

## 非局域程度对空间暗孤子相互作用的影响\*

高星辉<sup>1)2)</sup> 杨振军<sup>1)</sup> 周罗红<sup>1)</sup> 郑一周<sup>1)</sup> 陆大全<sup>1)</sup> 胡巍<sup>1)†</sup>

1) (华南师范大学光子信息技术实验室, 广州 510631)

2) (广州大学机械与电气工程学院, 广州 510006)

(2010年6月8日收到; 2011年3月21日收到修改稿)

对  $1+1$  维非局域自散焦介质中暗孤子的相互作用进行了研究. 数值模拟结果表明: 在非局域自散焦介质中, 存在着暗孤子相互作用的临界点. 在临界点上, 吸引力等于排斥力; 在临界点外, 暗孤子间相互作用可能表现为相互吸引也可能表现为相互排斥.

**关键词:** 非局域自散焦, 相互作用, 暗孤子

**PACS:** 42.65.Tg, 42.65.Jx

## 1. 引言

空间光束在非线性介质中传输时会形成亮孤子和暗孤子两类基本孤子. 不同非局域程度、不同响应函数介质中的基亮孤子以及多极亮孤子一直是研究的热点之一, 郑睿等<sup>[1]</sup>利用光谱重置法对不同非局域程度下的亮孤子进行了研究; 欧阳世根等<sup>[2]</sup>研究了强非局域介质中不同响应函数下的空间亮孤子解; 丁娜等<sup>[3]</sup>研究了弱非局域介质中基亮孤子解; 杨振军等<sup>[4]</sup>利用变分法分析了非局域非线性克尔介质中的两极孤子. 亮孤子间相互作用取决于它们间的相位差、相干程度、材料的非线性非局域程度<sup>[5-7]</sup>. 以平面波背景下一个凹陷形式出现的暗孤子<sup>[8-10]</sup>, 由于其具有独特的传输特性, 一度是研究的热点; 暗孤子间的相位是固定的, 因此在局域自散焦介质中它们之间的相互作用总是表现为排斥<sup>[8, 11, 12]</sup>, 这使暗孤子的应用受到限制. 近来, 由于非局域非线性介质的出现, 暗孤子再次成为了研究热点, 因为在非局域自散焦介质中, 暗孤子间表现为相互吸引并且可以形成结合态<sup>[13-15]</sup>.

既然暗孤子的相互作用在局域非线性介质中表现为相互排斥, 在非局域非线性介质中表现为相互吸引, 那么在非局域介质中是否存在一个临界

值, 在该临界值上暗孤子既不表现为相互排斥也不表现为相互吸引? 至今作者还未见有文献对此做出具体分析. 本文从  $1+1$  维介质出发, 假定非局域自散焦介质响应函数为实对称的指数衰减函数, 用数值模拟分析了不同非局域程度(用非局域系数  $\sigma$  表示)、不同间距  $d$  下暗孤子间的相互作用. 数值模拟结果表明,  $\sigma$  和  $d$  存在着临界值  $\sigma_c$  和  $d_c$ , 在该临界值处暗孤子间的排斥力等于吸引力, 此时两暗孤子平行向前传输时间距保持不变; 在临界值外暗孤子间相互作用既可能表现为排斥(即使是在非局域自散焦介质中)也可能表现为相互吸引.

## 2. 局域自散焦介质中暗孤子的相互作用

## 2.1. 理论模型

在傍轴近似下,  $1+1$  维光束在局域自散焦介质中的传输由下列局域非线性薛定谔方程确定:

$$i \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - u |u|^2 = 0, \quad (1)$$

式中  $u(x, z)$  为光束的复振幅包络,  $|u(x, z)|^2 = I$  为光强,  $x$  和  $z$  分别为横坐标和纵坐标. 方程(1)有如下形式的解<sup>[16]</sup>:

\* 国家自然科学基金(批准号:10804033)、广东省高等学校科技创新团队计划(批准号:06CXTD005)和高等学校博士学科点专项科研基金(批准号:200805740002)资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: huwei@senu.edu.cn

$$u(x, z) = \phi(x) \exp[i\beta z + i\varphi(x)], \quad (2)$$

式中

$$\phi(x) = [1 - B^2 \operatorname{sech}^2(Bx)]^{1/2},$$

$$\varphi(x) = \sqrt{1 - B^2 x}$$

$$+ \arctan[B \tanh(Bx) / \sqrt{1 - B^2}],$$

$\beta$  是传播常数,

$$\beta = -\frac{1}{2}(3 - B^2).$$

这里  $B$  是灰度, 当  $B = 0$  时, 方程(1) 的解为黑孤子, 当  $B \neq 0$  时, 方程(1) 的解为灰孤子.

### 2.2. 相互作用

在局域自散焦介质中, 暗孤子间的作用总是表现为相互排斥, 并随着暗孤子间距离  $d$  的减小, 相互排斥表现得越来越明显, 如图1所示, 其中  $R$  和  $w_0$  分别为瑞利距离和暗孤子束宽.

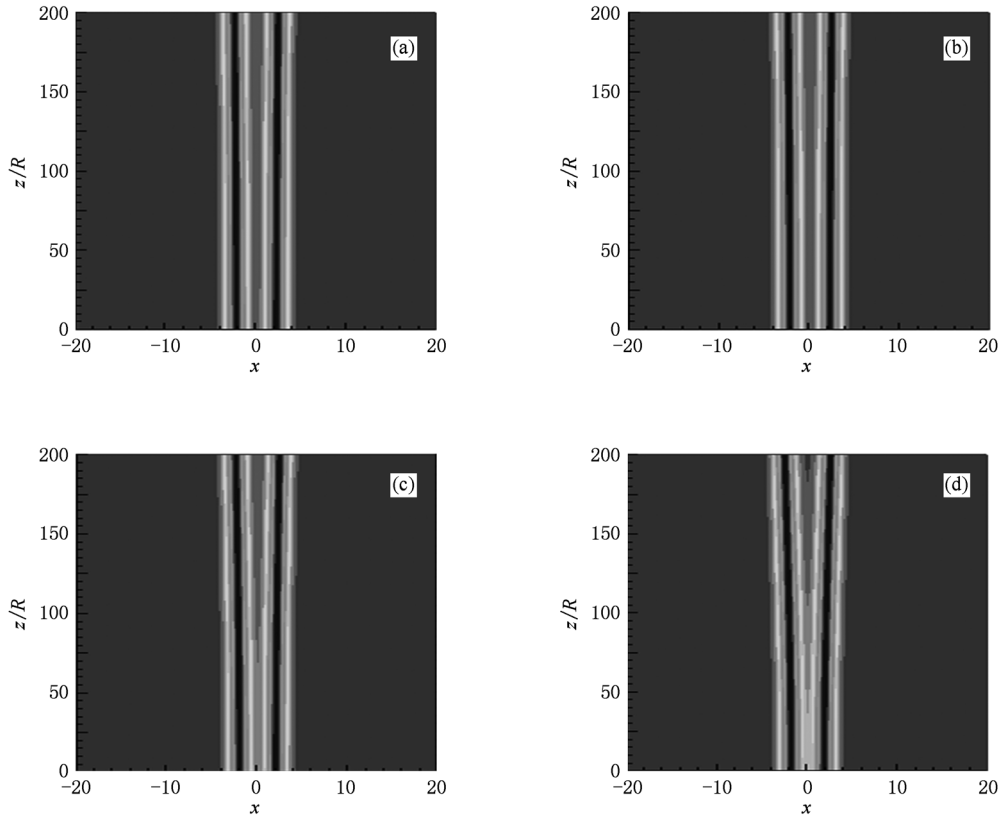


图1 局域自散焦介质中暗孤子间相互作用随距离  $d$  的变化 (a)  $d = 2.67w_0$ , (b)  $d = 2.46w_0$ , (c)  $d = 2.24w_0$ , (d)  $d = 2.02w_0$

局域自散焦介质中暗孤子间的相互作用总是表现为排斥. 这可以解释如下: 在局域自散焦介质中, 两暗孤子靠得越近, 该区域的折射率就越小, 形成了犹如“势垒”的区域, 这个“势垒”导致两个暗孤子间总是相互排斥.

### 3. 非局域自散焦介质中暗孤子的相互作用

#### 3.1. 理论模型

在傍轴近似下,  $1 + 1$  维光束在非局域自散焦介

质中的传输由下列非局域非线性薛定谔方程<sup>[17]</sup> 确定:

$$i \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - u \Delta n = 0. \quad (3)$$

这里  $\Delta n(x, z)$  表示光束引起的非局域自散焦介质折射率的变化,

$$\Delta n(x, z) = - \int R(x - \xi) |u(\xi, z)|^2 d\xi,$$

其中  $R(x) \left( \int R(x) dx = 1 \right)$  为实对称的非局域响应函数.

不失一般性, 我们考虑非局域自散焦介质归一

化响应函数为<sup>[18,19]</sup>,

$$R(x) = \frac{1}{2\sigma^{1/2}} \exp\left(-\frac{|x|}{\sigma^{1/2}}\right).$$

这时方程(3)就可以用下列两个耦合方程表示:

$$\begin{aligned} i \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + u \Delta n &= 0, \\ \sigma \frac{\partial^2 \Delta n}{\partial x^2} - \Delta n - |u|^2 &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

当  $\sigma \rightarrow 0$  时,耦合方程(4)就变为方程(1),即局域非线性薛定谔方程. 耦合方程(4)有暗孤子解和灰

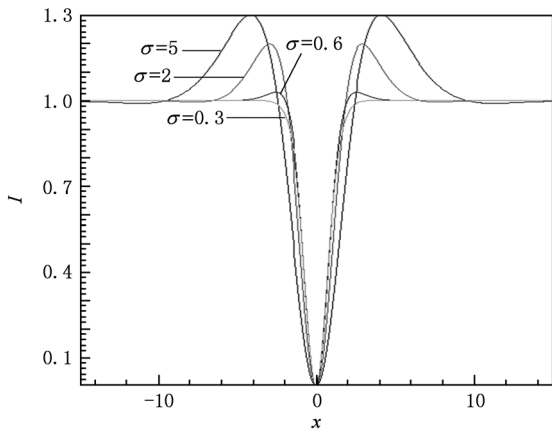


图2 不同非局域系数  $\sigma$  下的基暗孤子解

孤子解,在这里我们只考虑基暗孤子解(图2)及其相互作用. 从图2可以看出,非局域系数  $\sigma$  越大,对应的暗孤子束宽  $w$  越宽.

### 3.2. 相互作用

在非局域自散焦介质中,暗孤子间的作用主要表现为相互吸引,具体可分为两种情况. 第一种情况是在作用距离  $d$  保持不变的前提下,随着介质的非局域系数  $\sigma$  减小,暗孤子间的相互吸引越来越弱,如图3所示,其中两暗孤子间距离  $d = 2.46w_0$ . 从图3(d)可以看出,当  $\sigma = 0.3$  时,由于此时排斥力已经大于吸引力,所以暗孤子间的作用力表现为相互排斥. 第二种情况是在非局域系数  $\sigma$  保持不变的前提下,随着作用距离  $d$  的减小( $d > 2w_0$  前提下),暗孤子间的相互吸引越来越强,如图4所示,其中介质的非局域系数  $\sigma = 3$ . 从图4可以看出,随着距离  $d$  的减小,吸引力起主导作用且越来越强,暗孤子间表现为相互吸引. 但当  $d$  接近  $2w_0$  时,排斥力明显增大,导致暗孤子间的吸引减弱,如图4(d)所示. 通过上述数值模拟可以发现,当  $d$  和  $\sigma$  减小到一定值时,暗孤子间的吸引力减弱,排斥力增强. 由此推测: $d$  和  $\sigma$  存在临界值  $\sigma_c$  和  $d_c$ ,在临界值  $\sigma_c$  和  $d_c$  处,

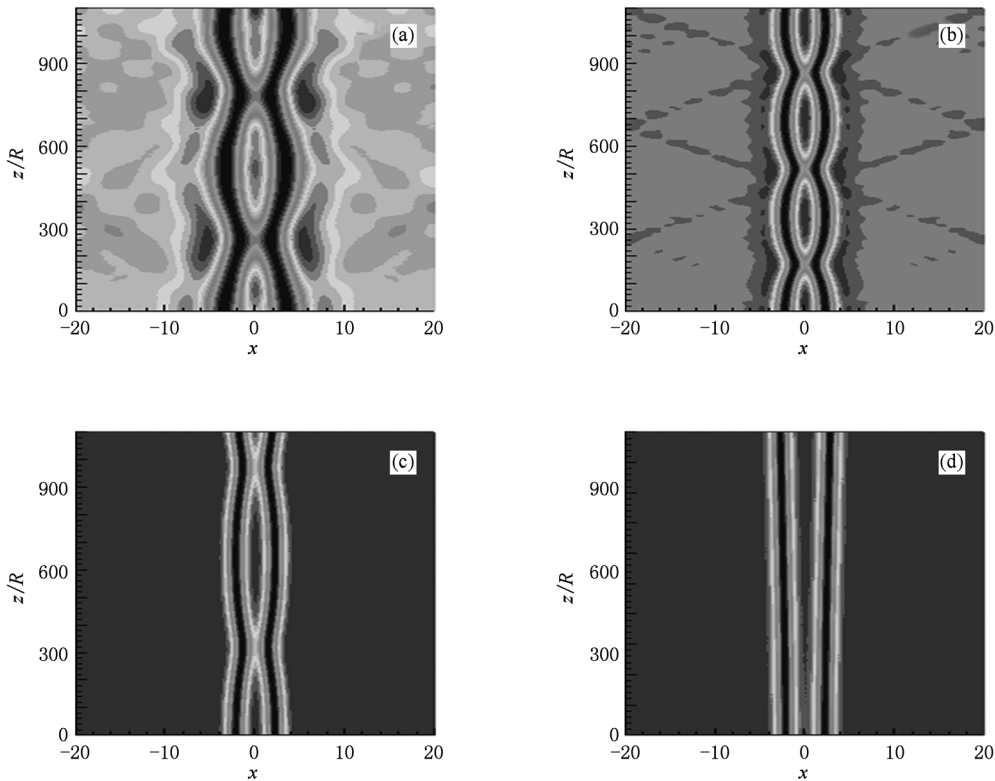


图3 非局域自散焦介质中暗孤子间相互作用随非局域系数  $\sigma$  的变化 (a)  $\sigma = 5$ , (b)  $\sigma = 3$ , (c)  $\sigma = 0.5$ , (d)  $\sigma = 0.3$

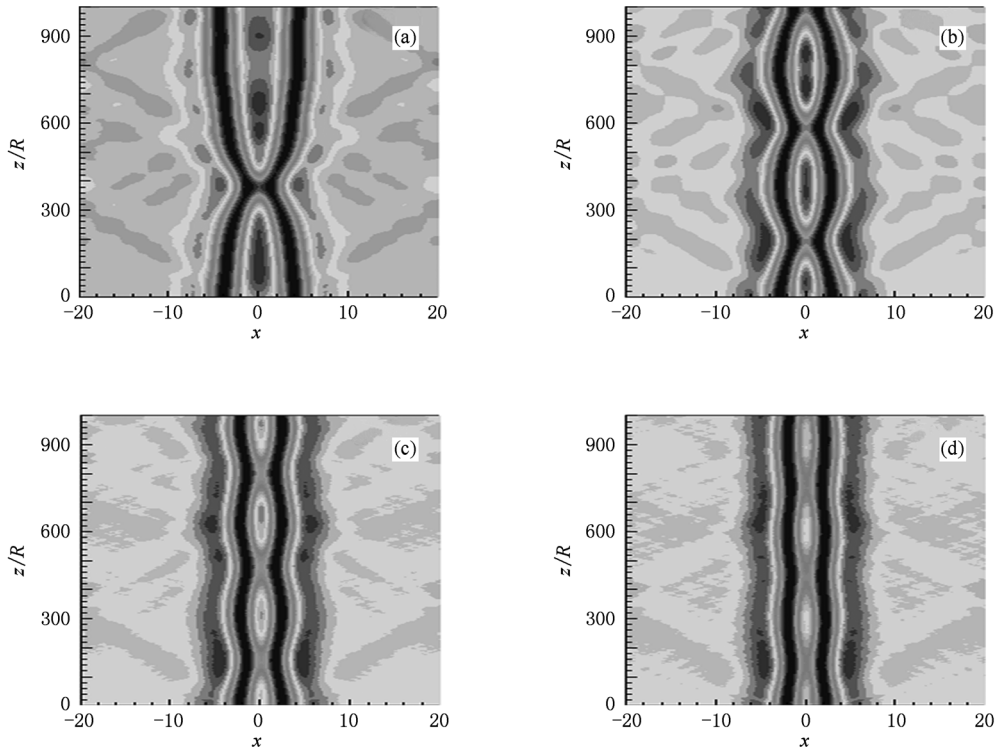


图4 非局域自散焦介质中暗孤子间相互作用随距离  $d$  的变化 (a)  $d = 3.32w_0$ , (b)  $d = 2.46w_0$ , (c)  $d = 2.26w_0$ , (d)  $d = 2.01w_0$

暗孤子间的吸引力等于排斥力;在临界值  $\sigma_c$  和  $d_c$  外,暗孤子间相互作用与  $d$  和  $\sigma$  的具体数值有关,可能表现为相互排斥,也可能表现为相互吸引.

#### 4. 非局域自散焦介质中暗孤子相互作用的临界值

通过大量的数值模拟,我们发现在  $\sigma_c = 0.333$  且  $d_c = 2.46w_0$  时,两暗孤子向前传输时间距保持不变,即两暗孤子间的排斥力等于吸引力,如图5和图6所示.从图5和图6可以看出,在  $d_c = 2.46w_0$  且  $\sigma_c = 0.333$  时,两暗孤子向前传输时保持平行,因为它们之间的吸引力等于排斥力,这时它们之间的距离保持不变.图7为  $\sigma_c = 0.333$  且  $d_c = 2.46w_0$  时,两暗孤子间距离  $d$  随传输距离  $z$  的变化,图中横坐标  $z$  以瑞利距离  $R$  归一化,纵坐标  $d$  以束宽  $w_0$  归一化.从图7可以看出,当传输距离  $z = 100R$  时,两暗孤子间距基本不变,这说明孤子间吸引力等于排斥力.所以,间距  $d_c = 2.46w_0$  和非局域系数  $\sigma_c = 0.333$  是暗孤子相互作用的临界值.在  $d_c = 2.46w_0$  前提下,当  $\sigma_c < 0.333$  时,两暗

孤子表现为相互排斥,反之表现为相互吸引.在  $\sigma = 0.333$  前提下,当  $d < 2.46w_0$  时表现为相互排斥,反之表现为相互吸引.

上述相互作用的物理机制可解释如下:在非局域介质中,光场引起的介质非线性折射率不仅与该点的光强有关,而且还与该点周围的光强有关.除了暗孤子间内在的排斥力,在非局域自散焦介质中,两暗孤子靠近区域的折射率增大,形成了一个势阱,这个势阱使暗孤子间产生吸引力.暗孤子间的这种吸引力与内在排斥力的作用结果决定着暗孤子间是排斥还是吸引.在以上所述的临界值  $d_c$  和  $\sigma_c$  处,势阱使暗孤子间产生的吸引力与暗孤子间内在的排斥力相等,这时两暗孤子在传输过程中距离保持不变;在  $d_c = 2.46w_0$  前提下,当  $\sigma < 0.333$  时(非局域程度减小),势阱使暗孤子间产生的吸引力减弱,这时暗孤子间内在的排斥力起主导地位,两暗孤子间相互排斥;反之两暗孤子间相互吸引;在  $\sigma_c = 0.333$  前提下,当  $d < 2.46w_0$  时(两暗孤子间距离减小),暗孤子间内在的排斥力增大,两暗孤子间表现为排斥;反之势阱使暗孤子间产生的吸引力增强,两暗孤子间表现为吸引.

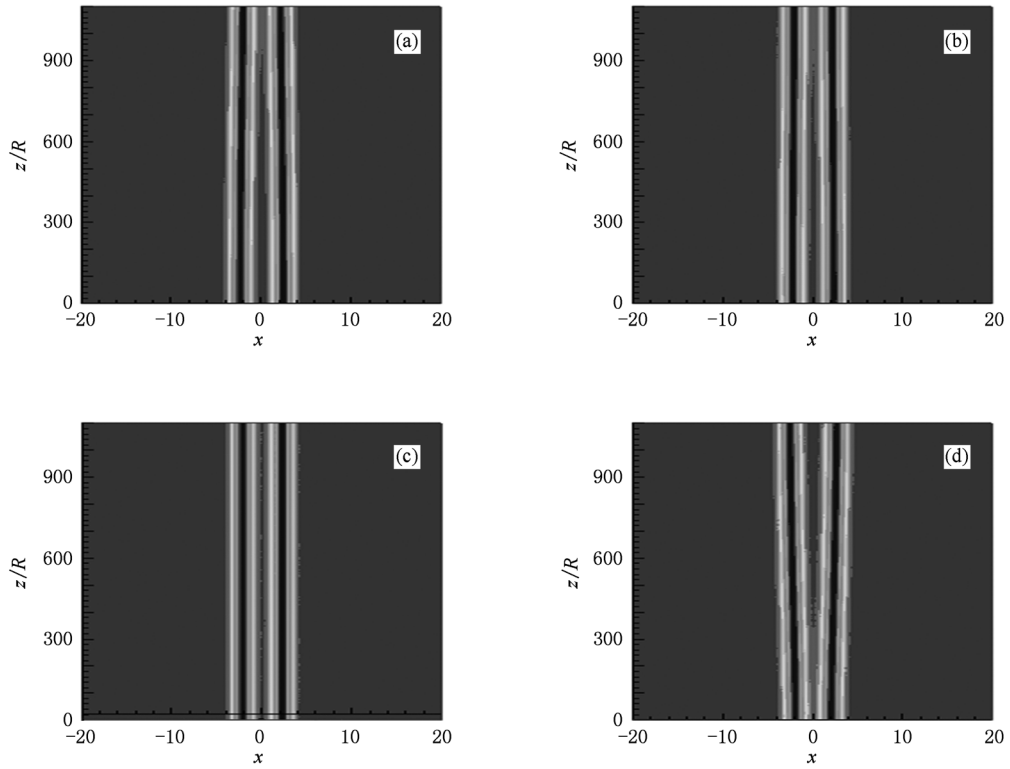


图5  $\sigma_c = 0.333$  时暗孤子间的相互作用随距离  $d$  的变化 (a)  $d = 2.67w_0$ , (b)  $d = 2.57w_0$ , (c)  $d = 2.46w_0$ , (d)  $d = 2.24w_0$

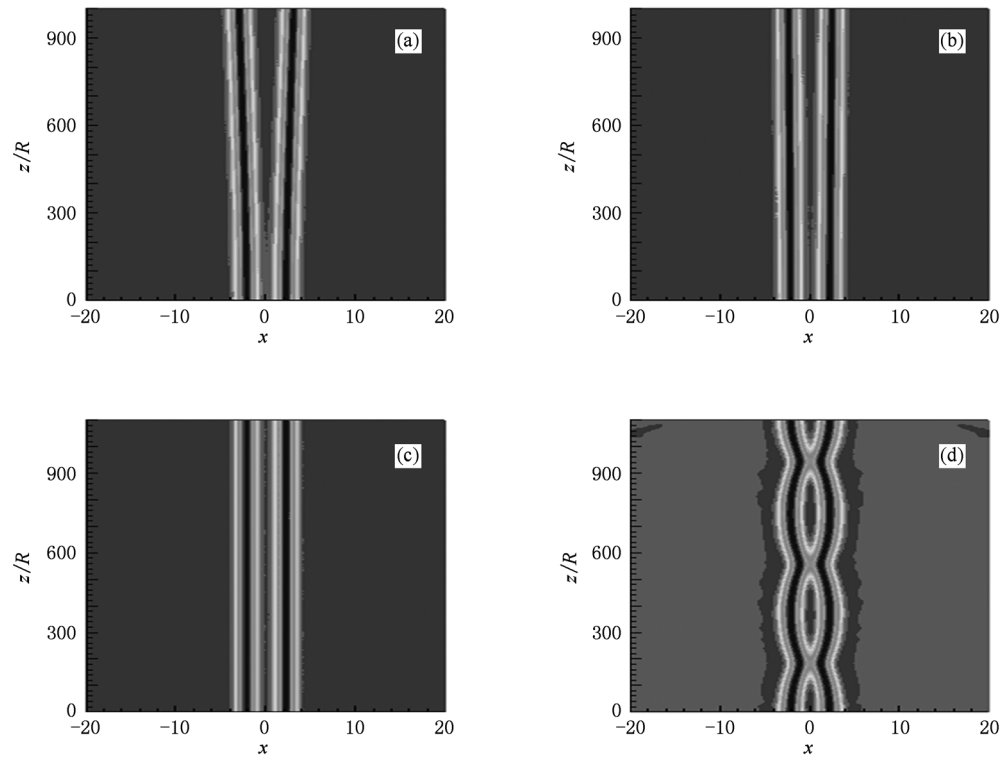
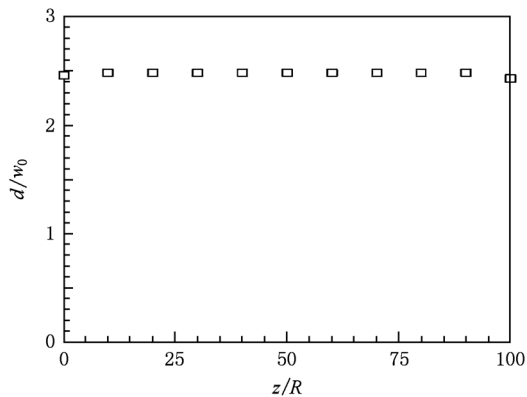


图6  $d_c = 2.46w_0$  时暗孤子间的相互作用随非局域系数  $\sigma$  的变化 (a)  $\sigma = 0.28$ , (b)  $\sigma = 0.32$ , (c)  $\sigma = 0.333$ , (d)  $\sigma = 0.8$

图7 暗孤子间距离  $d$  随传输距离  $z$  的变化

## 5. 结 论

暗孤子在局域自散焦介质中总是相互排斥的,而在非局域自散焦介质中存在相互作用的临界值  $d_c = 2.46w_0$ ,  $\sigma_c = 0.333$ . 在临界值外,暗孤子的相互作用可能表现为吸引也可能表现为排斥,这取决于非局域系数  $\sigma$  和暗孤子间距离  $d$ . 这一结论对暗孤子相互作用的研究和应用有一定的意义,特别是对暗孤子相互作用的实验工作有参考价值.

- [1] Zheng R, Gao X H, Cao W W, Chen L X, Lu D Q, Guo Q, Wu L J, Hu W 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 1063 (in Chinese) [郑睿、高星辉、曹伟文、陈利霞、陆大全、郭旗、吴立军、胡巍 2010 物理学报 **59** 1063]
- [2] Ouyang S G, Guo Q, Lan S, Wu L J 2007 *Chin. Phys. B* **16** 2325
- [3] Ding N, Guo Q 2009 *Chin. Phys. B* **18** 4298
- [4] Yang Z J, Li S H, Lu D Q, Hu W 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 4707 (in Chinese) [杨振军、李少华、陆大全、胡巍 2010 物理学报 **59** 4707]
- [5] Hu W, Zhang T, Guo Q, Xuan L, Lan S 2006 *Appl. Phys. Lett.* **89** 071111
- [6] Cao J N, Guo Q 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3688 (in Chinese) [曹觉能、郭旗 2005 物理学报 **54** 3688]
- [7] Jiang D S, Ouyang S G, She W L 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3777 (in Chinese) [江德生、欧阳世根、余卫龙 2004 物理学报 **53** 3777]
- [8] Swartzlander G, Andersen D R, Regan J J, Yin H, Kaplan A E 1991 *Phys. Rev. Lett.* **66** 1583
- [9] Burger S, Bongs K, Dettmer B, Ertmer W, Sengstock K 1999 *Phys. Rev. Lett.* **83** 5198
- [10] Proukakis N P, Parker N G, Frantzeskakis D J, Adams C S 2004 *J. Opt. B* **6** S380
- [11] Zhao W, Bourkoff E 1989 *Opt. Lett.* **14** 1371
- [12] Kivshar Y S, Krolikowski W 1995 *Opt. Commun.* **114** 353
- [13] Dreischuh A, Neshev D N, Petersen D E, Bang O, Krolikowski W 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 043901
- [14] Nikolov N I, Neshev D, Krolikowski W, Bang O, Rasmussen J J, Christiansen P L 2004 *Opt. Lett.* **29** 286
- [15] Kartashov Y V, Torner L 2007 *Opt. Lett.* **32** 946
- [16] Ouyang S G, Guo Q 2009 *Opt. Express* **17** 5170
- [17] Snyder A W, Mitchell D J 1997 *Science* **276** 1538
- [18] Wyller J, Krolikowski W, Bang O, Rasmussen J J 2002 *Phys. Rev. E* **66** 066615
- [19] Krolikowski W, Bang O, Rasmussen J J, Wyller J 2001 *Phys. Rev. E* **64** 016612

## Influence of nonlocalization degree on the interaction between spatial dark solitons\*

Gao Xing-Hui<sup>1)2)</sup> Yang Zhen-Jun<sup>1)</sup> Zhou Luo-Hong<sup>1)</sup> Zheng Yi-Zhou<sup>1)</sup> Lu Da-Quan<sup>1)</sup> Hu Wei<sup>1)†</sup>

1) (*Laboratory of Photonic Information Technology, South China Normal University, Guangzhou 510631, China*)

2) (*Institute of Mechanical and Electrical Engineering, Guangzhou University, Guangzhou 510006, China*)

(Received 18 June 2010; revised manuscript received 21 March 2011)

### Abstract

The interaction between dark solitons in nonlocal self-defocusing media is investigated. Numerical results show that there is a critical condition for interaction between dark solitons in nonlocal self-defocusing medium. Under the critical condition, dark solitons will neither attract nor repel each other because the attractive force and repulsive force between them are identical. Beyond the critical condition, dark solitons may attract or repel each other depending on the nonlocalization degree and distance between them. The value of the critical condition is found.

**Keywords:** nonlocal self-defocusing, interaction, dark solitons

**PACS:** 42. 65. Tg, 42. 65. Jx

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10804033), the Science and Technology Innovative Research Team Program of Institution of Higher Education of Guangdong Province, China (Grant No. 06CXTD005) and the Doctoral Program Foundation of Institution of Higher Education, China (Grant No. 200805740002).

† Corresponding author. E-mail: huwei@sclu.edu.cn