

## 复数多值离散 Hopfield 神经网络的稳定性研究\*

张 昫<sup>†</sup> 张志涌

(南京邮电大学自动化学院, 南京 210003)

(2010 年 11 月 7 日收到; 2011 年 3 月 16 日收到修改稿)

本文提出了一个新的复数多电平离散 Hopfield 神经网络, 构造了新的适用于复数多电平离散神经网的激活函数和能量函数, 分别讨论了异步与同步更新模式下神经网络的稳定性. 该能量函数不仅能描述文献能量函数不适用的复数多值 Hopfield 神经网的动力学特性, 而且能保证待盲检测信号位于能量函数的最小值点. 为验证 CMDHNN 的有效性, 利用本文特有的性能函数下所构造的联结权矩阵盲检测 MQAM 信号. 仿真试验表明: 本算法仅需较短接收数据就可有效盲检测 MQAM 星座信号, 仿真也证明了 CMDHNN 能量函数全局最小值的稳定性推论.

**关键词:** 复数多电平离散 Hopfield 神经网络, 盲检测, MQAM 信号

**PACS:** 07.05.Mh, 84.40.Ua

## 1. 引言

离散 Hopfield 神经网络 (discrete Hopfield neural network, DHNN) 是在联想记忆、模式识别和组合优化等方面有着广泛应用的一类反馈网络. 在这些应用中都需要网络是稳定的, 即网络的任何轨迹最后都收敛到稳定点 (或不动点), 因此 DHNN 的稳定性不仅本身有重要的理论意义, 而且也是网络各种应用的基础, 因而受到许多学者的极大关注. 文献 [1—5] 对 DHNN 的稳定性进行了研究, 得到了一系列连接权矩阵在对称和反对称的情况下关于稳定性方面的结果. 但是这些都只讨论了二电平神经元模型, 因此局限于处理二进制信号, 且也只讨论了实数神经网络.

随着现代通信发展, 对复杂多电平复数信号研究的需求日益迫切. 文献 [6, 7] 提出了多电平连续激励函数和相应的实数域连续 Hopfield 神经网络 CHNN (continuous Hopfield neural network), 但是此文献局限于解决实数域多电平信号联想记忆问题. 文献 [8] 构造了一个复数 CHNN, 用于检测复数二进制信号即 QPSK, 不能用于检测复数多电平信号. 文献 [9] 构造了多电平 DHNN, 初步探讨了 DHNN 处理多电平信号. 关于多电平 CHNN 的稳定性分析

直至 2008 年才出现<sup>[10]</sup>, 由于分析时隐性利用李普希兹 (Lipschitz) 条件, 所以该文献分析方法不适用于多电平 DHNN. 还有一种在极坐标中定义的“单位圆等分角多值激励函数”. 由该激励函数构成的 HNN 用指数形式的复数表达<sup>[11]</sup>, 因此, 有的文献也把它称为 complex-valued neural network. 这种激励函数适用于信息和权矩阵可以幅相编码 (amplitude and phase coding) 的联想记忆场合, 不能应用于权矩阵无法幅相编码的组合优化问题. 综上, DHNN 用于复数多电平信号盲检测问题迄今未见, 更是缺乏其稳定性研究.

本文构造了一个复数多电平离散 Hopfield 神经网络 (complex multi-valued discrete hopfield neural network, CMDHNN), 设计了多电平离散激励函数, 提出了新的适用于 CMDHNN 的能量函数, 并分别在异步和同步更新模式下给出了网络稳定性的证明. 为利用 CMDHNN 盲检测 MQAM 信号, 根据 SIMO 系统接收信号与发送信号之间的子空间关系, 建立直接盲检测发送信号的优化性能函数, 并将其映射到 CMDHNN 的能量函数上, 用接收信号补投影算子构造了联结权矩阵, 通过求解二次规划问题实现多电平复数信号盲检测. 由于离散激励函数利用了发送信号的字符集信息, 信号只能在字符集中取值, 其状态空间相当于一个超多面体, 神经元在此超多面体

\* 国家自然科学基金 (批准号: 60772060) 资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: y021001@njupt.edu.cn

的顶点上进行状态转换,因此克服了盲检测后信号弥散、旋转的固有问题.

本文给出了 CMDHNN 结构框图,设计了新的多电平离散激励函数和新能量函数,研究并证明了其稳定性,分别给出异步和同步更新模式下的相应结论. 讨论了 SIMO 系统下,如何用 CMDHNN 盲检测 MQAM 信号,设计了相应联结矩阵,推导出这种情况下能量函数全局最小值的具体数值,给出结论. 并对结论做了试验仿真.

## 2. 复 Hopfield 神经网的构造

鉴于经典 DHNN 无法处理多电平复数信号,本节构造新的复数多电平离散 Hopfield 神经网络如图 1 和图 2 所示,设计了新的多电平离散激励函数,并给出了新网络的能量函数.

如图 1 和 2 所示,CMDHNN 的动态方程为

$$\begin{aligned} s(k+1) &= s_R(k+1) + i \cdot s_I(k+1) \\ &= \sigma(\mathbf{W}s(k)) \\ &= \sigma(\mathbf{y}(k)), \end{aligned} \quad (1)$$

其中状态向量  $s(k) = [s_1(k), s_2(k), \dots, s_N(k)]^T$ , 复数信号  $\{s_j(k) = s_{Rj}(k) + i \cdot s_{Ij}(k), s_{Rj}(k) \in A, s_{Ij}(k) \in A | j = 1, 2, \dots, N\}$ ,  $A = \{\pm 1, \pm 3, \dots,$

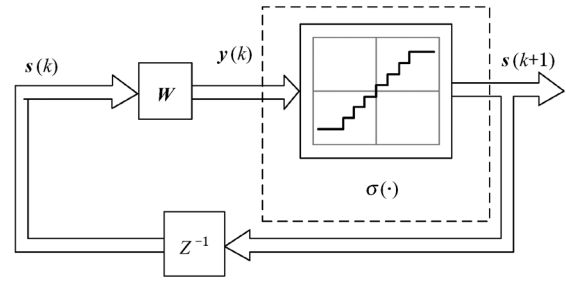


图 1 离散时间离散空间 Hopfield 神经网络结构图

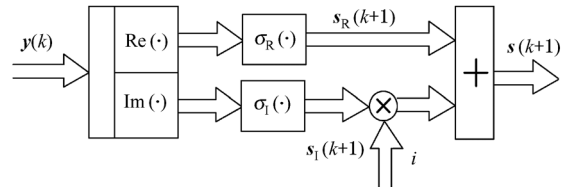


图 2 复 Sigmoid 函数  $\sigma(\cdot)$  结构

$\pm d_n |d_n = 1 + 2(n - 1)\}$ ,  $d_1 = 1, \Delta d = d_{ii+1} - d_{ii} = 2, ii \in [1, n - 1]$ ,  $2n$  为发送信号集合的电平数. 权矩阵  $\mathbf{W} \in C^{N \times N}$ , 且  $\mathbf{W}^H = \mathbf{W}$  (上标 H 表示共轭转置). 复多电平离散激励函数  $\sigma(\cdot) = \sigma_R(\cdot) + i \cdot \sigma_I(\cdot)$ , 且  $\sigma_R(t) = \sigma_I(t)$  为本文构造的多电平离散激励函数,

$$\sigma_m(t) = \begin{cases} \sigma_m(t-1), & t = 0, \\ \frac{t}{|t|} \left( 1 + 2 \cdot \left[ \frac{|t|}{2} \right] \right), & 0 < |t| \leq d_n - 1, \text{mod}(|t|, 2) \neq 0, \\ t - \frac{t}{|t|}, & 0 < |t| \leq d_n - 1, \text{mod}(|t|, 2) = 0, \\ d_n \frac{t}{|t|}, & d_n - 1 < |t|, \end{cases} \quad (2)$$

其中,  $m$  为 R 或者 I,  $\sigma_R(\cdot)$  表示  $\sigma(\cdot)$  的实数部分,  $\sigma_I(\cdot)$  表示  $\sigma(\cdot)$  的虚数部分,  $[\cdot]$  表示向原点取整运算,  $t$  为函数自变量;  $\text{mod}(\cdot, N)$  为模  $N$  运算. 当取  $n = 4, d_1 = 1, \Delta d = 2, d_n = 7$  时,对应的多电平离散激励函数  $\sigma_R(\cdot)$  如图 3 所示.

(1)式中第  $j$  个状态变量具体定义如下:

$$\begin{aligned} s_{Rj}(k+1) &= \sigma_R(y_{Rj}(k)), \\ s_{Ij}(k+1) &= \sigma_I(y_{Ij}(k)), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} y_j(k) &= y_{Rj}(k) + i \cdot y_{Ij}(k) \\ &= \alpha \cdot \sum_{i=1}^N w_{ji} s_i(k). \end{aligned} \quad (4)$$

由于多电平离散激励函数的引入,使(1)式,(4)式所描写的系统呈现出与文献的经典 Hopfield 神经网络有显著不同的动力学特性. 文献中二电平信号下离散 Hopfield 网络的能量函数定义为<sup>[12]</sup>

$$\begin{aligned} E_1(s, k) &= -\frac{1}{2} \mathbf{s}^T(k) \mathbf{W} \mathbf{s}(k) \\ &= -\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^N w_{ij} s_i(k) s_j(k), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} E_2(s, k) &= -\mathbf{s}^T(k) \mathbf{W} \mathbf{s}(k-1) \\ &= \sum_{i,j=1}^N w_{ij} s_i(k) s_j(k-1), \end{aligned} \quad (6)$$

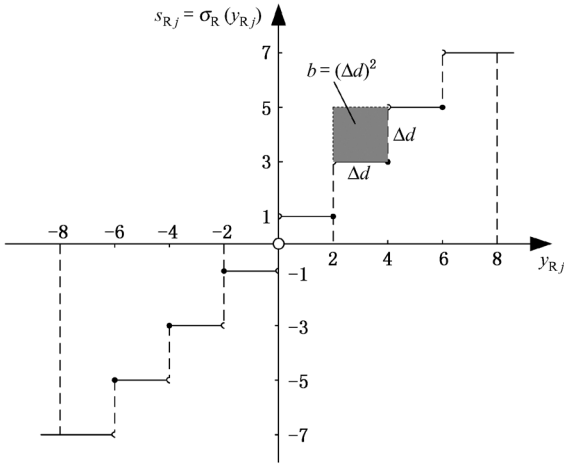


图3 函数  $\sigma_R(t)$  示意图

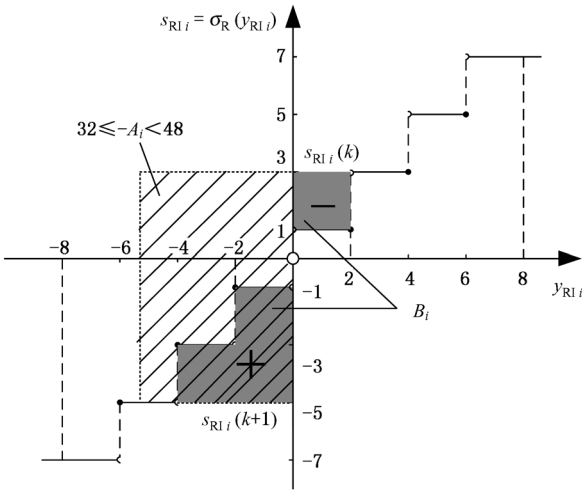


图4 对应于表1第五行计算示意图

(5), (6)式分别为网络在异步和同步更新模式下的能量函数.

此能量函数仅适用于“实数二电平激活函数”, 当激励函数为多电平时, (5), (6)式不能保证能量随迭代过程而始终下降. 在64QAM信号下, 表1中的第1、第4行数据就表明: 当  $s_{Rj}(k-1)$  与  $s_{Rj}(k+1)$  正负号相同, 且  $|s_{Rj}(k-1)| > |s_{Rj}(k+1)|$  时, 就会使能量增量为“正”(参见表1中  $A_j$  的数值).

基于前面设计的 Hopfield 神经网络及离散激活函数, 下面给出不同于二电平信号的新能量函数.

**定理1** 假设  $\mathbf{W}$  是 Hermitian 阵, 且对角元非负, 则

$$E_3(\mathbf{s}, k) = -\frac{1}{2} \mathbf{s}^H(k) \mathbf{W} \mathbf{s}(k)$$

$$+ b \cdot \sum_{j=1}^N \left[ \sum_{l=0}^{l_{Rj}(k)} l + \sum_{l=0}^{l_{Ij}(k)} l \right] \\ = -\frac{1}{2} \mathbf{s}^H(k) \mathbf{W} \mathbf{s}(k) \\ + b \cdot \sum_{j=1}^N \left[ \frac{l_{Rj}(k)(l_{Rj}(k)+1)}{2} + \frac{l_{Ij}(k)(l_{Ij}(k)+1)}{2} \right], \quad (7)$$

$$l_{Rj}(k) = \left\lfloor \frac{|s_{Rj}(k)|}{2} \right\rfloor, \quad (8)$$

$$l_{Ij}(k) = \left\lfloor \frac{|s_{Ij}(k)|}{2} \right\rfloor, \quad (9)$$

(7)式为多电平 CMDHNN 在异步更新模式下的能量函数, 在(7)式中  $b = (\Delta d)^2$ , 其几何意义见图3.

**证明** 假设  $\Delta E(k) = E(\mathbf{s}, k+1) - E(\mathbf{s}, k)$ , 异步模式下, 每次只有向量中的一个神经元状态得到更新. 不失一般性, 假设  $s_i(k)$  更新, 则  $\Delta s_i = s_i(k+1) - s_i(k) \neq 0, \Delta s_j = s_j(k+1) - s_j(k) = 0, j \neq i$ .

改写(7)式为全实数形式

$$E_3(\mathbf{s}, k) = -\frac{1}{2} \mathbf{s}_{\text{RI}}^T(k) \mathbf{W}_{\text{RI}} \mathbf{s}_{\text{RI}}(k) \\ + b \cdot \sum_{j=1}^{2N} \left( \sum_{l=0}^{l_{Rj}(k)} l \right), \quad (10)$$

其中

$$\mathbf{s}_{\text{RI}} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_{\text{R}} \\ \mathbf{s}_{\text{I}} \end{bmatrix}, \mathbf{W}_{\text{RI}} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{\text{R}} & -\mathbf{W}_{\text{I}} \\ \mathbf{W}_{\text{I}} & \mathbf{W}_{\text{R}} \end{bmatrix}$$

$$\Delta E_3(k) = E_3(k+1) - E_3(k) \\ = -\frac{1}{2} [\mathbf{s}_{\text{RI}}^T(k+1) \mathbf{W}_{\text{RI}} \mathbf{s}_{\text{RI}}(k+1) \\ - \mathbf{s}_{\text{RI}}^T(k) \mathbf{W}_{\text{RI}} \mathbf{s}_{\text{RI}}(k)] \\ + b \cdot \sum_{j=1}^{2N} \left[ \sum_{l=0}^{l_{Rj}(k+1)} l - \sum_{l=0}^{l_{Rj}(k)} l \right] \\ = -\frac{1}{2} (\Delta s_{\text{RI}}^2 + \Delta s_{\text{RI}(i+N)}^2) w_{ii} \\ - [\Delta \mathbf{s}_{\text{R}}^T \quad \Delta \mathbf{s}_{\text{I}}^T] \cdot \mathbf{W}_{\text{RI}} \mathbf{s}_{\text{RI}}(k) \\ + b \cdot \left[ \sum_{l=0}^{l_{\text{RI}}(k+1)} l - \sum_{l=0}^{l_{\text{RI}}(k)} l \right. \\ \left. + \sum_{l=0}^{l_{\text{RI}(i+N)}(k+1)} l - \sum_{l=0}^{l_{\text{RI}(i+N)}(k)} l \right] \\ = -\frac{1}{2} (\Delta s_{\text{RI}}^2 + \Delta s_{\text{RI}(i+N)}^2) w_{ii} \\ + \left[ b \cdot \left[ \sum_{l=0}^{l_{\text{RI}}(k+1)} l - \sum_{l=0}^{l_{\text{RI}}(k)} l \right] \right.$$

$$\begin{aligned}
 & - \Delta s_{\text{Rli}} \cdot \sum_{j=1}^{2N} w_{\text{Rlij}} s_{\text{Rlj}}(k) \Big] \\
 & + \left[ b \cdot \left[ \sum_{l=0}^{I_{\text{Rl}(i+N)}(k+1)} l - \sum_{l=0}^{I_{\text{Rl}(i+N)}(k)} l \right] \right. \\
 & \left. - \Delta s_{\text{Rl}(i+N)} \cdot \sum_{j=1}^{2N} w_{\text{Rl}(i+N)j} s_{\text{Rlj}}(k) \right] \\
 = & - \frac{1}{2} (\Delta s_{\text{Rli}}^2 + \Delta s_{\text{Rl}(i+N)}^2) w_{ii} \\
 & + [B_i + A_i] + [B_{i+N} + A_{i+N}]. \quad (11)
 \end{aligned}$$

在推演中,第三个等号仅在  $\mathbf{W}$  是 Hermitian 阵

时成立. 式中,  $A_i = - \Delta s_{\text{Rli}} \cdot \sum_{j=1}^{2N} w_{\text{Rlij}} s_{\text{Rlj}}(k)$ ,  $B_i = b \cdot$   
 $\left[ \sum_{l=0}^{I_{\text{Rl}(k+1)}} l - \sum_{l=0}^{I_{\text{Rl}(k)}} l \right]$ .

显然(11)式中的第一项为负. 以 64QAM 信号为例,图 4 为表 1 中第五行  $B_i + A_i$  计算图示. 对于  $s_{\text{Rlj}}(k-1)$  和  $s_{\text{Rlj}}(k+1)$  的任意取值,只要两者不等,那么根据表 1 所列的典型情况讨论,都可以得知  $B_i + A_i$  始终小于 0,同理  $B_{i+N} + A_{i+N}$  也小于 0,进而可知  $\Delta E_3(k) < 0$ . 换句话说,神经网的能量始终下降,直至  $s_{\text{Rlj}}(k+1) = s_{\text{Rlj}}(k)$  为止. 证毕.

表 1 在 64QAM 信号下,关于  $\Delta E_3(k)$  几种典型可能取值的讨论

	$s_{\text{Rli}}(k)$	$s_{\text{Rli}}(k+1)$	$-\Delta s_{\text{Rli}}(k)$	$\sum_{j=1}^{2N} w_{\text{Rlij}} s_{\text{Rlj}}(k)$	$A_i$	$B_i$	$B_i + A_i$
$\Delta s_{\text{Rli}} > 0$	-7	-1	-6	[-2, 0)	(0, 12]	-24	(-24, -12]
	-3	1	-4	[0, 2)	(-8, -0]	-4	(-12, -4]
	1	3	-2	[2, 4)	(-8, -4]	4	(-4, 0]
$\Delta s_{\text{Rli}} < 0$	5	1	4	[0, 2)	[0, 8)	-12	[-12, -4)
	3	-5	8	[-6, -4)	[-48, -32)	8	(-40, -24)
	-1	-7	6	(-\infty, -6)	(-\infty, -36)	24	(-\infty, -12)

**定理 2** 假设  $\mathbf{W}$  是 Hermitian 阵,则

$$\begin{aligned}
 E_4(\mathbf{s}, k) = & - \mathbf{s}^H(k) \mathbf{W} \mathbf{s}(k-1) \\
 & + b \cdot \sum_{j=1}^N \left[ \sum_{l=0}^{I_{\text{Rj}}(k)} l + \sum_{l=0}^{I_{\text{Rj}}(k-1)} l \right. \\
 & \left. + \sum_{l=0}^{I_{\text{Ij}}(k)} l + \sum_{l=0}^{I_{\text{Ij}}(k-1)} l \right], \quad (12)
 \end{aligned}$$

(12) 式为 CMDHNN 在同步更新模式下的能量函数.

**证明** 假设  $\Delta E(k) = E(\mathbf{s}, k+1) - E(\mathbf{s}, k)$ , 改写(12)式为全实数形式

$$\begin{aligned}
 E_4(\mathbf{s}, k) = & - \mathbf{s}_{\text{RI}}^T(k) \mathbf{W}_{\text{RI}} \mathbf{s}_{\text{RI}}(k-1) \\
 & + b \cdot \sum_{j=1}^{2N} \left( \sum_{l=0}^{I_{\text{Rj}}(k)} l + \sum_{l=0}^{I_{\text{Rj}}(k-1)} l \right), \quad (13)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta E_4(k) = & E_4(k+1) - E_4(k) \\
 = & - \mathbf{s}_{\text{RI}}^T(k+1) \mathbf{W}_{\text{RI}} \mathbf{s}_{\text{RI}}(k) \\
 & + \mathbf{s}_{\text{RI}}^T(k) \mathbf{W}_{\text{RI}} \mathbf{s}_{\text{RI}}(k-1) \\
 & + b \cdot \sum_{j=1}^{2N} \left[ \sum_{l=0}^{I_{\text{Rj}}(k+1)} l + \sum_{l=0}^{I_{\text{Rj}}(k)} l \right] \\
 & - b \cdot \sum_{j=1}^{2N} \left[ \sum_{l=0}^{I_{\text{Rj}}(k)} l + \sum_{l=0}^{I_{\text{Rj}}(k-1)} l \right] \\
 = & - [\mathbf{s}_{\text{RI}}^T(k+1) - \mathbf{s}_{\text{RI}}^T(k-1)] \mathbf{W}_{\text{RI}} \mathbf{s}_{\text{RI}}(k)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + b \cdot \sum_{j=1}^{2N} \left[ \sum_{l=0}^{I_{\text{Rj}}(k+1)} l - \sum_{l=0}^{I_{\text{Rj}}(k-1)} l \right] \\
 = & \sum_{j=1}^{2N} \left\{ - [s_{\text{Rlj}}(k+1) - s_{\text{Rlj}}(k-1)] \right. \\
 & \left. \cdot \sum_{i=1}^{2N} w_{\text{Rji}} s_{\text{Rli}}(k) + b \cdot \left[ \sum_{l=0}^{I_{\text{Rj}}(k+1)} l - \sum_{l=0}^{I_{\text{Rj}}(k-1)} l \right] \right\} \\
 = & \sum_{j=1}^{2N} \left[ - \Delta s_{\text{Rlj}} \cdot \left( \sum_{i=1}^{2N} w_{\text{Rji}} s_{\text{Rli}}(k) \right) \right. \\
 & \left. + b \cdot \left[ \sum_{l=0}^{I_{\text{Rj}}(k+1)} l - \sum_{l=0}^{I_{\text{Rj}}(k-1)} l \right] \right] \\
 = & \sum_{j=1}^{2N} [A_j + B_j] \\
 = & \sum_{j=1}^{2N} \Delta E_{4j}(k+1), \quad (14)
 \end{aligned}$$

式中

$$\begin{aligned}
 \Delta E_4(k+1) = & \sum_{j=1}^N \Delta E_{4j}(k+1), \\
 \Delta E_{4j}(k+1) = & A_j + B_j, \\
 \Delta s_{\text{Rlj}} = & (s_{\text{Rlj}}(k+1) - s_{\text{Rlj}}(k-1)), \\
 A_j = & - \Delta s_{\text{Rlj}} \cdot \sum_{i=1}^{2N} w_{\text{Rji}} s_{\text{Rli}}(k), \\
 B_j = & b \cdot \left[ \sum_{l=0}^{I_{\text{Rj}}(k+1)} l - \sum_{l=0}^{I_{\text{Rj}}(k-1)} l \right].
 \end{aligned}$$

$\Delta E_{4j}(k+1)$  的计算过程与异步类似,可参照表 1. 对于  $s_{Rj}(k-1)$  和  $s_{Rj}(k+1)$  的任意取值,只要两者不等,那么根据表 1 所列的典型情况讨论,都可以得知  $\Delta E_j(k)$  始终小于 0,进而可知  $\Delta E(k) < 0$ . 换句话说,神经网的能量始终下降,直至  $s_{Rj}(k+1) = s_{Rj}(k-1)$  为止. 证毕.

**推论 1** 当  $d_n = 1, s \in R$ , 神经网络即工作在实数二电平状态. 此时,多电平能量函数(7)式退化为异步模式下的文献能量函数(5)式,同步模式下的多电平能量函数(12)式蜕化为文献能量函数(6)式.

**证明**  $d_n = 1$  时,  $s_{Rj}(k)$  的取值只有  $\pm 1$ .

$$l_{Rj}(k) = \left| \frac{s_{Rj}(k)}{2} \right| = \left| \frac{1}{2} \right| = 0, \sum_{l=0}^{l_{Rj}(k)} l = 0. \text{ 同理,}$$

$$l_{Rj}(k-1) = 0, l_{Rj}(k+1) = 0. \text{ 证毕.}$$

### 3. 盲检测信号的神经网络权阵配置

忽略噪声时,单输入多输出 SIMO (single-input multi-output) 离散时间信道的接收方程、盲处理方程分别如下:

$$(\mathbf{x}(k))_{q \times 1} = \sum_{j=0}^M (\mathbf{h}_j)_{q \times 1} s(k-j), \quad (15)$$

$$\mathbf{X}_N = \mathbf{S}\mathbf{\Gamma}^H, \quad (16)$$

在此,发送信号阵  $\mathbf{S} = [s_{L+M}(k), \dots, s_{L+M}(k+N-1)]^T = [s_N(k), \dots, s_N(k-K-L)]_{N \times (L+M+1)}$ ,  $(\mathbf{\Gamma})_{(L+1)q \times (L+M+1)}$  是  $\mathbf{h}_j, j = 0, 1, \dots, M$  构成的块 Toeplitz 矩阵;  $[\mathbf{h}_0, \dots, \mathbf{h}_M]_{q \times (M+1)}$  是通信信道的冲激响应,接收数据阵为  $(\mathbf{X}_N)_{N \times (L+1)q} = [x_L(k), \dots, x_L(k+N-1)]^T$ .

(16)式表明,  $\mathbf{\Gamma}$  满列秩时,一定有  $\mathbf{Q} = \mathbf{U}_c \mathbf{U}_c^H$  满足  $\mathbf{Q}\mathbf{s}_N(k-d) = 0$ . 其中  $d = 0, \dots, M+L$ , 且  $\mathbf{U}_c \in C^{N \times (N-(L+M+1))}$  是奇异值分解  $\mathbf{X}_N = [\mathbf{U}, \mathbf{U}_c] \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{D} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$ .

$\mathbf{V}^H$  中的酉基阵. 据此构造性能函数及优化问题<sup>[7]</sup>

$$J_0 = \mathbf{s}_N^H(k-d) \mathbf{Q}\mathbf{s}_N(k-d) = \mathbf{s}^H \mathbf{Q}\mathbf{s}, \quad (17)$$

$$\hat{\mathbf{s}} = \operatorname{argmin}\{J_0\}, \quad (18)$$

其中,  $\mathbf{s} = \mathbf{s}_R + i \cdot \mathbf{s}_I$  表示复向量,其元素的实部、虚部都属于集合  $A, A = \{\pm 1, \pm 3, \dots, \pm d_n | d_n = 1 + 2(n-1)\}$ .

为运用 CMDHNN 求解(16)式的信号盲检测问题,设计神经网的连接矩阵取如下形式

$$\mathbf{W}_{RI} = [\mathbf{I} - \mathbf{Q}_{RI}], \quad (19)$$

其中,  $\mathbf{Q}_{RI} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_R & -\mathbf{Q}_I \\ \mathbf{Q}_I & \mathbf{Q}_R \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{Q}_R$  和  $\mathbf{Q}_I$  分别表示补投影算子  $\mathbf{Q}$  的实部和虚部.

由于  $s_{Rj}(k+1) = s_{Rj}(k)$  的点即为网络平衡点,我们需要的点则应该同时满足  $s_{Rj}(k+1) = s_{Rj}(k)$  和  $s_{Rj}(k+1) = \mathbf{W}_{RI} s_{Rj}(k)$ . 而且,不同的字符集信号下,能量函数是否相同呢? 下面讨论如何从大量的平衡点中去除伪解点,找出真解点.

**定理 3** 无噪声时,当连接矩阵取  $\mathbf{W}_{RI} = [\mathbf{I} - \mathbf{Q}_{RI}]$ , CMDHNN 达到真解点时,同步模式下,能量函数达到最小值  $-2N$ ; 异步模式下,能量函数达到最小值  $-N$ .

**证明** 将(19)式代入(12)式可得

$$E_4(\mathbf{s}, k) = -\mathbf{s}_{RI}^T(k) [\mathbf{I} - \mathbf{Q}_{RI}] \mathbf{s}_{RI}(k-1) + b \cdot \sum_{j=1}^{2N} \left( \sum_{l=0}^{l_{Rj}(k)} l + \sum_{l=0}^{l_{Rj}(k-1)} l \right) = -\mathbf{s}_{RI}^T(k) \mathbf{s}_{RI}(k) + 2b \cdot \sum_{j=1}^{2N} \left( \sum_{l=0}^{l_{Rj}(k)} l \right) = \sum_{j=1}^{2N} (-s_{Rj}^2 + 2b \cdot \sum_{l=0}^{l_{Rj}(s_{Rj})} l) = \sum_{j=1}^{2N} (C_j) = -2N, \quad (20)$$

式中的第二个等式在真解点处可得,  $C_j$  的计算见表 2.

表 2 解平衡点处的单个神经元能量

$s_{Rj}$	$\pm 1$	$\pm 3$	$\pm 5$	$\pm 7$
$l_{Rj}(s_{Rj}) = \left[ \frac{1+s_{Rj}}{2} \right]$	0	1	2	3
$-s_{Rj}^2$	-1	-9	-25	-49
$2b \sum_{l=0}^{l_{Rj}(s_{Rj})} l$	0	8	24	48
$C_j$	-1	-1	-1	-1

由定理 2,更新过程中,始终有  $\Delta E(k) < 0$ . 换句话说,神经网的能量始终下降,直至 CMDHNN 达到真解点为止,因此真解点的能量函数为网络的最小值. 由(12)式可得  $\Delta \mathbf{s}_{RI} = \mathbf{s}_{RI}(k+1) - \mathbf{s}_{RI}(k-1) = \mathbf{0}$  时,同步模式下 CMDHNN 达到真解点,此时能量函数达到最小值  $-2N$ . 证毕.

异步模式下的证明过程同理可得.

当 CMDHNN 到达真解点时,有

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_{RI}(k) &= \sigma \{ [\mathbf{I} - \mathbf{Q}_{RI}] \cdot \mathbf{s}_{RI}(k-1) \} \\ &= \sigma \{ \mathbf{s}_{RI}(k-1) \} \\ &= \mathbf{s}_{RI}(k-1), \end{aligned}$$

所以排除了伪解点,得到的真解点信号即为所需检测的发送信号.不同的字符集信号下,能量函数的最小值是固定的,因此也可以用定理3判定到达的平衡点是否为真解点,从而成功排除伪解点.

**推论2** SIMO系统考虑噪声时,当连接矩阵取  $\mathbf{W}_{\text{RI}} = [\mathbf{I} - \mathbf{Q}_{\text{RI}}]$ , CMDHNN达到真解点时,同步模式下,能量函数大于理论值  $-2N$ ;异步模式下,能量函数大于理论值  $-N$ .

**证明** 定理3讨论了SIMO系统无噪声的情况, CMDHNN达到真解点时,有  $J = \mathbf{s}_{\text{RI}}^{\text{T}}(k) \mathbf{Q}_{\text{RI}} \mathbf{s}_{\text{RI}}(k) = 0$ . 考虑噪声时,有  $J = \mathbf{s}_{\text{RI}}^{\text{T}}(k) \mathbf{Q}_{\text{RI}} \mathbf{s}_{\text{RI}}(k) \approx \sigma_1$ , 其中  $\sigma_1$  是奇异值分解  $\mathbf{X}_N = [\mathbf{U}, \mathbf{U}_c] \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{D} \\ \boldsymbol{\sigma}_n \end{bmatrix} \cdot \mathbf{V}^{\text{H}}$  中噪声空间  $\boldsymbol{\sigma}_n$  的最大值. 因此  $E_4(\mathbf{s}, k) = -2N + \sigma_1 > -2N$ . 证毕.

4. 仿真实验

实验采用  $h(t) = \sum_{j=1}^2 (w_{\text{Rj}}(h_{\text{R}}(\alpha, t - \tau_{\text{Rj}})) + i \cdot w_{\text{Ij}}(h_{\text{I}}(\alpha, t - \tau_{\text{Ij}})))$  经  $q = 3$  过采样的2径合成复数信道. 其中  $h_{\text{R}}(\alpha, t - \tau_{\text{Rj}}), h_{\text{I}}(\alpha, t - \tau_{\text{Ij}})$  分别是滚降因子  $\alpha = 0.1$ , 延迟因子  $\tau_{\text{Rj}}, \tau_{\text{Ij}}$  随机产生的升余弦脉冲响应;  $w_{\text{Rj}}, w_{\text{Ij}}$  是在  $(0, 1)$  间均匀分布的随机权重系数. 考虑噪声时,接收信号方程为

$$\begin{aligned} (\tilde{\mathbf{x}}(k))_{q \times 1} &= \sum_{j=0}^M (\mathbf{H}_j)_{q \times 1} (\mathbf{s}(k - j)) \\ &+ (\mathbf{n}(k))_{q \times 1} = \mathbf{x}(k) + \mathbf{n}(k), \end{aligned}$$

式中,  $\mathbf{n}(k)$  是正态白噪声,与  $\mathbf{s}(k)$  独立. 而信噪比定义为  $\text{SNR} = 10 \log_{10} \left( \frac{E(|x_j(k)|^2)}{E(|n_j(k)|^2)} \right), \forall j = 1, \dots, q$ .

**实验1** 固定数据长度时,分别采用同步更新模式与异步更新模式进行 Monte Carlo 试验的算法误码率.

对于16QAM信号,固定数据长度  $N = 300$ , 对于64QAM信号,固定数据长度  $N = 500$ , 各自进行100次 Monte Carlo 实验,本文算法平均误码率分别如图5,6所示. 为做图方便计,误码率为零的点设定为  $10^{-5}$ . 试验表明:本文 CMDHNN 算法有效地克服了传统神经网络算法局限于二电平信号和实数域的优点,在随机复信道下成功盲检测高阶 QAM 信号.

**实验2** 算法与数据量的关系.

本实验针对16QAM和64QAM信号的不同接收数据量,进行了误码率比较.从图7和图8可以看出:有效盲检测所需的数据量与QAM信号的星座复杂度有关.对于16QAM信号,  $N = 180$  数据量就可;而对于64QAM信号,则需要  $N = 500$  的数据,才能成功检测.值得指出:本文方法所需的数据量,约是其他二阶统计盲检测算法所需数据量的1/5,仅是高阶统计盲检测算法所需数据量的1/10.

**实验3** 信噪比40dB情况下,本文 CMDHNN 两种更新模式下,能量函数的最小值.

图9为信噪比40dB情况下,在异步和同步更新模式下, CMDHNN 能量函数式(7)和(12)随迭代步数变化.可以看出,异步更新模式下,能量函数在迭代过程中逐步下降,直到最小值  $-N$ ;同步模式下,真解点的能量函数为  $-2N$ . 从表3也可以看出,  $N = 500$  时,真解点的能量函数略大于理论值  $-500$  和  $-1000$ ,符合推论2的结论.

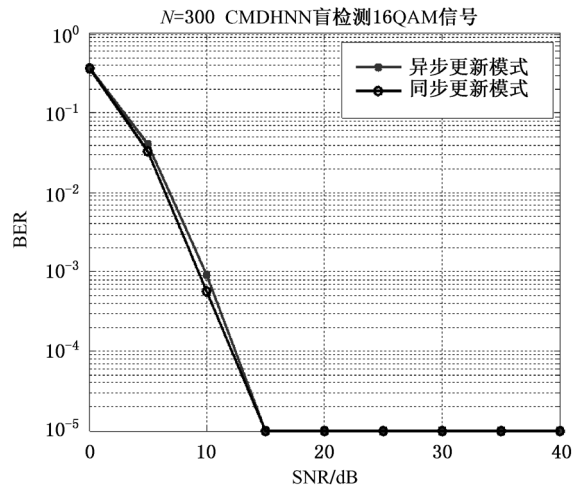


图5 固定数据长度  $N = 300$  时16QAM信号算法误码率

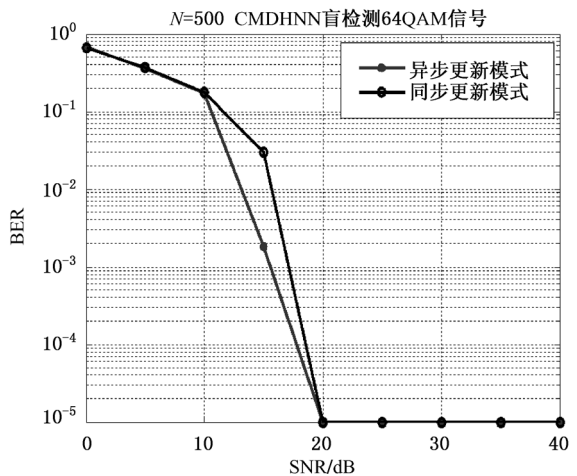


图6 固定数据长度  $N = 500$  时64QAM信号算法误码率

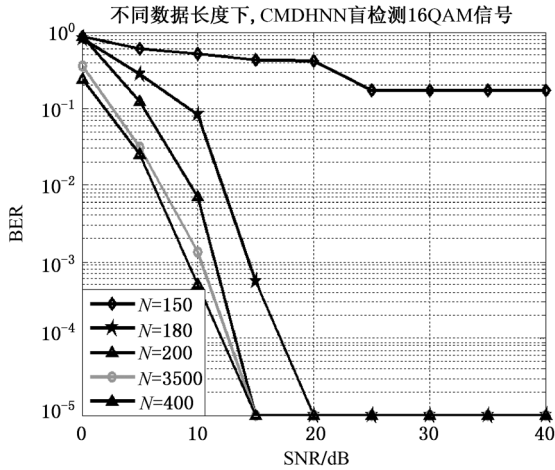


图7 16QAM 信号下,盲检测性能与数据长度关系

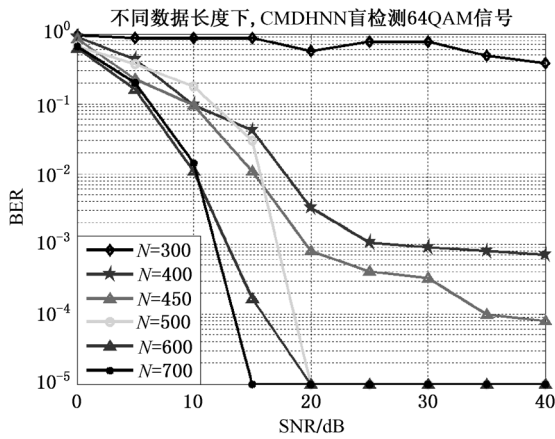


图8 64QAM 信号下,盲检测性能与数据长度关系

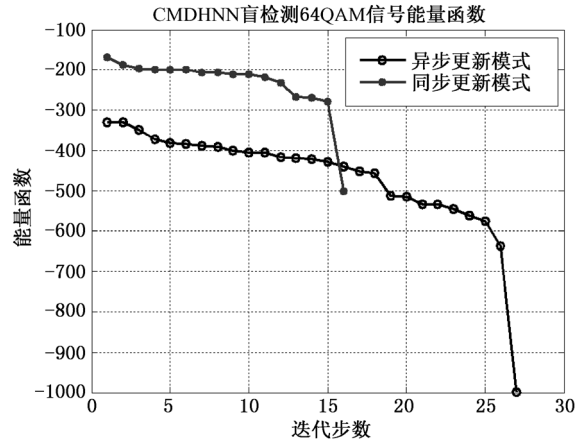


图9 信噪比 40 dB,  $N = 500$  时,CMDHNN 盲检测 64QAM 信号能量函数随迭代步数变化图

### 5. 结 论

迄今为止,利用神经网络盲检测信号的算法文献很多,但这些文献算法往往依赖统计量,并且局限于两状态网络,无法解决多电平信号问题. 本文提出了异步和同步更新模式下 CMDHNN 算法的能量函数并研究了稳定性,给出相应推论. 仿真结果表明,本文的 CMDHNN 网络仅需较小数据量,就能很好检测 64QAM 信号,收敛速度极快,具有实时处理的潜力,也证明了本文提出的能量函数稳定性的结论.

表3 信噪比 40 dB,  $N = 500$  时,CMDHNN 盲检测 64QAM 信号能量函数数值

	能量函数						
同步更新模式	-329.1972	-331.1386	-348.9918	-373.0937	-382.2785	-382.9706	-389.4336
	-390.0449	-400.2163	-405.7641	-406.1032	-417.7419	-419.6881	-422.0060
	-427.4747	-440.3190	-451.1954	-456.5139	-512.2929	-515.9764	-532.9184
	-534.4272	-544.7429	-561.5004	-576.3420	-636.4375	-999.8586	
异步更新模式	-168.4889	-187.2077	-197.8512	-198.6978	-199.0227	-200.2841	-205.6751
	-206.5847	-211.7457	-211.8717	-218.3677	-231.5892	-266.4576	-269.1386
	-279.5510	-499.9256					

[1] Gao H S, Zhang J 2008 *Fourth International Conference on Natural Computation*, Jinan, China, October 18—20, 2008, 560  
 [2] Cui B T, Chen J, Lou X Y 2008 *Chin. Phys. B* **17** 1670  
 [3] Qiu F, Cui B T, Ji Y 2009 *Chin. Phys. B* **18** 5203

[4] Xiong T, Zhang B L 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2435 (in Chinese) [熊涛,张便利 2005 物理学报 **54** 2435]  
 [5] Zhang Q 2008 *Chin. Phys. B* **17** 125  
 [6] Q Quan, J Kim 2006 *International Journal of Computer Science and Network Security* **6** 157

- [7] Zurada J M 2000 *Proc. of the 30<sup>th</sup> IEEE International Symposium on Multiple - Valued Logic*, Portland, Oregon, May 23—25, 2000 p67
- [8] Zhang Z Y, Zhang Y 2008 *Journal of Southeast University* **38** 18 (in Chinese)[ 张志涌、张 昀 2008 东南大学学报 **38** 18 ]
- [9] Zhang Y, Zhang Z Y 2010 *Proceedings of 2010 Sixth International Conference on Natural Computation* Yantai, China, Aug. 10—12, 2010, 1079
- [10] Liu Y, You Z 2008 *Neurocomputing* **71** 3595
- [11] Zhou W, Zurada J M 2009 *Neurocomputing* **72** 3782
- [12] Gupta M M, Liang Jin, Noriyasu Homma 2003 *Static and Dynamic Neural Networks: From Fundamentals to Advanced Theory*( New Jersey:IEEE Press)

## Blind detection algorithm of complex multi-valued discrete Hopfield network \*

Zhang Yun<sup>†</sup> Zhang Zhi-Yong

( College of Automation, Nanjing University of Posts & Telecommunications, Nanjing 210003, China )

( Received 7 November 2010; revised manuscript received 16 March 2011 )

### Abstract

A novel complex multi-valued discrete Hopfield neural network (CMDHNN) is proposed in this paper. A multi-valued discrete activation function and a new energy function for CMDHNN are constructed. The stabilities for multi-valued CMDHNN with asynchronous and synchronous operating modes are also analyzed separately. The special energy functions own the ability to describe the dynamic characteristics of CMDHNN which the energy functions of existing references cannot explain. Meantime, these energy functions can make the true source signal vector correspond to the minimum point of the energy function of CMDHNN. Furthermore, to verify effectiveness of CMDHNN, the weighted matrix of CMDHNN is constructed by the specific cost function for the blind detection of signals. Simulation results show that the proposed CMDHNN can be used to blindly detect the dense MQAM constellation signals with shorter received signals and the global minimal value of the CMDHNN energy function is verified.

**Keywords:** complex multi-valued discrete hopfield neural network, blind detection, MQAM

**PACS:** 07.05.Mh, 84.40.Ua

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant No.60772060 ).

<sup>†</sup> E-mail: y021001@njupt.edu.cn