin(2\pi \times 10^4 t)$ 和噪声功率为 3×10^{-5} 的随机 白噪声同时存在(线性叠加)的仿真结果.图 3(a) 和图4(a) 为施加的噪声,图3(b) 和图4(b) 为利用 PM-DM 方法检测到的噪声.

观察图 3、图 4 中的实际相位噪声和检测到的 相位噪声可以看出,如果不考虑时延,两者波形极 为相似. 计算表明,图 3、图 4 中的实际相位噪声和 检测到的相位噪声的相关度都为 1,说明该方法能 够准确地检测出相位噪声.



图 3 随机噪声情况下的仿真结果 (a)实际相位噪声,(b)检测到的相位噪声



图 4 随机噪声和正弦相位噪声同时存在时的仿真结果 (a)实际相位噪声,(b)检测到的相位噪声

实际上,对于其他波形的相位噪声,通过合理 设计低通滤波器也能得到精确的检测.

综上分析可知,本文提出的基于 PM-DM 的相 位噪声检测方法能够精确地检测实际系统中存 在的相位噪声,如果将检测到的相位噪声信号经过 适当处理(如放大、取反、叠加静态工作点)后施加 到相位调制器上,就能将信号光和参考光的相位差 控制在设定的静态工作点上,实现两路光束的相位 锁定.

4. 实验研究

为了验证本文所提方法的可行性,设计了基于 PM-DM 的相位检测和控制电路.电路中,利用二阶 有源滤波器对同或/异或输出的矩形波进行滤波. 考虑到高功率单频光纤放大器中的相位噪声频率 不大于1 kHz^[30],所设计的滤波器3 dB 带宽为10 kHz.因此,实际相位噪声检测和控制带宽可达10 kHz,满足目前千瓦量级高功率光纤放大器相位噪 声控制的要求.利用该电路,我们进行了初步的实 验研究,实验装置如图5所示.从图5可以看出,单 频种子光经过耦合器1分为参考光和信号光,参考 光和信号光分别通过相位调制器后进入光纤耦合 器2进行合成,利用探测器探测耦合器输出的光功 率. 根据光纤耦合器的原理,当进入光纤耦合器的 两束相干光存在相位差,那么输出光功率将存在相 应的起伏,利用光电探测器检测这个光功率起伏就 可以得到类似(4)式的光电信号输出. 实验中,利用 函数发生器 1 对参考光路的相位调制器 1 施加调制 频率为 1 MHz 的正弦调制信号 $V_{\rm m}(t)$,通过调节调 制信号的幅度使得施加在参考光上的周期相位调 制信号幅度为 $\frac{\pi}{2}$,因此,实际上的相位调制信号

 $\varphi_{m}(t) = \frac{\pi}{2} \cos(2\pi \times 10^{6} t)$.为了模拟相位噪声,利 用函数发生器2对信号光路中的相位调制器2施加 噪声信号 $V_{n}(t)$.如果不考虑高频相位调制导致的



图 5 基于 PM-DM 的噪声相位检测实验装置示意图

参考光相位的变化,并忽略实验室环境的低频(小于1Hz)环境噪声,那么两路光的相位差 $\Delta \varphi(t) = \varphi_n(t)$. 检测电路检测到相位差后,将其反相后利用加法器与模拟相位噪声相加后再施加到相位调制器 2 上,实现噪声相位闭环控制.

在信号光路中分别施加正弦波、锯齿波、方波 三种不同波形的调制信号,以模拟相位噪声.考虑 到实验中使用的相位调制器半波电压为2.2 V,施 加的各个模拟噪声电压峰峰值为4.4 V(由于在 2π相位时检测相位会出现跳变,因此实际电压稍 小于4.4 V),调节直流偏置为2.2 V 左右,以模 拟[0,2π)内相位噪声的检测.利用设计的电路 进行相位噪声检测和控制,得到典型的实验结果 如图 6—图 8 所示.图 6 是频率为 2 kHz、范围为 [0,2π)的正弦波相位噪声情况下的实验结果.图 7 是频率为 2 kHz、范围为[0,2π)的锯齿波相位 噪声情况下的实验结果.图8 是频率为 500 Hz、范 围为[0,2π)的方波相位噪声情况下的实验结果. 在图 6—图 8 中,(a)图为函数发生器输出的调制 信号波形,(b)图为检测到的用于补偿实际相位噪 声的波形(即检测到相位噪声取反),(c)图为闭环 相位控制残差.



图 6 相位噪声为 2 kHz 正弦波时的实验结果 (a) 实际噪声信号,(b) 检测到的噪声信号,(c) 控制残差

根据实验结果计算可知:在模拟相位噪声为 2 kHz正弦波时,相位闭环控制残差(均方根误 差)小于 $\lambda/50$,其中 λ 为波长;在模拟相位噪声 为2 kHz 锯齿波时,相位闭环控制残差小于 $\lambda/57$;在模拟相位噪声为500 Hz 的矩形波时,相 位闭环控制残差小于 $\lambda/134$.由于矩形波的频率 成分较复杂,在较高频率时低通滤波器并不能有 效滤出其低频成分,故其检测与控制效果并不理 想,只有在小于500 Hz 时才能够得到较为理想 的效果.

上述数值模拟和实验结果都表明,本文提出的基于 PM-DM 的相位噪声检测方法能够有效地

实现相位噪声的检测.实验结果还表明,在控制带 宽为2kHz时,对正弦波相位噪声的控制精度可达 λ/50.实验中相位噪声控制带宽约为2kHz,实际 上,通过优化硬件的设计能够有效地提高控制带 宽.在基于PM-DM的相位噪声检测方法中,当噪 声信号的特性一定时,影响控制带宽的因素主要 是相位检测和控制电路(包含光电探测器)的延时 和低通滤波器的截止频率.电路延时越小,控制 带宽越宽;低通滤波器截止频率越大,控制带宽 越宽.因此,通过选取延时小的器件,同时提高 低通滤波器的截止频率,能够有效提高系统控制 带宽.





图 8 相位噪声为 500 Hz 方波时的实验结果 (a)实际噪声信号,(b)检测到的噪声信号,(c)控制残差

5. 结 论

基于多抖动法和外差法原理,本文提出了一种 新型的基于 PM-DM 的光纤激光相位检测与控制方 法,进行了理论分析和数值模拟.设计了相应的噪 声检测与控制硬件电路,并进行了实验研究.实验 结果表明,对于正弦波相位噪声,当其噪声频率为 2 kHz时,相位检测精度优于 λ/50,相位控制精度可 达 λ/50. 与其他几种相位噪声检测与控制方法相 比,该方法与外差法的结构类似,但利用相位调制

- 器替代了价格昂贵的移频器,利用较为简单的低频 电路设计替代了复杂的高频电路设计,相位调制的 参数可自由调节,硬件实现灵活.与多抖动法相比, 不需要从单路微弱的光电信号中提取各路噪声信 号,信号处理方式较为简单,有利于控制电路集成 化.与 SPGD 算法相比,由于能够实时精确地检测 到相位噪声,具有控制带宽较宽、精度较高的优点. 这种新型的相位噪声检测方法具有高精度、宽带 宽、控制电路硬件实现简单等优点,在诸多相位噪 声检测领域有广阔的应用前景,有望成为主动相位 控制相干合成的有效相位控制方法.
- [1] Richardson D J, Nilsson J, Clarkson W A 2010 J. Opt. Soc. Am. B 27 B63
- [2] He B, Lou Q H, Zhou J, Zheng Y H, Xue D, Dong J X, Wei Y R, Zhang F P, Qi Y F, Zhu J Q, Li J Y, Li S Y, Wang Z J 2007 Chin. Opt. Lett. 5 412
- [3] Zhou P 2009 Ph. D. Dissertation (Changsha: National University of Defense Technology) (in Chinese) [周 朴 2009 博士学位 论文(长沙:国防科学技术大学)]
- Goodno G D, Komine H, Mcnaught S J, Weiss S B, Redmond S, Long W, Simpson R, Cheung E C, Howland D, Epp P, Weber M, Weber M, Mcclellan M, Sollee J, Injeyan H 2006 Opt. Lett. 31 1247
- [5] He B, Lou Q H, Zhou J, Dong J X, Wei Y R, Xue D, Qi Y F, Su Z P, Li L B, Zhang F P 2006 Opt. Express 14 2721
- [6] Shay T M 2006 Opt. Express 14 12188
- [7] Goodno G D, Asman C P, Anderegg J, Brosnan S, Cheung E C, Hammo D, Injeyan H, Komine H, Long W H, Mcclellan M Jr, Mcnau S J, Redmond S, Simpson R, Sollee J, Weber M, Weiss S B, Wickham M 2007 IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron. 13 460
- [8] Shay T M, Benham V, Baker J T 2007 IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron. 13 480
- [9] Xiao R 2007 Ph. D. Dissertation (Changsha: National University of Defense Technology) (in Chinese) [肖 瑞 2007 博士学位 论文(长沙:国防科学技术大学)]
- [10] Li J F, Duan K L, Wang J M, Wang Y S, Zhao W, Guo Y K
 2008 Acta Opt. Sin. 28 923 [李剑峰、段开椋、王建明、王屹山、赵卫、郭永康 2008 光学学报 28 923]
- [11] Jolivet V, Bourdon P, Bennai B, Lombard L, Goular D, Pourtal E, Canat G, Jaouen Y, Moreau B, Vasseur O 2009 *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* 15 257
- [12] Stuart J M, Hiroshi K, Weiss S B, Randy S, Adam M J, Jason M, Charles P A, Mark W, Gina C J, Marcy M V, Andrew J, David B, Michael M, Jeff S, Jay M, Hagop I 2009 Conference on Lasers and Electro-Optics/International Quantum Electronics Conference (Washington: Optical Society of America) CThA1

- [13] Cheng Y, Liu Y, Xu L X, Zheng R 2009 Chin. J. Lasers 36 77 (in Chinese) [程 勇、刘 洋、许立新、郑 睿 2009 中国激 光 36 77]
- [14] Liu Z J, Hou J, Xu X J, Feng Y, Zhou P, Chen Z L, Ma Y X, Wang X L, Lei B, Cao J Q 2009 *Chin. J. Lasers* 36 2273 (in Chinese) [刘泽金、侯 静、许晓军、冯 莹、周 朴、陈子伦、 马阎星、王小林、雷 兵、曹涧秋 2009 中国激光 36 2273]
- [15] Ma Y X, Zhou P, Wang X L, Ma H T, Xu X J, Si L, Liu Z J, Zhao Y J 2010 Opt. Lett. 35 1308
- [16] Zhou P, Ma Y X, Wang X L, Ma H T, Xu X J, Liu Z J 2010 Chin. Phys. B 19 24201
- [17] Wang J M, Duan K L, Wang Y S 2008 Acta Phys. Sin. 57 5627 (in Chinese) [王建明、段开椋、王屹山 2008 物理学报 57 5627]
- [18] Yang R F, Yang P, Shen F 2009 Acta Phys. Sin. 58 8297 (in Chinese) [杨若夫、杨 平、沈 锋 2009 物理学报 58 8297]
- [19] Wang X L, Zhou P, Ma H T, Chen Z L, Li X, Xu X J, Liu Z J 2009 Chin. Phys. Lett. 26 5421
- [20] Wang B, Mies E, Minden M, Sanchez A 2009 Opt. Lett. 34 863
- [21] Kong F, Liu L, Sanders C, Chen Y C, Lee K K 2007 Appl. Phys. Lett. 90 151110
- [22] Corcoarn C J, Durville F 2005 Appl. Phys. Lett. 86 20118
- [23] Ma Y X, Liu Z J, Zhou P, Wang X L, Ma H T, Li X, Si L, Xu X J 2009 Chin. Phys. Lett. 26 44204
- [24] Xiao R, Hou J, Jiang Z F, Liu M 2006 Acta Phys. Sin. 55 6464 (in Chinese) [肖 瑞、侯 静、姜宗福、刘 明 2006 物理学 报 55 6464]
- [25] Augst S J, Fan T Y, Sanchez A 2004 Opt. Lett. 29 474
- [26] Vorontsov M A, Weyrauch T, Beresnev L A, Carhart G W, Liu
 L, Aschenbach K 2009 IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.
 15 269
- [27] Zhou P, Wang X L, Ma Y X, Ma H T, Liu Z J 2010 Opt. Lett. 35 950
- [28] Wang X L, Zhou P, Ma Y X, Ma H T, Xu X J, Liu Z J, Zhao Y J 2010 Laser Phys. 20 158

[29] Wang X L, Zhou P, Ma Y X, Ma H T, Xu X J, Liu Z J, Zhao Y J 2010 Acta Phys. Sin. 59 973 (in Chinese) [王小林、周 朴、马阎星、马浩统、许晓军、刘泽金、赵伊君 2010 物理学报 **59** 973]

[30] Goodno G D, Book L D, Rothenberg J E 2009 Opt. Lett. 34 1204

Phase noise detection method in fiber lasers based on phase modulation and demodulation *

Wang Xiao-Lin[†] Zhou Pu Ma Yan-Xing Ma Hao-Tong Li Xiao Xu Xiao-Jun Zhao Yi-Jun

(College of Optoelectronic Science and Engineering, National University of Defense Technology,

Changsha 410073, China)

(Received 8 August 2010; revised manuscript received 28 March 2011)

Abstract

In coherent combination of active phase control, there have existed three main phase detection techniques until now, they are heterodyne phase detection technique, multi-dithering technique and stochastic parallel gradient descent algorithm. A new phase detection method based on phase modulation and demodulation is proposed according to the principle of heterodyne phase detection and multi-dithering technique. Periodic phase modulation signal is implemented on a reference laser, and the coherent detection is carried on between the reference laser and the signal laser. With some processing of the modulation signal and the coherent detected optoelectronic signal, the phase noise is detected and the noise compensation can be realized. Numerical simulation and experimental studies are conducated. Experimental results show that the phase detection accuracy is higher than 1/50 wavelength and the average phase compensation residual error is less than 1/50 wavelength in the case of a 2 kHz sine wave phase noise with a phase region of $[0,2\pi)$.

Keywords: fiber laser, coherent combination, phase noise detection, modulation-demodulation **PACS**: 42. 25. Hz, 42. 55. Wd, 42. 60. Fc

^{*} Project supported by the Innovation Foundation for Graduates in National University of Defense Technlogy, China (Grant No. B080702).

[†] E-mail: wxllin@ nudt. edu. cn