

# 多光子偏振态与单光子高维空间态之间的 相互变换及其应用\*

林青<sup>†</sup>

(华侨大学信息科学与工程学院, 厦门 361021)

(2010年10月19日收到; 2011年1月11日收到修改稿)

基于一种特殊的控制非门, 实现多光子偏振态与单光子空间高维态之间的相互变换, 使得对多光子偏振态的操作可以通过对单光子的操作来完成, 由此可以实现任意多光子正定算符值测量和多光子任意么正操作. 这种实现方式是以一定概率完成的, 但其效率要优于此前的方案, 在目前的实验条件下是可行的.

**关键词:** 单光子空间态, 特殊控制非门, 线性光学多端口干涉仪

**PACS:** 42.50.Ex, 03.67.-a, 03.67.Lx

## 1. 引言

在量子信息领域中, 一个关键的问题是如何处理量子态, 包括对量子态的操作和测量. 然而, 由于量子不可克隆定理的存在<sup>[1-3]</sup>, 使得对量子态的操作显得非常困难. 人们已经在不同的量子系统中实现了一定的量子信息处理过程, 而光学系统是其中的一个重要的系统<sup>[4]</sup>. 光子是非常好的量子信息存储单元, 它的相干性可以保持很长的时间, 不容易受到外界环境的影响. 而且对于光子的单比特么正操作可以简单地通过半波片或者四分之一波片完成<sup>[3]</sup>. 甚至是单光子高维空间态(用单光子的空间模式来编码量子态)的任意么正操作也可以通过分束器 (beam splitter) 和波片组成的阵列(也称之为线性光学多端口干涉仪)来确定性地实现<sup>[5]</sup>. 因而, 对于这类单光子高维量子态, 甚至多光子高维量子态在其制备<sup>[6]</sup>和应用<sup>[7-12]</sup>上都有诸多探讨. 但可惜的是, 光子之间很难产生相互作用, 因而多光子操作很难实现. 在线性光学领域, 多光子操作一般是在单光子的辅助下以一定的概率实现. 但是随着光子数的增加, 其实现变得越来越复杂, 并且相应的成功概率呈指数下降. 理论证明, 任意两比特么正操作至少需要三个控制非门才能够实现<sup>[13,14]</sup>, 而多比

特么正操作的实现非常复杂, 所需要的控制非门数随着比特数  $N$  的增长而呈指数增长 ( $4^N - 2^{N+1}$ )<sup>[15]</sup>. 如果仅使用线性光学器件来实现, 考虑到一个控制非门需要一对 Bell 态或者一个单光子的辅助, 而相应的成功概率仅为  $1/4$ <sup>[16,17]</sup>, 那么多光子么正操作的实现, 需要的单光子资源将非常高, 而成功概率却非常低 ( $1/4^{4^N-2^{N+1}}$ ). 是否可以更加高效地实现多光子普适么正操作? 这是一个非常值得探讨的问题.

此前, 我们基于弱非线性交叉克尔效应 (weak cross-Kerr nonlinearity), 提出了一类新型的基本量子门<sup>[18,19]</sup>. 以此来实现么正操作, 所需要的基本单元门数量仅与比特数  $N$  相当, 极大地简化了么正操作实现的复杂度<sup>[20]</sup>. 这种新的实现方式是通过一种变换, 使得以偏振自由度编码的多光子量子态可以变换到以空间模式编码的单光子高维量子态 (qudit) 上, 由此通过一个线性光学多端口干涉仪即可实现多光子普适么正操作. 然而, 上述的变换需要用到弱非线性交叉克尔效应, 但这种效应目前还没有在实验上得到验证. 那么, 如何使用纯粹的线性光学器件实现上述的变换, 也是一个值得研究的问题.

另外, 要获得存储在光子中的信息, 必须对光子进行测量. 与经典测量不同的是, 量子测量包括投影测量 (projective measurement) 和正定算符值测量 (positive operator valued measurement)<sup>[3]</sup>. 投影测

\* 国家自然科学基金 (批准号: 11005040)、福建省自然科学基金 (批准号: 2010J05008) 和中央高等学校基本科研基金 (批准号: JB-SJ1007) 资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: qlin@hqu.edu.cn

量与经典测量类似,其测量基相互正交. 如果选择的测量基是所谓的计算基 (computational basis), 那么其实现仅需要偏振分束器 (polarizing beam splitter) 和单光子探测器即可. 但是, 如果选择的测量基是其他正交基矢, 那么其实现并不容易. 例如双光子的 Bell 基测量并不能很好地实现, 人们只能完成其中两个基矢的测量, 即概率仅为  $1/2$ <sup>[21,22]</sup>. 与投影测量相比, 正定算符值测量的测量基并不相互正交, 其实现更具挑战性. 目前, 针对单光子和双光子的正定算符值测量已有一些研究成果<sup>[23-26]</sup>, 然而如何实现多光子的正定算符值测量仍是悬而未决的问题.

本文将以光子偏振或者空间自由度作为量子态, 首先提出一类特殊的控制非门. 然后以此为基础, 给出多光子偏振态与单光子空间态之间的相互转换, 由此通过对单光子高维空间态的操作来实现普适么正操作和正定算符值测量.

## 2. 特殊控制非门

首先我们将引入一类特殊控制非门, 这一量子门在文献[27]中已给出, 其实现如图 1 所示<sup>[27]</sup>. 控制光子通过由两个偏振分束器 PBS 构成的平衡干涉仪. 在干涉仪的一臂上 ( $|H\rangle$  模式) 进行两个比特反转操作 ( $\sigma_x$ ), 让光子在两次操作之间保持  $|V\rangle$  态, 使得光子不管从干涉仪的哪条路径通过, 都能保证其处于  $|V\rangle$  态. 这样通过两个普通的控制非门, 只要控制模式中有一个光子出现, 就会对被控制光子进行比特反转操作; 反之, 则不进行任何操作.

在此, 一个特殊控制非门需要两个普通的控制非门. 在线性光学中, 普通控制非门有预报型 (heralded)<sup>[16]</sup> 和基于符合测量型 (coincidence basis)<sup>[17]</sup> 两类. 这两类控制非门已经得到实验的验证<sup>[28-31]</sup>, 因此这里不再讨论它们的具体结构, 而当作已知的基本单元来构造特殊控制非门. 考虑到资源利用和实现效率的问题, 我们可以用预报型控制非门作为图 1 的第一个普通控制非门, 而基于符合测量型控制非门作为第二个普通控制非门. 因为预报型控制非门需要一对 Bell 态作为辅助, 其实现概率为  $1/4$ , 而基于符合测量型控制非门则需要一个单光子作为辅助, 相应概率也为  $1/4$ . 因此上述特殊控制非门需要三个辅助光子, 并以  $1/16$  的概率得以实现. 这里需要说明的是, 第一个控制非门不能使

用基于符合测量型控制非门, 否则第二个控制非门必然会出错.

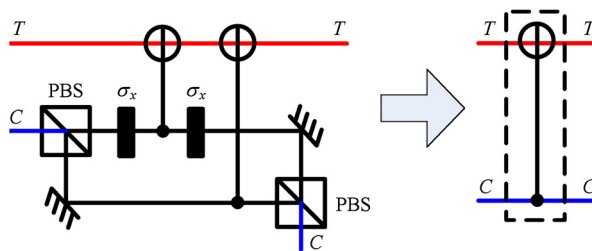


图 1 特殊控制非门的实现

## 3. 多光子偏振态到单光子空间态的变换

利用上述的特殊控制非门, 我们可以仅用线性光学器件来实现多光子偏振态到单光子空间态的变换. 为了能够更加清晰地说明这一变换过程, 我们将首先从最简单的两光子情况出发, 然后推广到三光子, 甚至任意多光子的情况.

### 3.1. 2 到 1 的变换

双光子的情况在文献[27]中已经讨论, 在此只作简单描述, 其实现过程如图 2(a) 所示. 假设输入态为任意双光子纯态,

$$|\varphi_{2,1}\rangle = \alpha|H\rangle|H\rangle + \beta|H\rangle|V\rangle + \delta|V\rangle|H\rangle + \gamma|V\rangle|V\rangle, \quad (1)$$

其中系数满足归一化条件  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 + |\delta|^2 + |\gamma|^2 = 1$ . 首先, 让第二个光子通过一个 50:50 分束器, 那么初始态将演化为

$$|\varphi_{2,2}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\alpha|H\rangle(|H\rangle_{1'} + |H\rangle_{2'}) + \frac{1}{\sqrt{2}}\beta|H\rangle(|V\rangle_{1'} + |V\rangle_{2'}) + \frac{1}{\sqrt{2}}\delta|V\rangle(|H\rangle_{1'} + |H\rangle_{2'}) + \frac{1}{\sqrt{2}}\gamma|V\rangle(|V\rangle_{1'} + |V\rangle_{2'}). \quad (2)$$

将模式  $2'$  作为特殊控制非门的控制模式来控制第一个光子 (如果第二个光子处于模式  $1'$ , 则不对第一个光子进行任何操作), 那么可以获得如下的量子态:

$$\begin{aligned}
 |\varphi_{2,3}\rangle = & \frac{1}{\sqrt{2}}|H\rangle(\alpha|H\rangle_{1'} + \beta|V\rangle_{1'} + \delta|V\rangle_{2'} \\
 & + \gamma|V\rangle_{2'}) + \frac{1}{\sqrt{2}}|V\rangle(\alpha|H\rangle_{2'} + \beta|V\rangle_{2'} \\
 & + \delta|H\rangle_{1'} + \gamma|V\rangle_{1'}). \quad (3)
 \end{aligned}$$

然后,令第一个光子通过偏振分束器,并用单光子探测器探测.如果探测的结果显示第一个光子处于 $|H\rangle$ 态,那么可以获得下面的量子态:

$$|\varphi_{2,4}\rangle = \alpha|H\rangle_{1'} + \beta|V\rangle_{1'} + \delta|H\rangle_{2'} + \gamma|V\rangle_{2'}. \quad (4)$$

如果结果显示为 $|V\rangle$ 态,那么用探测结果控制路径开关S也可以获得上述量子态.显然,通过这样的操作所获得的单光子态包含偏振和空间两种自由度,其偏振自由度依赖于原来的第二个光子的信息,而

空间自由度依赖于原先第一个光子的偏振信息,因此我们就完成了双光子偏振态到单光子偏振空间态的变换.最后,要完全变换成单光子空间态很简单,只要将每个输出模式通过图2(b)所示的装置即可.

需要说明的是,虽然在特殊控制非门中使用了基于符合测量型控制非门,但在上述变换中对第一个光子进行了测量,因此上述的变换仍然是预报型的,即只要单光子探测器有响应就可以知道已变换成功.当然,输出端 $1', 2'$ 必须要有光子出现,不然变换自然失败.总之,上述变换的成功完全依赖于特殊控制非门的实现,因此需要三个光子的辅助,其成功概率也为 $1/16$ .

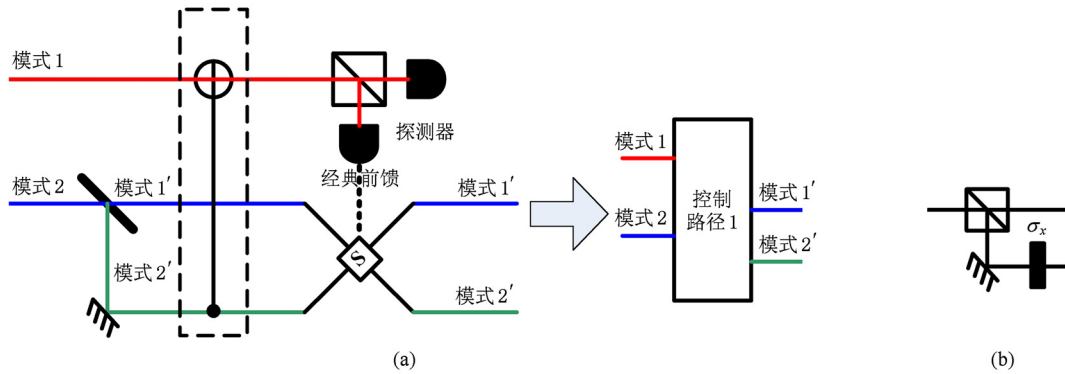


图2 双光子偏振态到单光子空间态的变换 (a)双光子偏振态到单光子偏振空间态的变换,(b)每个空间模式通过这一装置既可完全转化为以空间模式编码的量子态

### 3.2. 3 到 1 的变换

在上述2到1变换的基础上,可以实现3到1的变换,其过程如图3所示.假定输入态为任意三光子纯态,

$$\begin{aligned}
 |\varphi_{3,1}\rangle = & A_1|HHH\rangle + A_2|HHV\rangle + A_3|HVV\rangle \\
 & + A_4|HVV\rangle + A_5|VHH\rangle + A_6|VHV\rangle \\
 & + A_7|VVH\rangle + A_8|VVV\rangle, \quad (5)
 \end{aligned}$$

其中系数满足归一化条件 $\sum_{i=1}^8 |A_i|^2 = 1$ .先用第一个光子作为控制光子,通过上述2到1的变换,使得第三个光子获得两个空间模式 $1', 2'$ ,由此上述三光子态变为

$$\begin{aligned}
 |\varphi_{3,2}\rangle = & A_1|HH\rangle_{21'} + A_2|HV\rangle_{21'} + A_3|VH\rangle_{21'} \\
 & + A_4|VV\rangle_{21'} + A_5|HH\rangle_{22'} + A_6|HV\rangle_{22'} \\
 & + A_7|VH\rangle_{22'} + A_8|VV\rangle_{22'}. \quad (6)
 \end{aligned}$$

接着,类似2到1的变换,我们将第三个光子的两个

空间模式分别用50:50分束器进行分束,完成变换 $1' \rightarrow 1', 2'$ 和 $2' \rightarrow 3', 4'$ .然后,模式 $2'$ 和 $4'$ 作为两个特殊控制非门的控制模式,对第二个光子进行控制非操作,再利用对第二个光子偏振信息的探测结果来分别控制两个路径开关.通过简单的计算可知,最终的归一化输出态为

$$\begin{aligned}
 |\varphi_{3,3}\rangle = & A_1|H\rangle_{1'} + A_2|V\rangle_{1'} + A_3|H\rangle_{2'} \\
 & + A_4|V\rangle_{2'} + A_5|H\rangle_{3'} + A_6|V\rangle_{3'} \\
 & + A_7|H\rangle_{4'} + A_8|V\rangle_{4'}. \quad (7)
 \end{aligned}$$

显然,最终的输出态包含原先三个光子的所有偏振信息,其中1和2两个光子的偏振信息隐含在第三个光子的路径信息(即空间模式)里.最后,每个空间模式再通过图2(b)的装置就可以获得所需要的单光子空间量子态,因而变换也就完成了.在整个变换过程中,用到了三个特殊控制非门,因此其成功概率为 $1/16^3$ ,并需要9个光子的辅助.

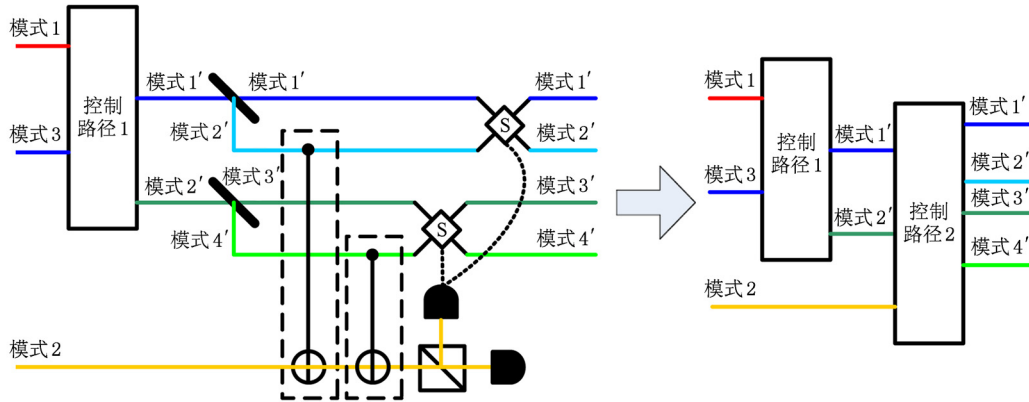


图3 三光子偏振态到单光子空间态的变换

### 3.3. $N$ 到 1 的变换

以上的变换可以推广到任意多光子的情形. 为了清楚地说明这一变换过程, 我们以四光子为例, 其变换如图 4 所示. 通过上述 3 到 1 的变换后, 目标光子 4 已经拥有四个空间模式, 继续变换会出现四个控制模式, 那么将需要四个特殊的控制非门. 利用这些特殊控制非门就可以将光子 3 的信息也加载到目标光子 4 上, 也就完成了变换. 在这一变换中, 总共需要 7 个特殊控制非门, 因此成功概率为  $1/16^7$ , 并需要 21 个光子的辅助.

在四光子的变换中, 需要三重的操作, 也就是

除了目标光子本身外, 其他光子都要对目标光子进行操作, 使得自身的偏振信息加载到目标光子上. 同样, 如果进行  $N$  光子变换, 则需要  $N-1$  重操作. 一般而言, 第  $n$  重操作中目标光子的控制空间模式有  $2^{n-1}$  个, 也就是需要  $2^{n-1}$  个特殊控制非门. 由此要完成  $N$  光子的所有变换, 需要的特殊控制非门数  $m$  为

$$m = 2^{N-2} + 2^{N-3} + \dots + 2^0 = 2^{N-1} - 1, \quad (8)$$

相应成功概率为  $1/16^m = 1/2^{4m}$ , 并需要总计  $3m$  个光子, 分别是  $m$  对 Bell 态和  $m$  个单光子作为辅助. 这里所需要的特殊控制非门随光子数  $N$  的增长而呈指数增长, 但是将这一变换应用到多光子么正操作的实现时, 其效率要优于此前的实现方案<sup>[15]</sup>.

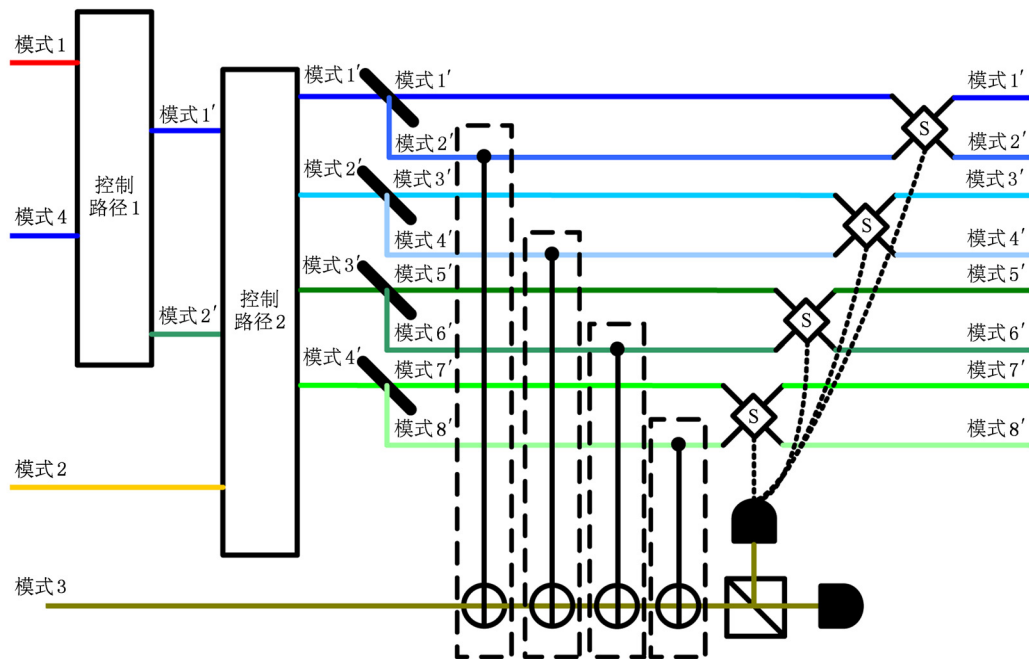


图4 四光子的变换

### 4. 单光子空间态到多光子偏振态的变换

利用特殊控制非门,我们还可以完成逆变换——单光子空间态到多光子偏振态的变换.以三光子情形为例,其输入态可表示为(7)式的形式,相应逆变换过程如图5所示.首先,引入一个单光子( $|H\rangle$ 态)作为光子2,并分别以光子3的空间模式2'和4'作为两个特殊控制非门的控制模式,对光子2进行控制操作,可以获得如下的归一化量子态:

$$\begin{aligned}
 |\psi\rangle = & A_1 |HH\rangle_{21'} + A_2 |HV\rangle_{21'} + A_3 |VH\rangle_{22'} \\
 & + A_4 |VV\rangle_{22'} + A_5 |HH\rangle_{23'} + A_6 |HV\rangle_{23'} \\
 & + A_7 |VH\rangle_{24'} + A_8 |VV\rangle_{24'}, \quad (9)
 \end{aligned}$$

其中下标2代表引入的单光子.接着,只需要让光子3的空间模式1'和2'或者空间模式3'和4'分别通过一个50:50分束器进行干涉,使得空间模式完成 $1',2'\rightarrow 1',3',4'\rightarrow 2'$ 的变换.然后,每个分束器只保留一个输出信号,就可以获得如(6)式所示的量子态,这样就加入了一个光子;重复上述过程,再引入一个单光子( $|H\rangle$ 态)作为光子1,以光子3的空间模式2'作为第三个特殊控制非门的控制模式对光子1进行操作,使光子3的空间模式1'和2'在50:50分束器上干涉,就可以获得(5)式所示的三光子纯态,也就完成了逆变换.

上述过程除了三个特殊的控制非门外,还包含三个分束器的干涉,那么实现的概率将为 $(1/16^3) \times (1/2^3) = 1/2^{15}$ ,其中三个 $1/16$ 是特殊控制非门的概率,而三个 $1/2$ 是分束器的干涉引入的概率.类似的过程可以完成任意单光子空间态到多光子偏

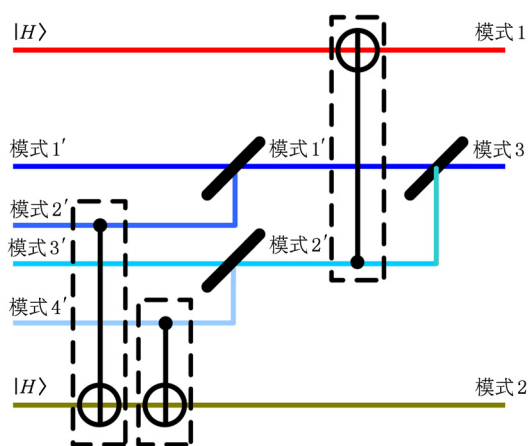


图5 单光子空间态到三光子偏振态的逆变换

振态的变换,显然逆变换所需要的特殊控制非门数量与原先同一层次的变换所需要的门操作数量相同,因此总共也需要 $m$ 个特殊控制非门.另外,由于单光子空间态总共包含 $2^{N-1}$ 个空间模式,而逆变换的输出态却要求所有的光子都只有一个空间模式(因为此时信息用偏振自由度表示,而不是空间模式),因此所需要的干涉次数等同于特殊控制非门的数量,也为 $m$ 个.整个逆变换过程的成功概率仅为 $(1/16^m) \times (1/2^m) = 1/2^{5m}$ ,显然这一概率远低于正变换的概率.

### 5. 任意光子数正定算符值测量的实现

在上述的讨论中,我们可以实现多光子偏振态与单光子空间态之间的相互变换.这一相互变换的一个重要应用就是普适正定算符值测量的实现.在量子力学中,量子态测量所用的基矢可以是非正交的,而这种测量被称之为正定算符值测量,它可以通过 $N$ 维Hilbert空间 $H$ 中的一组基矢 $\{F_a\}$ 来表示,其中 $a = 1, 2, \dots, n, n > N$ .由于 $n > N$ ,显然这组基矢并不互相正交.我们可以把每一个基矢写成 $F_a = |\tilde{\psi}_a\rangle\langle\tilde{\psi}_a|$ 的形式,其中 $|\tilde{\psi}_a\rangle$ 未归一化<sup>[3]</sup>.通过Neumark定理可知,正定算符值测量实际上是扩展空间( $n$ 维)中的投影测量,也就是可以通过一组正交归一化基 $E_a = |u_a\rangle\langle u_a|$ 来完成测量,其中 $|u_a\rangle = |\tilde{\psi}_a\rangle + |\tilde{\psi}_a^\perp\rangle$ ,而 $|\tilde{\psi}_a\rangle \in H$ 和 $|\tilde{\psi}_a^\perp\rangle \in H^\perp$ <sup>[3]</sup>.

虽然基于一般正交基的投影测量很难直接完成,但是通过么正操作可以实现正交基的变换 $|u_a\rangle = U|x\rangle_a$ ,其中 $x$ 为 $n$ 位二进制数,并且满足 $\langle x|x\rangle_j = \delta_{ij}, i, j = 1, 2, \dots, n$ ,即 $\{|x\rangle_a\}$ 为一组完备计算基.基于计算基的投影测量可以简单地通过偏振分束器和单光子探测器实现,因此对于任意 $N$ 光子正定算符值测量的实现,我们可以先找到其对应的扩展空间正交基,再通过上述变换将 $n$ 光子偏振态变换到单光子 $n$ 维空间态,利用线性光学多端口干涉仪实现么正操作 $U$ (对于单光子空间态,这一实现是确定性的<sup>[5]</sup>),最后在干涉仪的每一个输出端放置偏振分束器和单光子探测器即可完成任意正定算符值测量.由于测量后光子塌缩,因此我们仅需要多光子到单光子空间态的变换,而不需要逆变换.因此,上述正定算符值测量的实现概率即为 $1/2^{4m}$ ,其中 $m = 2^{n-1} - 1$ .

## 6. 任意光子数普适么正操作的实现

多光子偏振态与单光子空间态之间的相互变换的另一个重要应用就是普适么正操作的实现. 理论证明, 用基于线路的量子计算模式来实现多光子普适么正操作, 总共需要  $4^N - 2^{N+1}$  个普通控制非门, 即门操作的数量随光子数的增长而呈指数增长. 那么在线性光学系统中实现么正操作, 其所需要的资源也将呈指数增长 ( $4^N - 2^{N+1}$  个 Bell 对), 同时其概率呈指数下降 ( $1/4^{4^N - 2^{N+1}}$ )<sup>[15]</sup>. 实际上, 利用上述变换并结合线性光学多端口干涉仪也可以实现多光子任意么正操作. 由于对单光子的么正操作是确定性的, 那么这一实现方式的成功概率完全由上述的正反变换决定. 因此总成功概率为

$$P = (1/2^{4^m}) \times (1/2^{5^m}) = 1/2^{9^m}, \quad (10)$$

其中指数  $m = 2^{N-1} - 1$ . 显然, 这一实现概率要优于此前基于线路的量子计算模式. 当然, 这一概率仍然呈指数下降, 但是通过纯粹线性光学来实现量子计算, 概率问题是不可避免的.

## 7. 结 论

本文首先构造一个特殊的控制非门, 然后利用这一控制非门可以完成多光子偏振态到单光子空间态之间的变换, 也可以完成其逆变换. 因而使得对多光子偏振态的操作转换到对单光子的操作, 由此可以实现多光子正定算符值测量和普适么正操作. 方案中使用了双光子干涉和经典控制等常用的操作, 而这些操作在线性光学体系中是完全可实现的. 另外, 方案实现的关键是特殊控制非门的实现, 其实现由普通的控制非门来构造. 在现有的技术条件下, 普通的控制非门已经被实验所验证<sup>[28-31]</sup>, 因此我们所提出的控制非门乃至整个方案在目前的实验条件下也是可行的. 当然, 该方案实现的成功概率不高. 考虑到实现的效率和难度等问题, 目前只能做到两个或者三个光子正定算符值测量和普适么正操作的实现. 不过该方案用于实现普适么正操作的效率要优于传统基于线路的量子计算模式, 这也为光学量子计算的实现提供了一种新的方式.

- [1] Wootters W K, Zurek W H 1982 *Nature* **299** 802
- [2] Dieks D 1982 *Phys. Lett. A* **92** 271
- [3] Nielsen M A, Chuang I L 2000 *Quantum Computation and Quantum Information* (Cambridge: Cambridge University Press) pp24, 87, 291
- [4] Kok P, Munro W J, Nemoto K, Ralph T C, Dowling J P, Milburn G J 2007 *Rev. Mod. Phys.* **79** 135
- [5] Reck M, Zeilinger A, Bernstein H J, Bertani P 1994 *Phys. Rev. Lett.* **73** 58
- [6] Lin Q 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 2976 (in Chinese) [林青 2010 *物理学报* **59** 2976]
- [7] Yang Y G, Wen Q Y, Zhu F C 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3255 (in Chinese) [杨宇光、温巧燕、朱甫臣 2006 *物理学报* **55** 3255]
- [8] Lin Q 2009 *Chin. Phys. Lett.* **26** 040301
- [9] Zheng Y Z, Gu Y J, Wu G C, Guo G C 2003 *Chin. Phys. B* **12** 1070
- [10] Guo F Z, Gao F, Wen Q Y, Zhu F C 2006 *Chin. Phys. B* **15** 1690
- [11] Zhan Y B 2007 *Chin. Phys. B* **16** 2557
- [12] Chen L B, Lu H, Jin R B 2007 *Chin. Phys. B* **16** 3204
- [13] Vidal G, Dawson C M 2004 *Phys. Rev. A* **69** R010301
- [14] Vatan F, Williams C 2004 *Phys. Rev. A* **69** 032315
- [15] Mottonen M, Vartiainen J J, Bergholm V, Salomaa M M 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 130502
- [16] Pittman T B, Jacobs B C, Franson J D 2001 *Phys. Rev. A* **64** 062311
- [17] Pittman T B, Fitch M J, Jacobs B C, Franson J D 2003 *Phys. Rev. A* **68** 032316
- [18] Lin Q, Li J 2009 *Phys. Rev. A* **79** 022301
- [19] Lin Q, He B 2009 *Phys. Rev. A* **80** 042310
- [20] Lin Q, He B, Bergou J A, Ren Y H 2009 *Phys. Rev. A* **80** 042311
- [21] Lütkenhaus N, Calsamiglia J, Suominen K A 1999 *Phys. Rev. A* **59** 3295
- [22] Calsamiglia J, Lütkenhaus N 2001 *Appl. Phys. B* **72** 67
- [23] Ahnert S E, Payne M C 2005 *Phys. Rev. A* **71** 012330
- [24] Ahnert S E, Payne M C 2006 *Phys. Rev. A* **73** 022333
- [25] Lin Q, Li J, Guo G C 2006 *J. Phys. B* **39** 3649
- [26] Lin Q 2009 *Commun. Theor. Phys.* **51** 244
- [27] Lin Q 2010 *Chin. Phys. Lett.* **27** 120302
- [28] O'Brien J L, Pryde G J, White A G, Ranph T C, Branning D 2003 *Nature* **426** 264
- [29] Zhao Z, Zhang A N, Chen Y A, Zhang H, Du J F, Yang T, Pan J W 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 030501
- [30] Okamoto R, Hofmann H F, Takeuchi S, Sasaki K 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 210506
- [31] Bao X H, Chen T Y, Zhang Q, Yang J, Zhang H, Yang T, Pan J W 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 170502

# Mapping between multi-photon polarization state and single-photon spatial qudit and its applications<sup>\*</sup>

Lin Qing<sup>†</sup>

(College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Xiamen 361021, China)

(Received 19 October 2010; revised manuscript received 11 January 2011)

## Abstract

Based on a special controlled-NOT gate, a multi-photon state encoded in polarizations of photons could be transformed into the corresponding single photon qudit encoded in spatial mode. It will make the processing on multi-photon change into the operation on a single-photon, if the inverse transformation from a single photon qudit back to a multi-photon state could be realized also. Associated with linear optical multi-port interferometer for single-photon unitary operation, the positive-operator value measurement and the universal unitary operation for multi-photon state are realized. This approach is more efficient than the previous one with decomposition into two-qubit gates in the circuit-based quantum computation, and it is feasible with using the current experimental technology.

**Keywords:** single photon qudit, special controlled-NOT gate, linear optical multi-port interferometer

**PACS:** 42.50.Ex, 03.67.-a, 03.67.Lx

---

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11005040), the Natural Science Foundation of Fujian Province, China (Grant No. 2010J05008) and the Fundamental Scientific Research Foundation for the Central Universities of China (Grant No. JB-SJ1007).

<sup>†</sup> E-mail: qlin@hqu.edu.cn